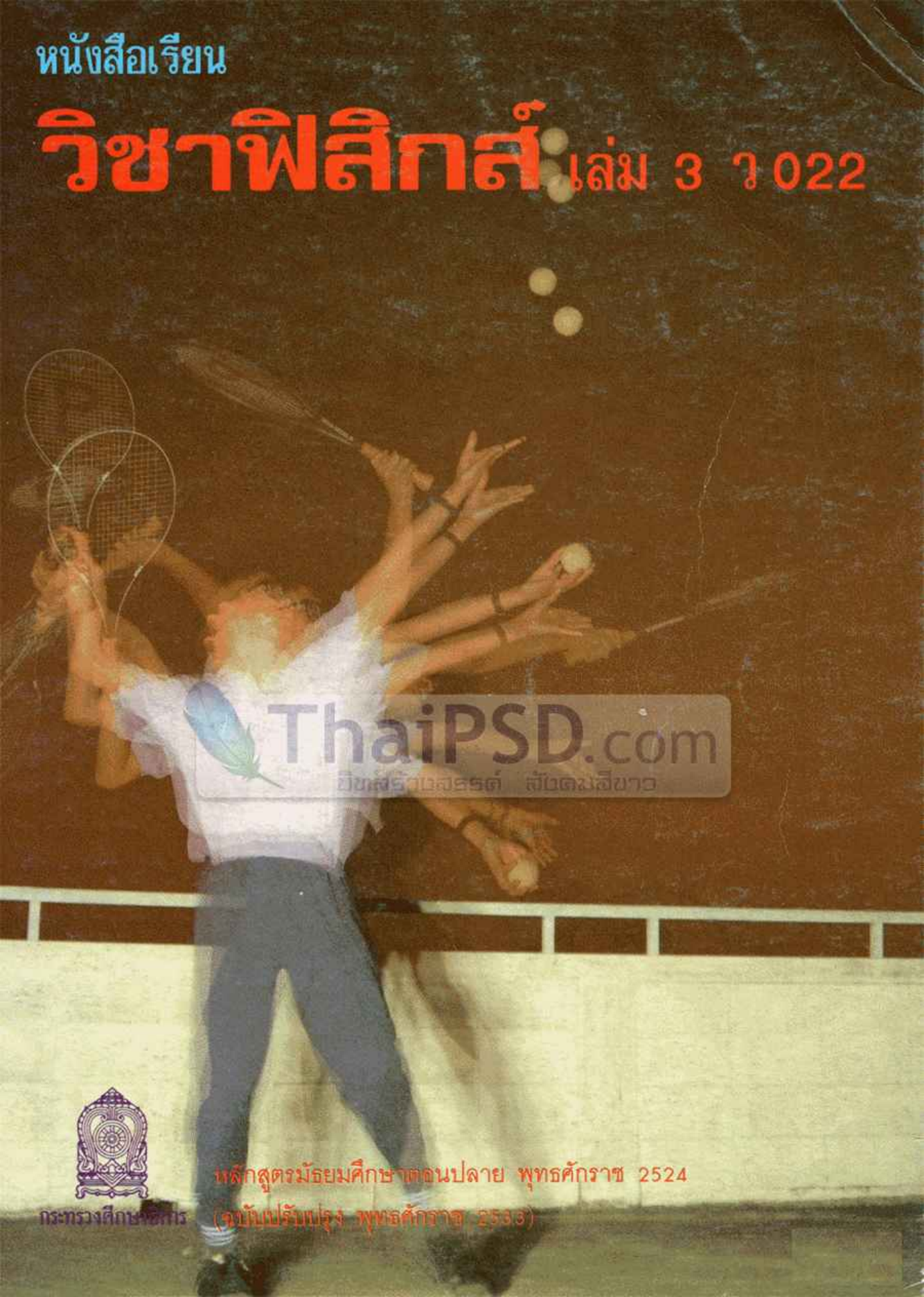
หนังสือเรียน

วิชาฟิสิกส์ เล่ม 3 ว 022



ThaiPSD.com
ขับเสภาวรรค์ สัตตมสีขาว

กระทรวงศึกษาธิการ
หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524
(ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2533)

หนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ เล่ม 3 ว 022

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

ของ

กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ISBN 974-01-3110-7

พิมพ์ครั้งที่สิบ 50,000 เล่ม

พ.ศ. 2543

องค์การค้าของคุรุสภาจัดพิมพ์จำหน่าย

พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

2249 ถนนลาดพร้าว วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียน

ด้วยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ได้ปรับปรุงหนังสือเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ รายวิชา ว 022 ฟิสิกส์ ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับคำอธิบายรายวิชาตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) กระทรวงศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้หนังสือนี้ในโรงเรียนได้

ประกาศ ณ วันที่ 7 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2535

(นายกมล ธิโสภา)
ผู้ตรวจราชการกระทรวง รักษาราชการแทน
รองปลัดกระทรวง ปฏิบัติราชการแทน
ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

ด้วยกระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และให้ใช้ในโรงเรียนทั่วประเทศตามลำดับชั้นปี ตั้งแต่ปีการศึกษา 2534 เป็นต้นไป สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จึงได้ปรับปรุงหนังสือเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ รายวิชา ว 022 ฟิสิกส์ ขึ้นให้เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์และคำอธิบายรายวิชาของหลักสูตร โดยปรับปรุงเนื้อหา การทดลอง ตัวอย่างเทคโนโลยีใหม่ ๆ และกิจกรรมการเรียนการสอนให้เข้าใจง่ายยิ่งขึ้น เพื่อให้ครูและนักเรียนใช้ประกอบการเรียนการสอนต่อไป

กรมวิชาการหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี

(นายจำเริญ เสกธีระ)
อธิบดีกรมวิชาการ
5 กุมภาพันธ์ 2535

คำแถลง

ในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา ประเทศไทยได้พัฒนาจากการเป็นประเทศกำลังพัฒนาไปสู่การเป็นประเทศที่พัฒนาทางอุตสาหกรรมใหม่ที่จะสามารถพึ่งตนเองได้ในหลาย ๆ ด้าน การที่ประเทศไทยจะพึ่งตนเองด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนั้น จำเป็นที่จะต้องสร้างจิตสำนึกของคนในชาติ โดยเฉพาะเยาวชนให้มีความรู้ความสามารถทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มีทักษะที่สำคัญในการค้นคว้าหาความรู้ รู้จักคิด ใช้เหตุผลแก้ปัญหาต่าง ๆ ตลอดจนสามารถทำงานเป็นกลุ่มและอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังนั้น หลักสูตรการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์จะต้องได้รับการพัฒนาและปรับปรุงอย่างต่อเนื่อง ให้มีทั้งเนื้อหาและกระบวนการฝึกทักษะดังกล่าวที่เหมาะสมกับวุฒิภาวะของเยาวชน ทั้งนี้ เพื่อให้เยาวชนซึ่งเป็นทรัพยากรมนุษย์ที่มีความสำคัญยิ่งมีคุณภาพที่จะเป็นกำลังในการพัฒนาประเทศอย่างสืบเนื่องต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการเป็นสถาบันของรัฐ มีหน้าที่สำคัญประการหนึ่งคือ การปรับปรุงหลักสูตร การจัดทำหนังสือเรียน คู่มือครู การออกแบบและสร้างอุปกรณ์ประกอบการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำเทคโนโลยีใหม่ ๆ ด้านวิธีสอน วิธีวัดและประเมินผลมาใช้ในการศึกษา เพื่อช่วยให้การเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

เอกสารเล่มนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการพัฒนาปรับปรุงหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ในการจัดทำเอกสารนี้ สถาบันฯ ได้รับความร่วมมือจากคณาจารย์และผู้ทรงคุณวุฒิจากมหาวิทยาลัย วิทยาลัย หน่วยศึกษานิเทศก์ โรงเรียน และสถาบันอื่น ๆ ทั้งภาครัฐบาลและเอกชน สถาบันฯ จึงขอถือโอกาสนี้ขอบคุณทุกท่านที่ได้ให้ความร่วมมือและให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ

สถาบันฯ หวังว่า งานการปรับปรุงหลักสูตรนี้ จะก่อประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ อันเป็นรากฐานสำคัญของการพัฒนาทรัพยากรณ์มนุษย์ พร้อมกันนี้ สถาบันฯ ขอความร่วมมือจากผู้ใช้เอกสารนี้ได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรต่อไป

(นายเฉลียว มณีเลิศ)
ผู้อำนวยการ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คำชี้แจง

หลักสูตรวิชาฟิสิกส์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมิได้มุ่งเพื่อเตรียมนักเรียนทุกคนที่เรียนให้เป็นนักฟิสิกส์ในอนาคต แต่มุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้สำรวจความสามารถ ความถนัด และความสนใจของตัวนักเรียนเองเพื่อตัดสินใจเลือกว่าจะมุ่งศึกษาต่อไปในสายวิทยาศาสตร์ดีหรือไม่ โดยหลักสูตรนี้จะให้ความรู้พื้นฐานและประสบการณ์เชิงทดลองที่เพียงพอต่อการศึกษาในระดับสูงต่อไป ไม่ว่าจะศึกษาด้วยตนเองหรือศึกษาในสถาบันขั้นสูงขึ้นก็ตาม

ปริมาณเนื้อหาที่เสนอแนะไว้ในหลักสูตร คำนึงถึงความสามารถของนักเรียนระดับปานกลางทั่วประเทศที่ควรจะเรียนรู้ได้ภายในช่วงเวลาที่หลักสูตรกำหนดไว้ โดยมุ่งหวังว่า นักเรียนที่มุ่งศึกษาต่อสาขาทางวิทยาศาสตร์ (ซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นสาขาฟิสิกส์) ในระดับสูงขึ้นไป ควรสามารถเรียนรายวิชาตามหลักสูตรนี้ได้ครบทุกรายวิชา เพราะความรู้ฟิสิกส์พื้นฐานเหล่านี้จะเป็นประโยชน์อย่างมากต่องานวิทยาศาสตร์สาขาอื่น ๆ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถสูงหรือมีความสามารถพิเศษก็อาจศึกษาเนื้อหาที่สนใจเพิ่มเติมได้จากหนังสือฟิสิกส์ระดับมหาวิทยาลัย

ด้วยเหตุผลข้างต้นการจัดเรียงลำดับเนื้อหาและกิจกรรมที่เสนอแนะไว้ในหลักสูตรจึงคำนึงถึงความพร้อมของนักเรียนในเชิงประสบการณ์พื้นฐานและระดับวุฒิภาวะ โดยในรายวิชาแรกคือ ว 421 ซึ่งนักเรียนควรเรียนในภาคแรกของชั้น ม. 4 นั้น จะแนะนำให้นักเรียนทราบและเข้าใจถึงการได้มาซึ่งความรู้ทางวิทยาศาสตร์ ภาพรวมของวิชาฟิสิกส์ แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการวัดและการแปลความหมายข้อมูล หลังจากนั้นจึงเริ่มเรียนเนื้อหาวิชาฟิสิกส์โดยเน้นการเริ่มศึกษาสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน นั่นคือ ศึกษาจากปรากฏการณ์เชิงการสาธิตหรือการทดลอง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่อยู่ในรูปความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรมมากกว่า ส่วนเนื้อหาที่เป็นแนวคิดเชิงนามธรรมจะเน้นเพิ่มขึ้นตามระดับชั้นเรียน นั่นคือ ความซับซ้อนจะมีมากขึ้น ตั้งแต่รายวิชา ว 021 ว 022 ว 023 ว 024 จนถึง ว 025 ดังนั้นการจัดเรียงเนื้อหาและกิจกรรมในหลักสูตรวิชาฟิสิกส์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายนี้จะแตกต่างจากการจัดเรียงเนื้อหาในหนังสือวิชาฟิสิกส์ทั่วไปที่จัดเรียงตามแขนงของวิชาฟิสิกส์ (ซึ่งมักเริ่มต้นจากแขนงกลศาสตร์ ที่จัดได้ว่ายากที่สุดและขอบข่ายเนื้อหากว้างขวางที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับแขนงอื่น ๆ) โดยไม่ได้คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน

ประสบการณ์สำคัญอีกประการหนึ่งที่นักเรียนจะมีโอกาสได้รับจากหลักสูตรนี้ก็คือประสบการณ์เชิงการทดลอง ซึ่งนักเรียนจะได้ฝึกและทำความเข้าใจกับทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ที่จำเป็นต่อการศึกษาค้นคว้าหรือแก้ปัญหาเชิงปฏิบัติ นักเรียนจะได้ฝึกทั้งด้านความคิดและด้านลงมือปฏิบัติจริง โดยฝึกเชื่อมโยงความรู้ภาคทฤษฎีเข้ากับสถานการณ์จริงเชิงการปฏิบัติทดลอง มิใช่ฝึกแต่เพียงการแก้ปัญหาโจทย์ด้วยการเขียนตอบหรือคิดคำนวณเท่านั้น ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุ

ความมุ่งหวังของหลักสูตรระดับนี้ที่ต้องการให้นักเรียนสามารถ **คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาได้** ทั้งในเชิงข้อเขียนและเชิงปฏิบัติการ

เพื่อให้นักเรียนตระหนักในคุณค่าของความรู้วิชาฟิสิกส์ หลักสูตรนี้เน้นการสอดแทรกความรู้ทางฟิสิกส์ประยุกต์ที่เป็นเทคโนโลยีใหม่ ๆ เข้าในทุก ๆ ส่วนของเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง แต่ในส่วนที่เป็นเทคโนโลยีนี้ นักเรียนต้องยอมรับว่า รายละเอียดที่แสดงไว้ในหนังสือเรียนตามหลักสูตรนี้เป็นเพียงตัวอย่างบางส่วนเท่านั้น โดยหลักสูตรนี้มุ่งแต่เพียงให้แนวคิดกว้าง ๆ เชิงการประยุกต์ใช้ความรู้วิชาฟิสิกส์เท่านั้น ส่วนรายละเอียดของแต่ละเทคโนโลยีที่ลึกซึ้งกว่านี้นักเรียนที่สนใจจะค้นคว้าศึกษาเพิ่มเติมได้จากตำราเล่มอื่น ๆ

การเรียนวิชาฟิสิกส์ตามหลักสูตรนี้ให้ได้ผลดีควรเริ่มศึกษาจากรายวิชา ว 421 ก่อน แล้วศึกษารายวิชา ว 021 ว 022 ว 023 ว 024 และ ว 025 ต่อมาตามลำดับ โดยใช้ระยะเวลาศึกษาตามที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนดถ้านักเรียนเรียนในชั้นเรียนตามระบบโรงเรียน แต่ถ้าศึกษาด้วยตนเองนักเรียนที่มีความสนใจและมีความสามารถสูงอาจทำความเข้าใจเนื้อหาทั้ง 6 เล่มได้ภายในระยะเวลาสั้น ซึ่งขึ้นกับความแตกต่างระหว่างบุคคล การทำความเข้าใจแต่ละหัวข้อควรอ่านคำอธิบายโดยละเอียด ไม่ควรอ่านข้ามตอนเพราะจะทำให้ความเข้าใจในเรื่องนั้นขาดตกบกพร่องไป ซึ่งจะทำให้รู้สึกว่าฟิสิกส์เป็นวิชายาก เพราะแนวคิดพื้นฐานที่ต่อเนื่องกันขาดหายไปเป็นบางส่วน

คณะกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิชาฟิสิกส์นี้ หวังว่าหนังสือเรียนชุดนี้จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานวิชาฟิสิกส์ที่เพียงพอต่อการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และเพียงพอที่จะใช้ในการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองต่อไป รวมทั้งสามารถใช้ในการศึกษาต่อในระดับการศึกษาสูงขึ้นอีกด้วย อย่างไรก็ตามหากพบว่ามีส่วนใดควรปรับปรุงแก้ไข กรุณาเสนอแนะมาให้ทราบด้วยจะเป็นพระคุณยิ่ง คณะกรรมการจะได้นำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ในการพิจารณาปรับปรุงแก้ไขแบบเรียนในครั้งต่อ ๆ ไป

(นายชุมพล พัฒนสุวรรณ)
รักษาการหัวหน้าสาขาวิชาฟิสิกส์
กันยายน 2534

สารบัญ

หน้า

บทที่ 8 สมดุลกล 1

8.1 สมดุลกล 3

8.2 สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง 5

กิจกรรม 8.1 สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง 6

8.3 การหาแรงลัพธ์ และการรวมเวกเตอร์โดยวิธีสร้างรูป 11

8.4 การแยกแรงและการหาแรงลัพท์ โดยวิธีคำนวณ 18

8.5 แรงเสียดทาน 25

กิจกรรม 8.2 แรงเสียดทาน 25

การทดลอง 8.1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 27

8.6 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วง 35

8.7 สมดุลต่อการหมุน 38

การทดลอง 8.2 สมดุลของแรงขนาน 39

8.8 สมดุลสัมบูรณ์ 46

8.9 เสถียรภาพของสมดุล 57

8.10 การนำหลักการของสมดุลไปประยุกต์ 60

แบบฝึกหัดบทที่ 8 72

บทที่ 9 งานและพลังงาน 85

9.1 งาน 87

9.2 การหางานด้วยวิธีคำนวณจากพื้นที่ใต้กราฟ 92

9.3 กำลัง 94

9.4 พลังงาน 96

9.5 พลังงานจลน์ 97

การทดลอง 9.1 ความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์ 97

9.6 พลังงานศักย์ 103

9.6.1 พลังงานศักย์โน้มถ่วง 104

9.6.2 พลังงานศักย์ยืดหยุ่น 108

การทดลอง 9.2 ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริง กับระยะทางที่สปริงยืดออก 109

หน้า

9.7 กฎการอนุรักษ์พลังงาน 112
การทดลอง 9.3 ผลรวมของพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์ของวัตถุ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ เมื่อวัตถุตกแบบเสรี 112
9.8 การใช้พลังงาน 117
9.9 เครื่องกล 119
9.9.1 ประสิทธิภาพของเครื่องกลและเครื่องใช้ไฟฟ้า 119
9.9.2 หลักการของงาน 120
แบบฝึกหัดบทที่ 9 126
บทที่ 10 การชนและโมเมนตัม 135
10.1 โมเมนตัมคืออะไร 137
10.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม 140
10.3 การดลและแรงดล 142
10.4 การชน 149
10.4.1 การชนในแนวตรง 150
การทดลอง 10.1 การชนของวัตถุในแนวตรง 151
การทดลอง 10.2 การดีดตัวแยกจากกันของวัตถุในแนวตรง 158
10.4.2 การชนในสองมิติ 162
การทดลอง 10.3 การชนของลูกกลมโลหะในสองมิติ 162
10.5 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตันและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม 169
แบบฝึกหัดบทที่ 10 181
ผ 1 ระบบหน่วยระหว่างชาติ 191
ผ 2 ค่าคงตัวหลักมูลบางค่า 201
ผ 3 ตารางเลขกำลังสอง รากที่สองและส่วนกลับ 202
ผ 4 ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ 204
ผ 5 คำตอบแบบฝึกหัดท้ายบท 207
ผ 6 คำศัพท์ในหนังสือเรียนฟิสิกส์ เล่ม 3 211

บทที่ 8

สมดุลกล

ในบทที่ 7 เราได้ศึกษาเกี่ยวกับแรง มวล และกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ทำให้ได้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ นอกจากนั้นยังได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนเวกเตอร์แทนแรง และการรวมแรงใน 1 มิติ รวมทั้งการใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันทั้งสามข้ออธิบาย การเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวตรง ในบทนี้จะศึกษาต่อไปถึงการใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันไปอธิบายในเรื่องสมดุลของวัตถุ ซึ่งนอกจากจะใช้ความรู้เดิมเกี่ยวกับการเขียนเวกเตอร์แทนแรงและการรวมแรงในหนึ่งมิติแล้ว จะได้ศึกษาต่อไปถึงการรวมแรงในสองมิติ แรงเสียดทาน โมเมนต์ของแรงกับการหมุนและเรื่องอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสมดุล การนำหลักการสมดุลไปใช้ในการหาแรงกระทำต่อส่วนต่าง ๆ ในโครงสร้างของสิ่งก่อสร้างหรือเครื่องมือกลบางชนิด เป็นต้น ความหมายของสมดุลกลจะเป็นอย่างไร เกี่ยวข้องกับปริมาณใดบ้าง จะได้ศึกษาต่อไป

8.1 สมดุลกล

จากการศึกษากฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน เราได้ทราบว่า ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ วัตถุจะคงสภาพอยู่นิ่งหรือสภาพเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ซึ่งเรียกว่า วัตถุไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ การที่วัตถุไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่เช่นนี้เราเรียกว่า ***สมดุลกล***[1] หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ***สมดุล*** ซึ่งสามารถจำแนกได้เป็นสมดุลสถิตและสมดุลจลน์

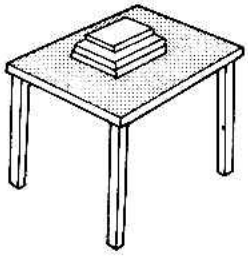
สมดุลสถิต เป็นสมดุลของวัตถุที่อยู่นิ่ง เช่น หนังสือวางอยู่นิ่งบนพื้นโต๊ะ เสาไฟฟ้า ปั่นจั่น นั่งร้าน ที่ติดตั้งให้คงสภาพอยู่นิ่งโดยไม่ล้มหรือพังลงมา เป็นต้น

---

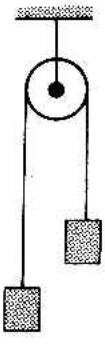
[1] อ่านว่า สะมะดุนกน ตรงกับภาษาอังกฤษว่า mechanical equilibrium

สมดุลจลน์ เป็นสมดุลของวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เช่น รถยนต์แล่นไปตามถนนตรงด้วยความเร็วคงตัว แท่งไม้ไถลลงตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว ลิฟต์บรรทุกคนหรือสิ่งของเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงด้วยความเร็วคงตัว เป็นต้น นอกจากนี้สมดุลจลน์ยังรวมถึงสมดุลของวัตถุที่เคลื่อนที่โดยไม่เปลี่ยนสภาพการหมุนด้วย เช่น รอก กว้าน ล้อ ที่หมุนรอบแกนซึ่งวางตัวในแนวเดิมด้วย***อัตราการหมุน***[1] คงตัว สมดุลที่ไม่เปลี่ยนสภาพการหมุนนี้เป็นสมดุลที่เกี่ยวข้องกับการหมุนของวัตถุ ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันเพียงอย่างเดียว การอธิบายจะเกี่ยวข้องกับอะไรบ้าง จะได้ศึกษาต่อไป

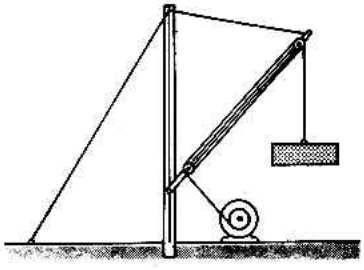
ก.



หนังสือวางบนโต๊ะ



เชือกผูกวัตถุคล้องรอกและวัตถุอยู่นิ่ง

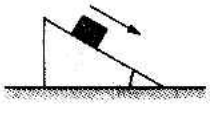


ปั้นจั่น

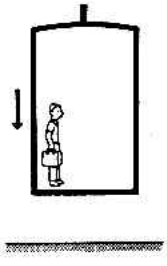
คนยืนนิ่งบนบันได

ข.

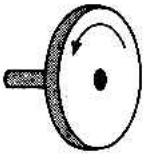
รถยนต์กำลังวิ่ง



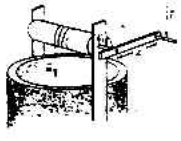
แท่งไม้ไถลลง



ลิฟต์เคลื่อนที่ลง



ล้อหมุน



กว้านหมุน

รูป 8.1 วัตถุอยู่ในสมดุลกล

---

[1] อัตราการหมุน = จำนวนรอบ/เวลา ซึ่งในการศึกษาเรื่องการเคลื่อนที่แบบหมุน ปริมาณนี้จะบอกให้ทราบถึงความเร็วในการหมุนของวัตถุ วัตถุที่หมุนเร็วจะได้จำนวนรอบ/เวลามีค่ามาก แสดงว่ามีอัตราการหมุนมาก นั่นคือ วัตถุหมุนด้วยอัตราการหมุนคงตัว หมายถึงวัตถุหมุนได้จำนวนรอบ/เวลาเท่าเดิม

☐ *สมดุลของวัตถุจำเป็นหรือไม่ที่วัตถุต้องอยู่นิ่ง*

☐ *คนโดดร่มจากเครื่องบินสู่พื้นดินอย่างปลอดภัย เกี่ยวข้องกับสมดุลหรือไม่ อย่างไร*

8.2 สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง

เราได้ทราบแล้วว่า สมดุลของวัตถุจำแนกได้เป็นสมดุลสถิตและสมดุลจลน์ ซึ่งเป็นการจำแนกตามสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งบอกให้ทราบว่าเป็นสมดุลของวัตถุที่อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุ ในกรณี***วัตถุแข็งเกร็ง***[1]จะพบว่า วัตถุมีการเคลื่อนที่ได้ทั้งแบบเลื่อนที่และแบบหมุน

ถ้าวัตถุที่ไม่เปลี่ยนสภาพการเลื่อนตำแหน่ง คือ วัตถุอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เรียกว่า ***สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง*** ถ้าวัตถุไม่เปลี่ยนสภาพการหมุน อัตราการหมุนคงตัวเรียกว่า ***สมดุลต่อการหมุน***

---

[1] ในบทที่ 6 และบทที่ 7 เราได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยพิจารณาวัตถุในลักษณะเป็นจุดมวล (point mass) ในบทที่ 8 นี้ เราจะเริ่มพิจารณาวัตถุในลักษณะที่เป็นรูปทรงที่มีขนาดคงตัว ซึ่งเรียกว่า วัตถุแข็งเกร็ง (rigid body) วัตถุแข็งเกร็งเกิดจากจุดมวลจำนวนมากมารวมยึดเกาะกันด้วยพันธะบางชนิด ทำให้เกิดเป็นระบบอนุภาคขนาดใหญ่ที่มีระยะระหว่างอนุภาคคงตัว ดังนั้นรูปทรงภายนอกของระบบจึงไม่เปลี่ยนแปลง สำหรับแต่ละวัตถุแข็งเกร็งจะมีจุดเฉพาะจุดหนึ่งที่เรียกว่า ศูนย์กลางมวล (center of mass) ซึ่งเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุแข็งเกร็งนั้นโดยแนวแรงผ่านศูนย์กลางมวลแล้วจะทำให้วัตถุแข็งเกร็งเลื่อนตำแหน่ง (translation) โดยไม่เกิดการหมุน (rotation)

คำถาม 8.1 จากตัวอย่างสมดุลของวัตถุดังแสดงในรูป 8.1 วัตถุใดบ้างที่อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง และ วัตถุใดบ้างที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน

คำถาม 8.2 (ก) วัตถุซึ่งหมุนรอบแกนหมุนที่อยู่กับที่ ถือว่าอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งหรือไม่

(ข) มีวัตถุที่สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งและสมดุลต่อการหมุนพร้อมกันหรือไม่ ถ้ามีจงยกตัวอย่าง

(ค) วัตถุที่สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งและสมดุลต่อการหมุนพร้อมกันจำเป็นหรือไม่ที่จะต้องอยู่นิ่ง ถ้าไม่จำเป็นจงยกตัวอย่าง

จากความหมายที่ทราบข้างต้น จะเห็นว่าสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน กล่าวคือ เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง เราใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันอธิบายได้ว่าเป็นเพราะแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์นั่นคือ ถ้ามีแรงต่างๆ กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง แรงลัพธ์ของแรงเหล่านั้นมีค่าเป็นศูนย์ เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง ซึ่งจะได้ศึกษาจากกิจกรรม 8.1

กิจกรรม 8.1 สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง

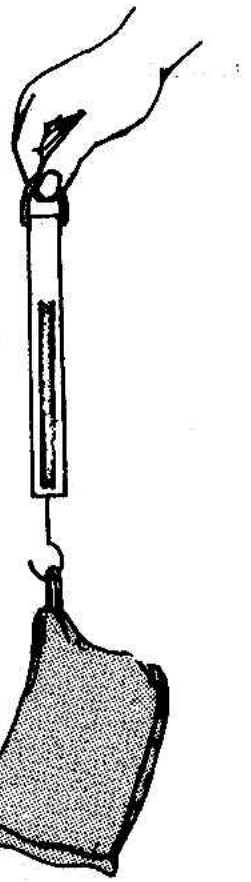
จุดประสงค์ เพื่อศึกษาแรงกระทำต่อวัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งและเงื่อนไขที่เกี่ยวข้อง

วิธีทำ ใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวถุงทรายแล้วถือให้อยู่นิ่งดังรูป 8.2 อ่านค่าจากเครื่องชั่ง

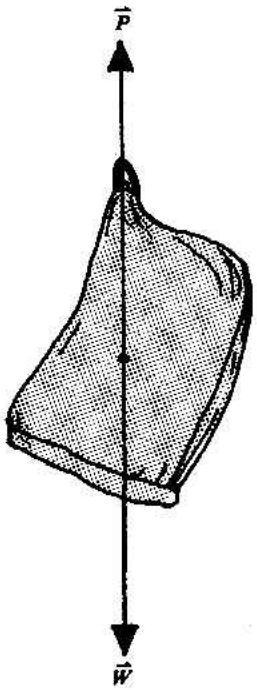
สปริงและบันทึกผล ต่อไปดึงเครื่องชั่งสปริงขึ้นอย่างช้าๆ ด้วยความเร็วคงตัวพร้อมอ่านค่าแรงดึงจากเครื่องชั่งสปริงบันทึกไว้ และดึงเครื่องชั่งสปริงให้ถุงทรายเคลื่อนที่ลงช้าๆ ด้วยความเร็วคงตัวพร้อมทั้งอ่านค่าแรงดึงจากเครื่องชั่งสปริงและบันทึกไว้อีก

- ☐ *ขณะถุงทรายอยู่นิ่ง แรงลัพธ์ที่กระทำต่อถุงทรายมีค่าเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด*
- ☐ *แรงลัพธ์ที่กระทำต่อถุงทรายเมื่อถุงทรายเคลื่อนที่ขึ้น-ลงช้าๆ มีค่าเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด*

จากการทำกิจกรรมข้างต้น จะพิจารณาได้ว่าแรงที่กระทำกับถุงทรายมีสองแรง ได้แก่ แรง $\vec{P}$ เนื่องจากเครื่องชั่งสปริงดึงถุงทรายและแรง $\vec{W}$ เนื่องจากน้ำหนักถุงทรายดังรูป 8.3



รูป 8.2 การถือเครื่องชั่งสปริงซึ่งเกี่ยวถุงทราย

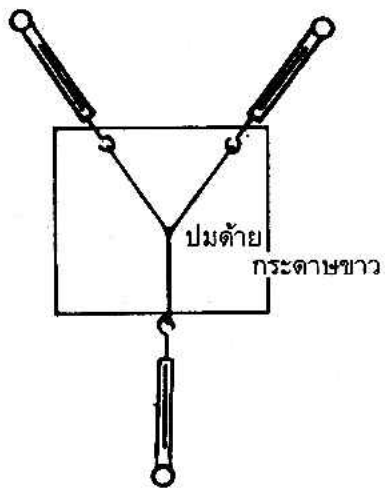


รูป 8.3 แสดงแรง $\vec{P}$ และ $\vec{W}$

จากการทำกิจกรรม เราสามารถกล่าวได้ว่า เมื่อใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวถุงทรายให้อยู่นิ่ง และเมื่อถุงทรายเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงอย่างช้าๆ ค่าที่อ่านได้จากเครื่องชั่งสปริงเท่ากับน้ำหนักถุงทราย แสดงว่าแรงลัพธ์กระทำกับถุงทรายมีค่าเป็นศูนย์ ทั้งนี้เพราะเมื่อใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวถุงทรายให้เคลื่อนที่ขึ้น-ลงช้าๆ ความเร็วในการเคลื่อนที่มีค่าคงตัว แรงลัพธ์ที่กระทำกับถุงทรายมีค่าเป็นศูนย์ สมดุลในลักษณะดังกล่าวนี้เป็นสมดุลเนื่องจากแรงกระทำกับวัตถุโดยไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ นั่นคือเป็น ***สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง***

สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งดังกล่าว เป็นสมดุลของแรงสองแรง จะเห็นว่าเรายังใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาแรงลัพธ์ในหนึ่งมิติ ช่วยพิจารณาได้ ต่อไปจะศึกษากรณีเมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุมากกว่าสองแรง โดยแนวแรงไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน และวัตถุยังคงอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง

ถ้านำปลายหนึ่งของเส้นด้ายสามเส้นมาผูกรวมกันเป็นปม ส่วนปลายที่เหลือทำเป็นห่วง ใช้เครื่องชั่งสปริงสามอันเกี่ยวห่วงแล้วดึงให้ปมด้ายอยู่นิ่งเหนือแผ่นกระดาษขาว และเส้นด้ายทั้งสามอยู่ในแนวระดับ ดังรูป 8.4 บันทึกขนาดแรงทั้งสามที่อ่านได้จากเครื่องชั่งสปริง พร้อมทั้งเขียนแนวแรงทั้งสาม โดยลากเส้นตรงตามแนวเส้นด้ายบนกระดาษขาว และใส่ลูกศรมีทิศออกจากปมด้าย เพื่อแสดงทิศของแรง



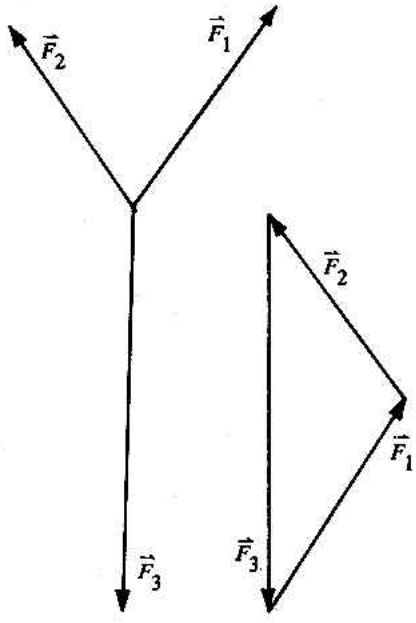
รูป 8.4 แสดงแนวแรงดึงในเส้นด้ายที่ผูกเป็นปม

- ☐ *ขณะปมด้ายอยู่นิ่ง แรงลัพธ์ที่กระทำต่อปมด้ายมีค่าอย่างไร*
- ☐ *ถ้าเขียนเวกเตอร์แทนแรงทั้งสาม โดยกำหนดมาตราส่วนให้ความยาวของเวกเตอร์แทนขนาดของแรง และเขียนให้หางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งจนครบ จะได้ภาพมีลักษณะเป็นอย่างไร*

การดึงเครื่องชั่งสปริงให้ปมด้ายอยู่นิ่งดังกล่าว แสดงว่าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อปมด้ายมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งสรุปได้ว่า ผลรวมของแรงทั้งสามที่กระทำกับปมด้ายมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ ถ้าให้ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ เป็นแรงกระทำกับปมด้าย ที่อ่านค่าได้จากเครื่องชั่งสปริง 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จะเขียนได้ว่า

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

ซึ่งพิจารณาได้ว่าถ้านำเวกเตอร์แทนแรงทั้งสามมาเขียนต่อกัน ให้ความยาวของเวกเตอร์เป็นไปตามมาตราส่วนที่กำหนดไว้ และให้หางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งจนครบ หัวเวกเตอร์สุดท้ายจะมาพบหางของเวกเตอร์แรกพอดี ซึ่งได้เป็นรูปสามเหลี่ยมปิด



รูป 8.6 สมดุลของแรงสามแรง

- ☐ *ถ้าผูกเชือกทั้งสามเส้นเข้ากับรูบนแผ่นกระดาษแข็งสามรู เอาเครื่องชั่งสปริงทั้งสามคล้องเข้ากับห่วงเชือกที่ผูกอยู่กับรูบนกระดาษแข็งอันละเส้น ออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงทั้งสามพร้อม ๆ กัน จนแผ่นกระดาษหยุดนิ่งเขียนต่อแนวแรงทั้งสามบนกระดาษแข็ง ผลจะเป็นอย่างไร*

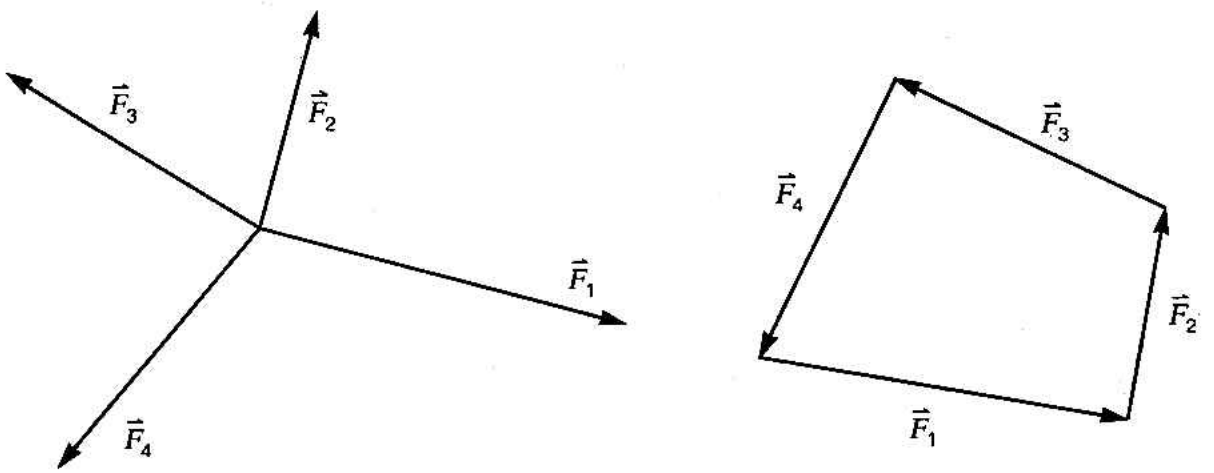
ในกรณีที่แรงทั้งสามแรงกระทำต่อวัตถุหนึ่งที่ตำแหน่งต่างๆ วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง เมื่อเขียนต่อแนวแรงทั้งสามออกไปจะพบกันที่จุดๆ หนึ่ง

ถ้ามีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุโดยทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง เรายังคงพิจารณาได้เช่นกันว่าแรงลัพธ์ของแรงเหล่านั้นมีค่าเป็นศูนย์ สรุปได้เป็น สมการ

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots \vec{F}_n = 0$$

หรือ
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.1)$$

ซึ่งกล่าวได้ว่า วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง แรงต่างๆ ที่กระทำต่อวัตถุจะยังคงสอดคล้องกับกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน โดยเป็นไปตามเงื่อนไข คือ ผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำต่อวัตถุต้องมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุอยู่ในสมดุลแล้ว ภาพเวกเตอร์แทนแรงซึ่งมีความยาวตามมาตราส่วนตามขนาดของแรง เมื่อนำมาเรียงต่อกันแบบหางต่อหัวจะต้องเป็นรูปเหลี่ยมปิด ดังตัวอย่างในรูป 8.6

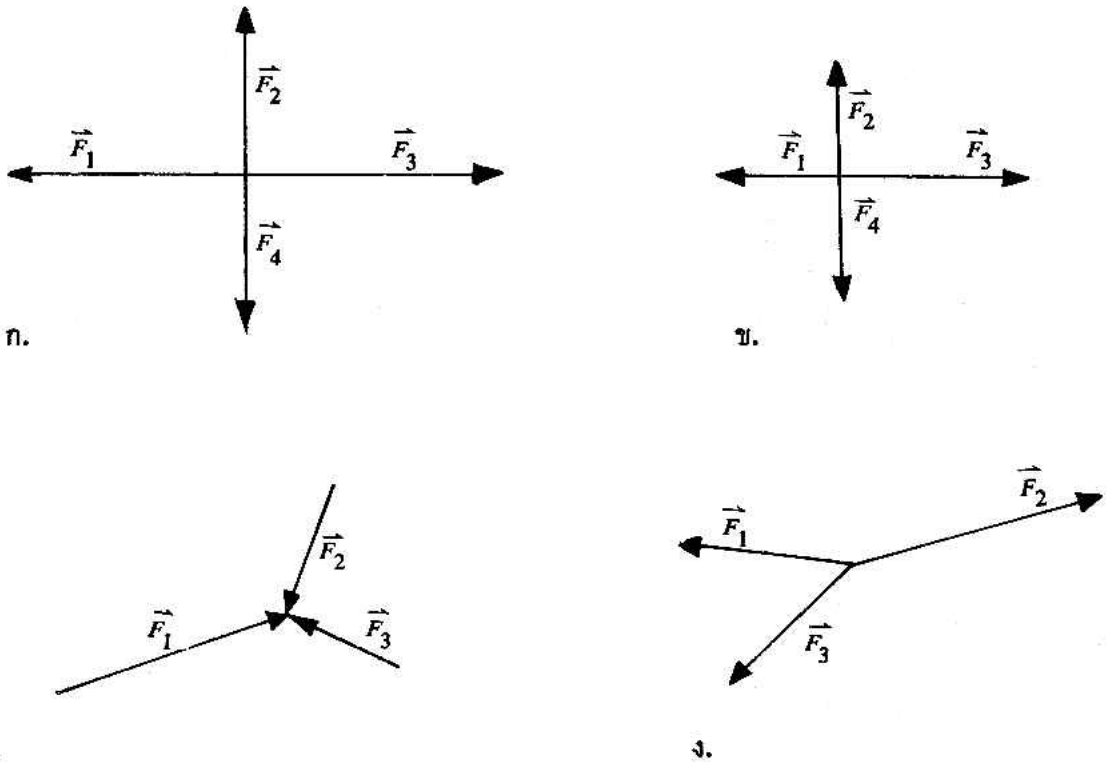


รูป 8.6 ภาพเวกเตอร์แทนแรงที่อยู่ในสมดุลเป็นรูปเหลี่ยมปิด

---

[1] สัญลักษณ์ "Σ" เป็นอักษรกรีก (อ่านว่า ซิกมา) เป็นสัญลักษณ์แทนการบวก โดยที่ $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ (อ่านการบวก $\vec{F}_i$ จาก i=1 ถึง n) หมายถึง $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots \vec{F}_n$

คำถาม 8.3 ภาพเวกเตอร์แทนแรงกระทำต่อวัตถุในรูปต่อไปนี้มีความยาวเป็นไปตามมาตราส่วนตามขนาดของแรง รูปใดที่ทำให้เกิดสมดุลของแรง

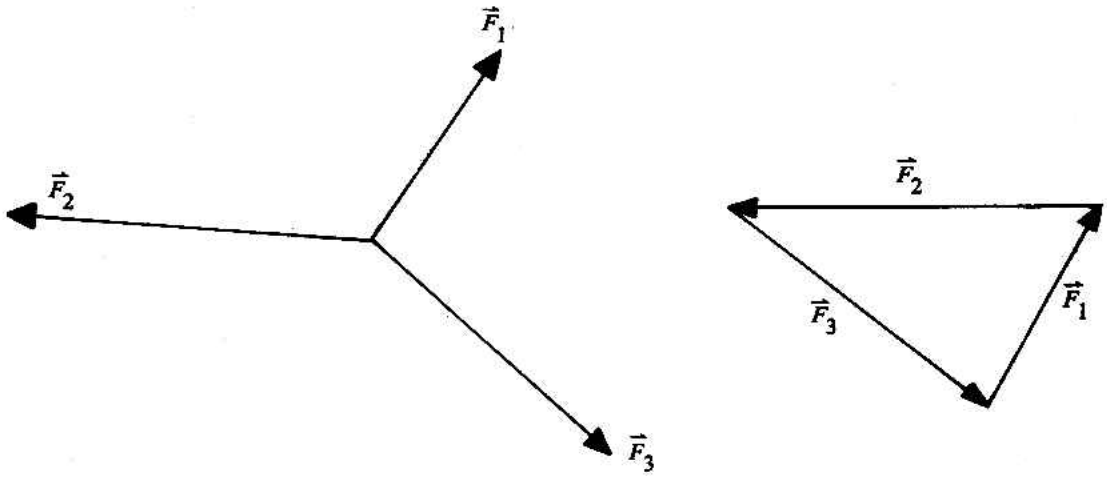


รูป 8.7 สำหรับคำถาม 8.3

8.3 การหาแรงลัพธ์ และการรวมเวกเตอร์โดยวิธีสร้างรูป

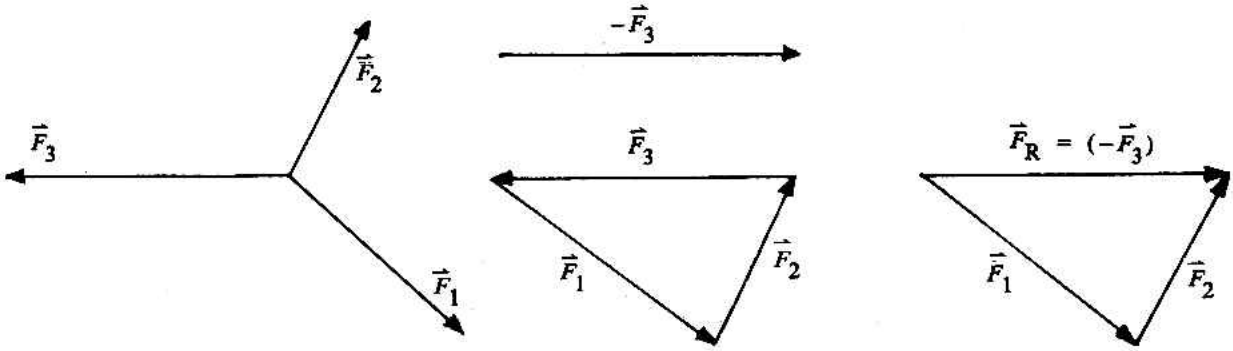
ในหัวข้อที่แล้ว ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างรูปแสดงการรวมเวกเตอร์แทนแรงแบบหางต่อหัว จะได้เป็นรูปเหลี่ยมปิด ถ้าแรงกระทำต่อวัตถุและอยู่ในสมดุล ในกรณีที่แรงลัพธ์ไม่เท่ากับศูนย์ จะมีวิธีการหาจากผลรวมของแรงทั้งหมดได้อย่างไร

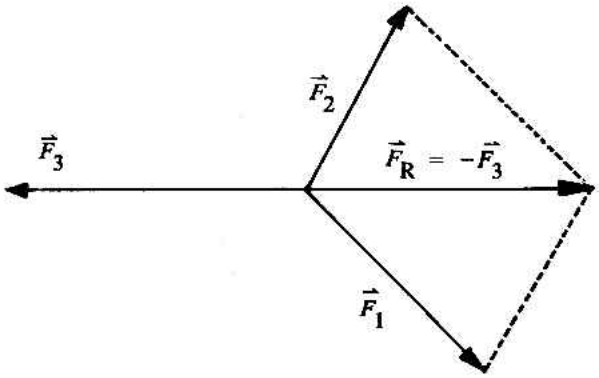
จากสถานการณ์ การใช้เครื่องชั่งสปริงสามอัน ดึงให้ปมด้ายอยู่นิ่งดังรูป 8.8



รูป 8.8 แรงสามแรงกระทำต่อวัตถุและอยู่ในสมดุล

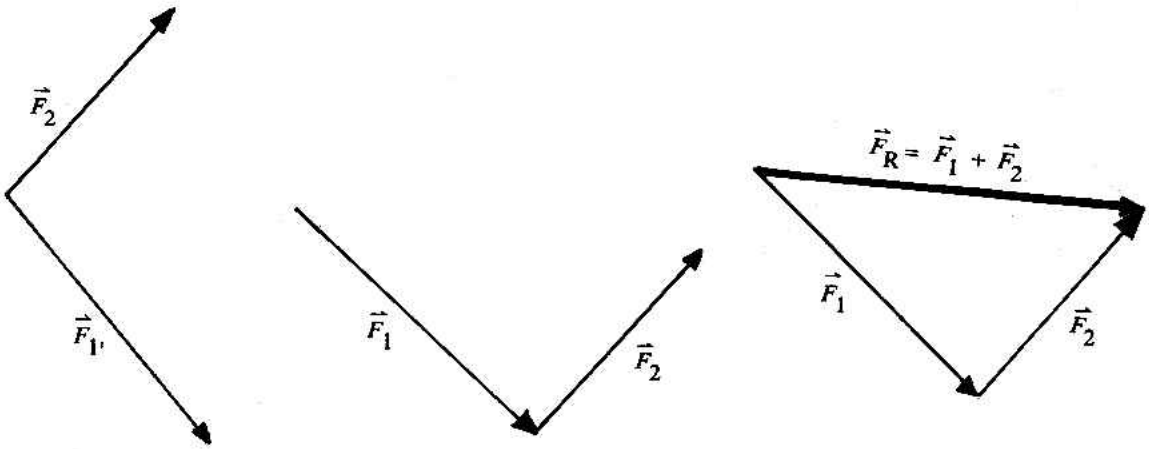
ผลรวมของแรงกระทำกับปมด้ายมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ ถ้าพิจารณาแรง $\vec{F}_1$ และแรง $\vec{F}_2$ กระทำต่อปมด้าย แรงลัพธ์ $\vec{F}_R$ ของแรงทั้งสองต้องมีขนาดเท่ากับแรง $\vec{F}_3$ อยู่ในแนวเดียวกัน แต่มีทิศตรงกันข้าม ดังรูป 8.9 จะได้ $\vec{F}_3 + \vec{F}_R = 0$ หรือ $\vec{F}_3 = -\vec{F}_R$





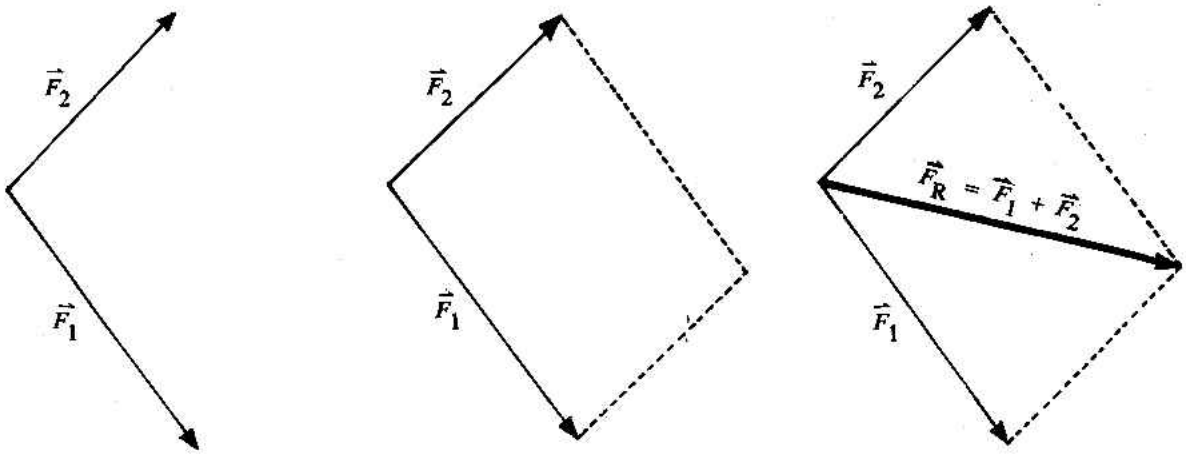
รูป 8.9 แรงลัพธ์ $\vec{F}_R$ ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$

โดยการสังเกตจากรูป 8.9 ถ้าพิจารณาเฉพาะแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ จะพบว่าสามารถใช้วิธีการสร้างรูปแสดงการรวมแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ เป็นแรงลัพธ์ $\vec{F}_R$ ได้ดังรูป 8.10 ซึ่งเป็นการหาแรงลัพธ์ด้วย***วิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยมปิด***



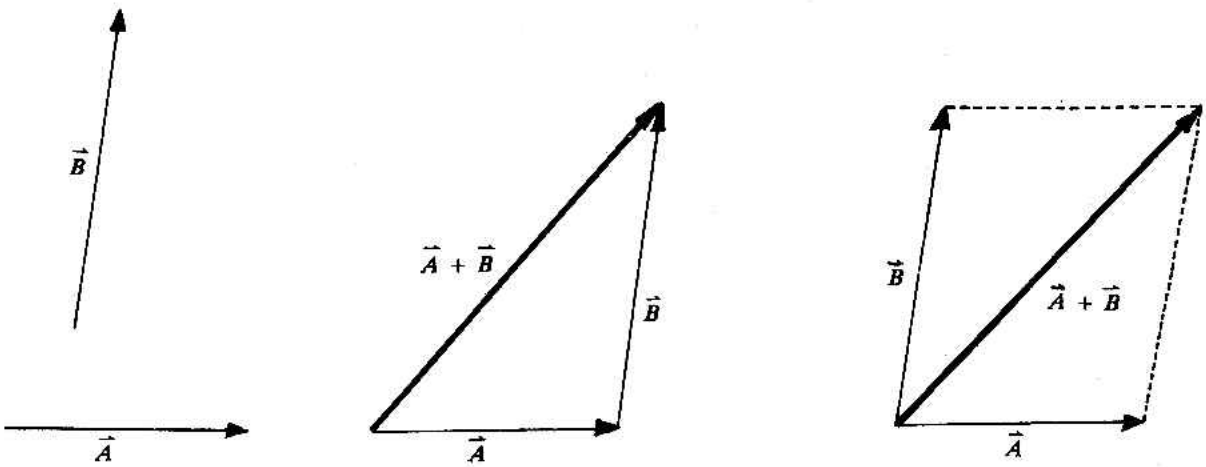
รูป 8.10 การหาแรงลัพธ์ด้วยวิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยมปิด

นอกจากนี้ ยังอาจหาแรงลัพธ์โดยใช้***วิธีสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานของแรง***ได้อีกด้วย ดังรูป 8.11



รูป 8.11 การหาแรงลัพธ์ด้วยวิธีสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานของแรง

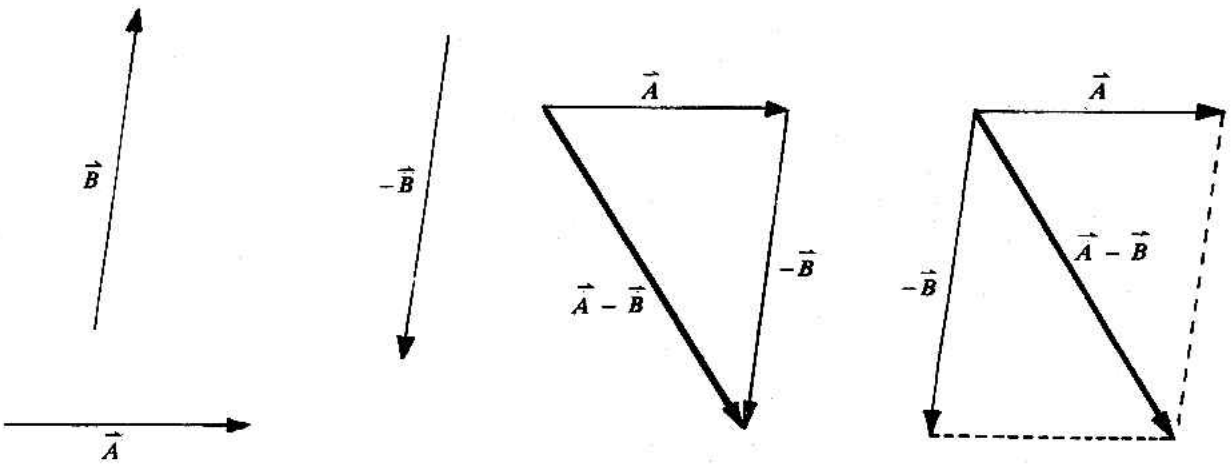
วิธีดังกล่าวเป็นวิธีการที่นำไปใช้หาแรงลัพธ์ของแรงสองแรงในสองมิติ สามารถนำไปใช้หาเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ใด ๆ ได้เช่นกัน



รูป 8.12 การสร้างรูปแสดงการรวมเวกเตอร์

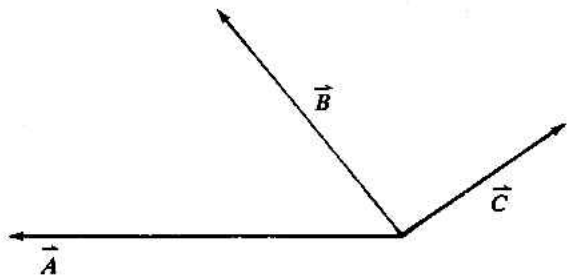
วิธีการรวมเวกเตอร์โดยวิธีสร้างรูปที่ได้กล่าวมาแล้ว นอกจากนำไปใช้หาเวกเตอร์ลัพธ์ของการรวมเวกเตอร์สองเวกเตอร์ ยังสามารถนำไปใช้พิสูจน์หาเวกเตอร์ลัพธ์ ของการลบเวกเตอร์ และการรวมเวกเตอร์หลายเวกเตอร์ได้อีกด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ากำหนดให้ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นเวกเตอร์ จะใช้วิธีสร้างรูปหาเวกเตอร์ลัพธ์ของ $\vec{A} - \vec{B}$ ด้วยวิธีการรวมเวกเตอร์ได้โดยเขียนเวกเตอร์ $-\vec{B}$ แล้วนำไปรวมกับ $\vec{A}$ ตามสมการ $\vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{A} - \vec{B}$ จะได้เวกเตอร์ลัพธ์ของ $\vec{A} - \vec{B}$ ดังรูป 8.13



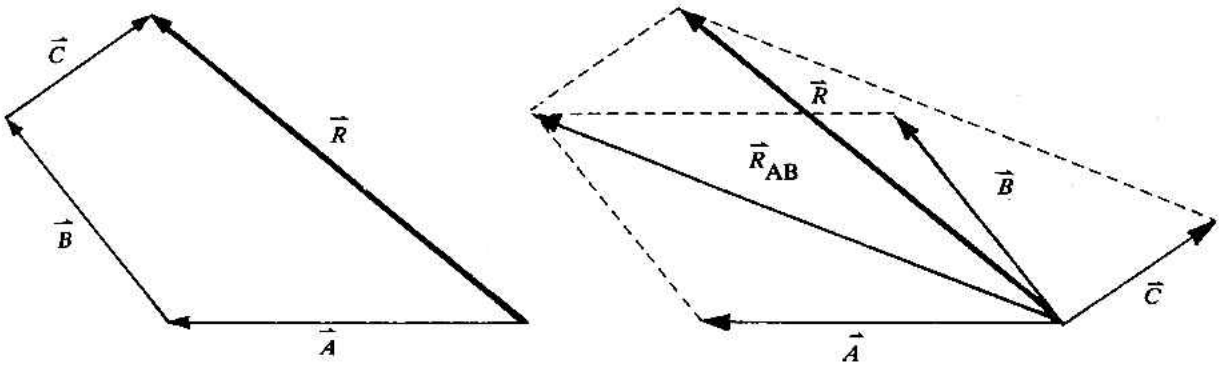
รูป 8.13 การสร้างรูปแสดงการลบเวกเตอร์

ถ้ากำหนดให้ $\vec{A}$, $\vec{B}$ และ $\vec{C}$ เป็นแรง 3 แรง กระทำต่อวัตถุ โดยแนวแรงทั้ง 3 อยู่ในระนาบเดียวกัน ดังรูป 8.14



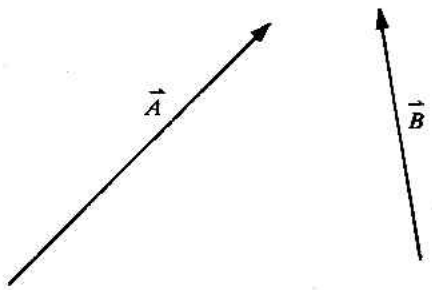
รูป 8.14 แรง $\vec{A}$, $\vec{B}$ และ $\vec{C}$ กระทำต่อวัตถุหนึ่ง

เราอาจหาแรงลัพธ์ของแรงทั้ง 3 ด้วยวิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยมปิด และวิธีสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยกำหนดมาตราส่วนความยาวเส้นตรง แทนขนาดและทิศของแรงให้เหมาะสม ดังรูป 8.15 ก. และ ข.



รูป 8.15 ก. ข. ขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ $\vec{R}$ ของแรงทั้ง 3 โดยการสร้างรูป

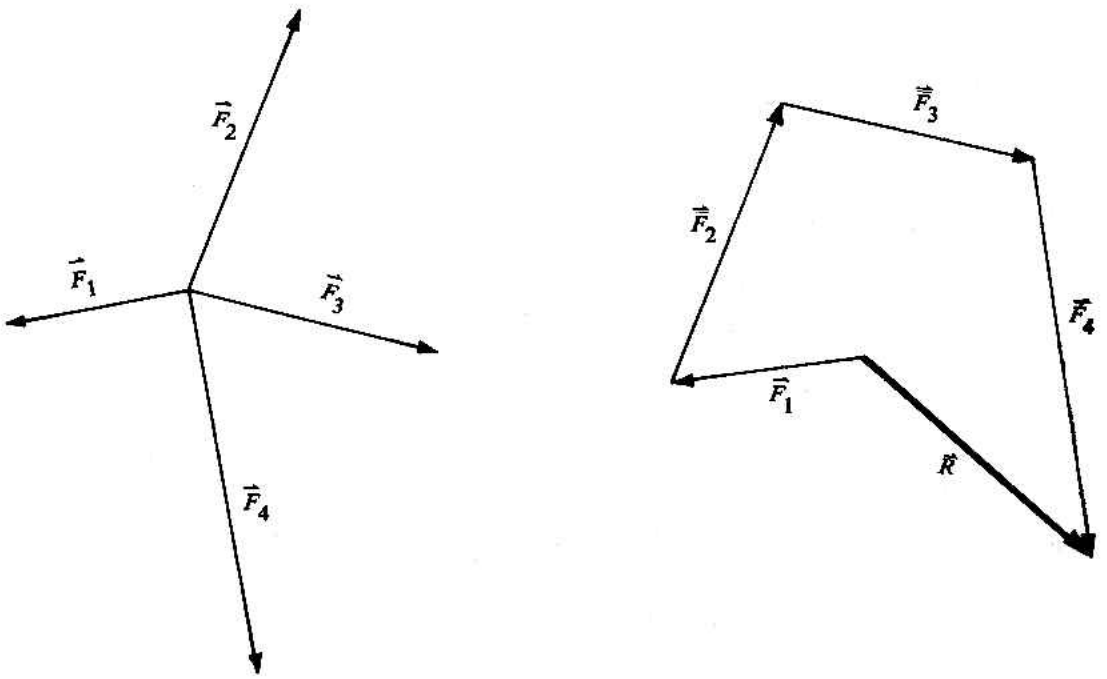
คำถาม 8.4 กำหนดให้ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ จงเขียนภาพแสดงวิธีหาเวกเตอร์ลัพธ์ของ $\vec{B} - \vec{A}$ และ $\vec{A} - \vec{B}$ และบอกด้วยว่าเวกเตอร์ลัพธ์ที่ได้นี้แตกต่างกันหรือไม่อย่างไร



ในการรวมเวกเตอร์หลายเวกเตอร์[1] เพื่อความสะดวกให้นำหางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งต่อเนื่องกันไปได้เช่นกัน ดังรูป 8.16 ซึ่งจะได้ผลรวมของเวกเตอร์ คือ $\vec{R}$ เป็นด้านปิดของรูปหลายเหลี่ยมและมีทิศพุ่งจากหางเวกเตอร์แรกสู่หัวเวกเตอร์สุดท้าย

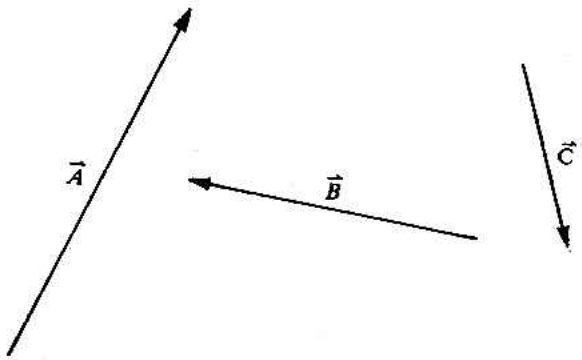
---

[1] นักเรียนควรตระหนักไว้ว่า การหาเวกเตอร์ของการรวมเวกเตอร์หลายเวกเตอร์นั้น ในทางคณิตศาสตร์สามารถหาได้ แต่ในทางฟิสิกส์ถ้าเวกเตอร์เหล่านั้นไม่เกี่ยวข้องกันอย่างถูกหลักการแล้ว เวกเตอร์ที่ได้จะไม่มีความหมายใด ๆ ทางฟิสิกส์ และไม่มีความสำคัญเลย เช่น การนำเอาแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยามารวมกันได้เท่ากับศูนย์ เป็นต้น ดังนั้น ก่อนที่จะนำเวกเตอร์ใด ๆ มารวมกัน พึงทำความเข้าใจกับความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ดังกล่าวให้ชัดเจนเพื่อจะได้สามารถอธิบายความหมายของผลรวมได้



รูป 8.16 การหาเวกเตอร์ลัพธ์ด้วยวิธีเขียนรูป โดยนำหางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งต่อเนื่องกันไป

คำถาม 8.5 กำหนดให้เวกเตอร์ $\vec{A}, \vec{B}$ และ $\vec{C}$ มีขนาดและทิศ ดังรูป

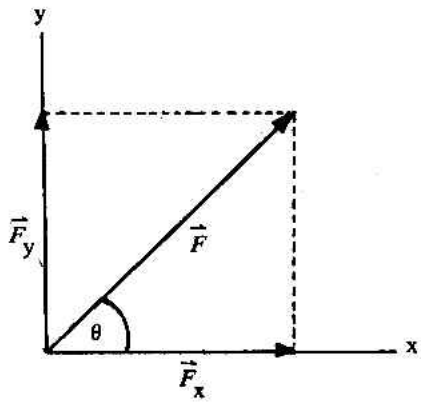


จงแสดงการหาเวกเตอร์ลัพธ์ของ $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$, $\vec{B}+\vec{C}+\vec{A}$, $\vec{C}+\vec{A}+\vec{B}$ โดยวิธีหางต่อหัว เวกเตอร์ลัพธ์ที่ได้มีขนาดและทิศเป็นอย่างไร

8.4 การแยกแรงและการหาแรงลัพธ์โดยวิธีคำนวณ

จากการที่แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์และสามารถรวมแรงหลายแรงที่กระทำต่อจุดเดียวกันให้เป็นแรงลัพธ์แรงเดียวได้ เราจึงพิจารณาได้ว่าแรงหนึ่งแรง เช่น แรง $\vec{F}$ เป็นผลรวมของแรงสองแรง หรือมากกว่าได้ ซึ่งการคิดเช่นนี้เรียกว่า ***เป็นการแยกแรง*** โดยแรงแต่ละแรงที่มารวมกันเป็นแรง $\vec{F}$ นั้นเรียกว่า ***แรงองค์ประกอบของแรง*** $\vec{F}$ หรือเรียกสั้น ๆ ว่า แรงองค์ประกอบ

การแยกแรง $\vec{F}$ อาจแยกเป็นแรงองค์ประกอบในทิศต่าง ๆ ได้ แต่ในที่นี้ใช้วิธีแยกแรง $\vec{F}$ เป็นแรงองค์ประกอบ 2 แรง ที่ตั้งฉากกันตามทิศที่กำหนด เช่น แยกแรง $\vec{F}$ ซึ่งทำมุม θ กับแกน x ออกเป็นแรง $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ในทิศตามแนวแกน x และแกน y ตามลำดับ ดังรูป 8.17



รูป 8.17 การแยกแรง $\vec{F}$ เป็นแรงองค์ประกอบ 2 แรง ที่ตั้งฉากกัน

ดังนั้นจะได้ $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$

พิจารณาจากรูป 8.17 จากความรู้ดณิตศาสตร์เขียนได้ว่า

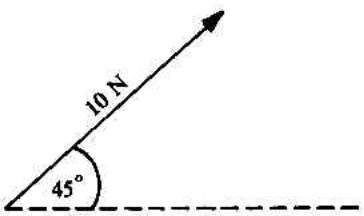
$$\frac{F_x}{F} = \cos\theta \quad \text{และ} \quad \frac{F_y}{F} = \sin\theta$$

$$F_x = F\cos\theta \quad \text{และ} \quad F_y = F\sin\theta$$

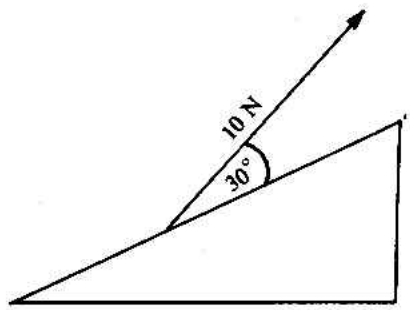
หาขนาดของแรง $\vec{F}$ และมุม θ ซึ่งบอกทิศทางของแรง $\vec{F}$ ได้จาก

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \text{และ} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

คำถาม 8.6 แรง 10 นิวตัน ทำมุม 45° และ 30° กับพื้นราบและพื้นเอียงดังรูป 8.18 ก. ข. จงหาขนาดของแรงองค์ประกอบของแรง 10 นิวตันในแนวขนานกับพื้นและในแนวตั้งฉากกับพื้น



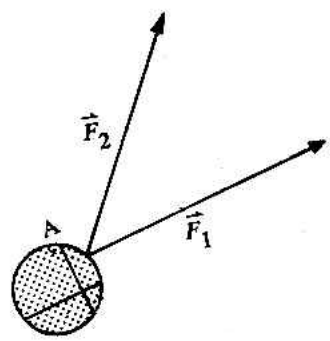
ก.



ข.

รูป 8.18 สำหรับคำถาม 8.6

การแยกแรงหนึ่งแรงออกเป็นแรงองค์ประกอบสองแรงที่ตั้งฉากกันตามทิศที่กำหนดดังกล่าว เรานำไปใช้หาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงโดยวิธีคำนวณได้ เช่น ถ้ามีแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ กระทำต่อวัตถุดังรูป 8.19

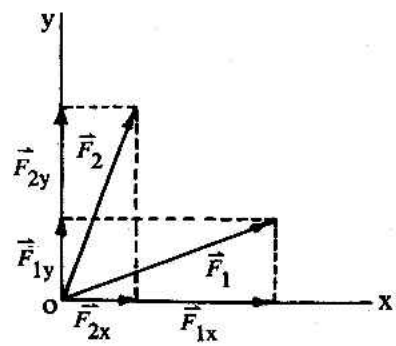


รูป 8.19 แรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ กระทำต่อวัตถุ

โดยวิธีการแยกแรงทั้งสองเป็นแรงองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y ดังรูป 8.20

จะเห็นว่า $\vec{F}_{1x}$, $\vec{F}_{2x}$ อยู่ในแนวเดียวกัน และ $\vec{F}_{1y}$, $\vec{F}_{2y}$ ก็มีทิศอยู่ในแนวเดียวกัน แรงลัพธ์ของแรงองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y เขียนได้เป็น

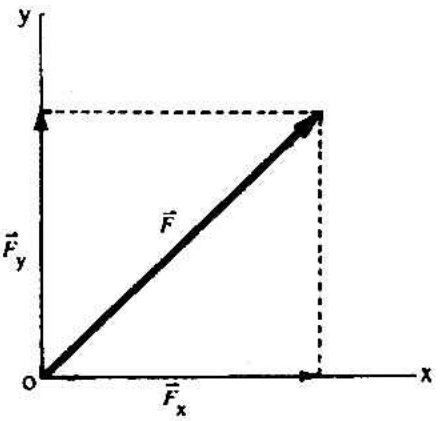
$$\vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x}$$
$$\vec{F}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y}$$



รูป 8.20 แรงองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y

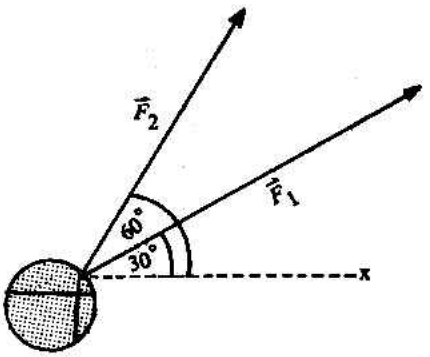
แรง $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ที่ได้จะเป็นองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y ของแรง $\vec{F}$ ซึ่งเป็นแรงลัพธ์ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ดังนั้น $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ ดังแสดงในรูป 8.21

แรง $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ที่ได้จะนำไปใช้หาขนาดและทิศของแรงลัพธ์ $\vec{F}$ ของแรงองค์ประกอบที่กำหนดให้ โดยการคำนวณได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้



รูป 8.21 แรงลัพธ์ของแรงองค์ประกอบของแรง $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ในแนวแกน x, แกน y

ตัวอย่าง 8.1 จงหาแรงลัพธ์ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ที่กระทำต่อวัตถุ กำหนดให้ $\vec{F}_1$ มีขนาด 5.0 N ทำมุม 30° กับแกน x และแรง $\vec{F}_2$ มีขนาด 4.0 N ทำมุม 60° กับแกน x ดังรูป 8.22



รูป 8.22 แรง $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ กระทำต่อวัตถุ

วิธีทำ โดยการแยกแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ให้อยู่ในแนวแกน x และแกน y ซึ่งตั้งฉากกันดังรูป 8.23

จากรูป 8.23 หาแรงลัพธ์ในแนวแกน x และแกน y ได้ดังนี้

แรงลัพธ์ในแนวแกน x $\vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x}$

ขนาดของแรง $F_x = F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cos 60^\circ$

$= (5.0\ \text{N})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (4.0\ \text{N})\frac{1}{2}$

$= 4.3\ \text{N} + 2.0\ \text{N}$

$= 6.3\ \text{N}$

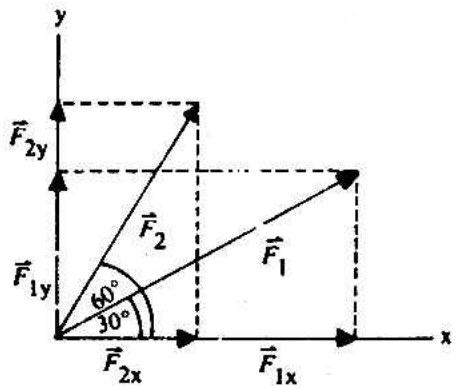
แรงลัพธ์ในแนวแกน y $\vec{F}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y}$

ขนาดของแรง $F_y = F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ$

$= (5.0\ \text{N})\left(\frac{1}{2}\right) + (4.0\ \text{N})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

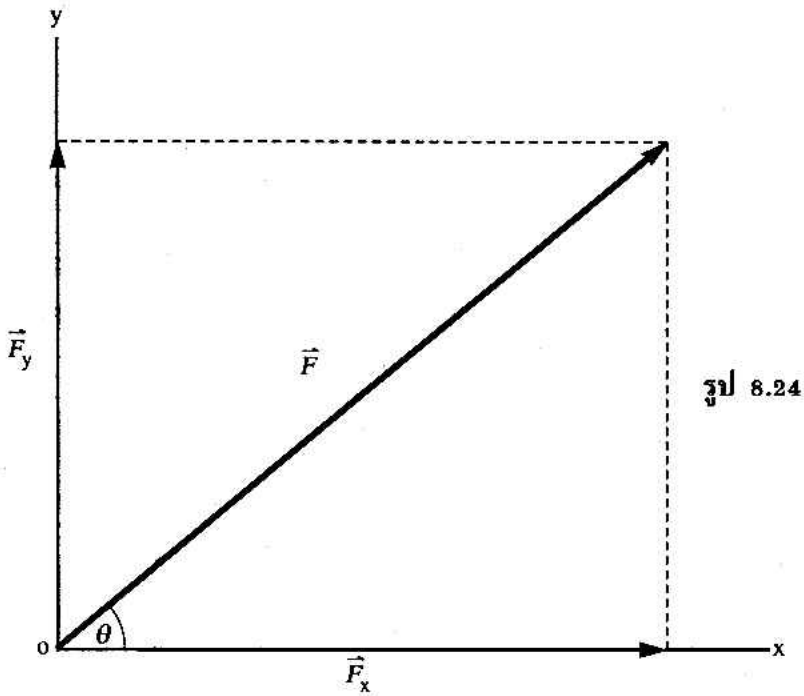
$= 2.5\ \text{N} + 3.5\ \text{N}$

$= 6.0\ \text{N}$



รูป 8.23 แสดงแรงองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y

จาก $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ที่ได้ จะนำมาใช้หาขนาดและทิศของแรงลัพธ์ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ได้ โดยให้แนวของแรงลัพธ์ $\vec{F}$ มีทิศทำมุม θ กับแกน x ดังรูป 8.24



รูป 8.24 แรงลัพธ์ $\vec{F}$ ทำมุม θ กับแกน x

$$\text{ขนาดของ } F = \sqrt{F^2_x + F^2_y}$$

$$= \sqrt{(6.3\text{N})^2 + (6.0\text{ N})^2}$$

$$= \sqrt{75.7\text{ N}^2}$$

$$= 8.7\text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

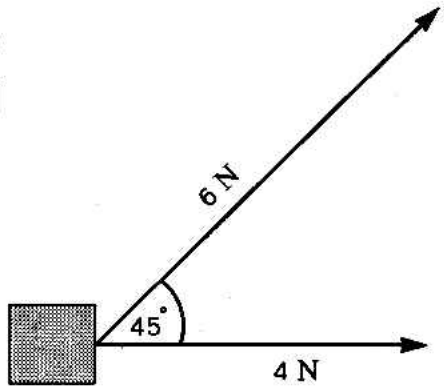
$$= \tan^{-1}\left(\frac{6.0\text{ N}}{6.3\text{ N}}\right)$$

$$= \tan^{-1}(0.95)$$

จากตารางตรีโกณมิติท้ายเล่มได้ค่า $\theta = 43^\circ$

คำตอบ นั่นคือ แรงลัพธ์ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ มีขนาด 8.7 นิวตัน ทิศทำมุม 43° กับแกน x

คำถาม 8.7 จงหาขนาดและทิศของแรงลัพธ์ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ในรูป 8.25 โดยวิธีสร้างรูปและการคำนวณ



รูป 8.25 สำหรับคำถาม 8.7

การหาแรงลัพธ์โดยวิธีคำนวณดังกล่าว เราอาจนำไปใช้ในกรณีที่มีแรงกระทำต่อวัตถุมากกว่า 2 แรงได้ โดยหาแรงลัพธ์ในแนวแกน x และแกน y (ได้แก่ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$) เป็นผลรวมของแรงองค์ประกอบ ที่กระทำต่อวัตถุ ดังนั้น

$$\vec{F}_x = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} \text{ และ } \vec{F}_y = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy}$$

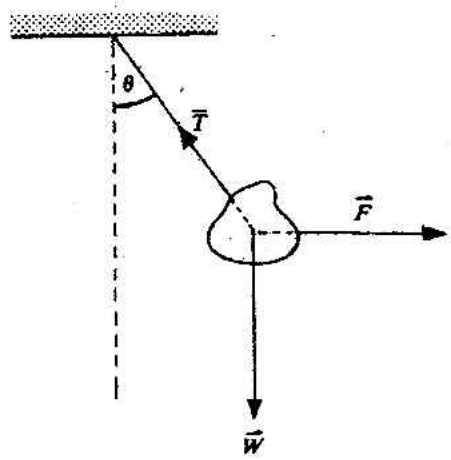
เมื่อ $\vec{F}_{ix}$ และ $\vec{F}_{iy}$ เป็นแรงองค์ประกอบอยู่ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ที่ได้นี้ นำมาใช้หาขนาดและทิศของแรงลัพธ์ได้เช่นเดียวกับ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ในตัวอย่างข้างต้น

ในกรณีวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง ผลรวมของแรงที่กระทำต่อวัตถุต้องเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ผลรวมของแรงองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y จะต้องเป็นศูนย์ด้วย นั่นคือ

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0 \text{ และ } \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0$$

สมการทั้งสองนี้เราสามารถนำไปใช้หาแรงกระทำต่อวัตถุ เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลโดยการคำนวณได้ ดังตัวอย่าง 8.2

ตัวอย่าง 8.2 ใช้เชือกผูกวัตถุหนัก 4 นิวตัน แล้วนำไปแขวนให้วัตถุห้อยอยู่ในแนวดิ่ง ถ้าใช้แรงในแนวระดับขนาด 3 นิวตัน ดึงวัตถุให้อยู่นิ่ง ดังรูป 8.26 จงหาแรงดึงในเส้นเชือกและมุมที่แนวเส้นเชือกทำกับแนวดิ่ง



รูป 8.26 แรงในแนวระดับ $\vec{F}$ ดึงวัตถุหนัก $\vec{W}$ ให้อยู่นิ่ง

วิธีทำ ให้ $\vec{T}$ เป็นแรงดึงในเส้นเชือก เนื่องจากแรง $\vec{T}$, $\vec{W}$ และ $\vec{F}$ อยู่ในสมดุล ดังนั้นแนวแรงทั้งสามพบกันที่จุดหนึ่ง ให้แกน x และแกน y อยู่ในแนวตั้งฉากกันตามแนวแรง $\vec{F}$ และน้ำหนัก $\vec{W}$ ดังรูป 8.27

จากรูป โดยแยกแรง $\vec{T}$ ให้อยู่ในแนวแกน x และแกน y และใช้หลักสมดุล

จะได้ $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0$ และ $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0$

พิจารณาในแนวแกน x : $3\ N - T\sin\theta = 0$

$$T\sin\theta = 3\ N \quad \ldots (1)$$

พิจารณาในแนวแกน y : $T\cos\theta - 4\ N = 0$

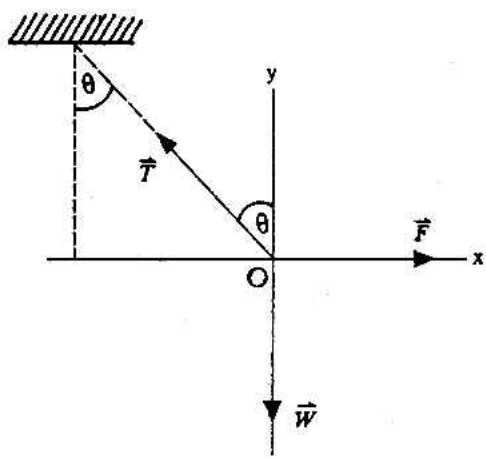
$$T\cos\theta = 4\ N \quad \ldots (2)$$

จากสมการ (1) และ (2) หาค่า T และ θ ได้เป็น

$$T = \sqrt{(3\ N)^2 + (4\ N)^2} = 5\ N$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4} = \tan^{-1}\ 0.75$$

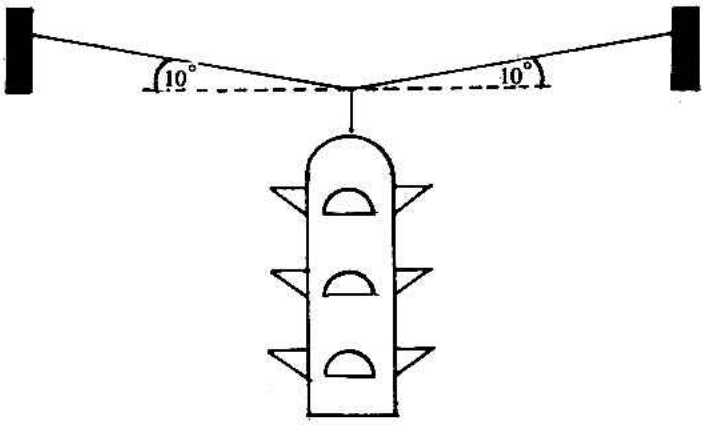
จากตารางตรีโกณมิติท้ายเล่มได้ค่า $\theta = 37^\circ$



รูป 8.27 เขียนแนวแกน x และแนวแกน y

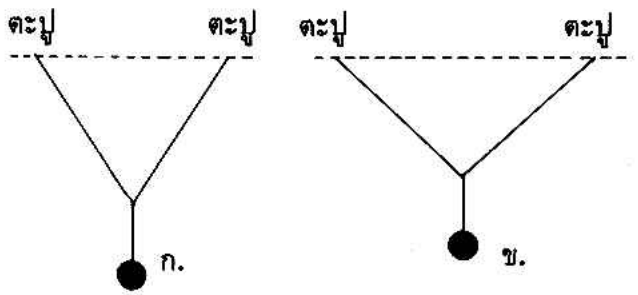
ตอบ แรงดึงในเส้นเชือกมีค่า 5 นิวตัน และมุมที่แนวเส้นเชือกทำกับแนวดิ่งมีค่า 37°

คำถาม 8.8 โคมไฟจราจรแขวนไว้กลางถนนด้วยลวด 2 เส้น ดังรูป 8.28 ถ้าน้ำหนักโคมไฟมีค่า 20 นิวตัน และลวดแต่ละเส้นทำมุม 10 องศา กับแนวระดับ จงหาแรงดึงในเส้นลวดทั้งสอง



รูป 8.28 โคมไฟจราจรแขวนด้วยลวด 2 เส้น

คำถาม 8.9 แบ่งเส้นเชือกที่มีขนาดสม่ำเสมอออกเป็น 2 เส้นเท่า ๆ กัน นำปลายทั้งสองของแต่ละเส้นผูกติดกับตะปู 2 ตัว ดังรูป 8.29 ก. และ ข. แล้วแขวนขอเกี่ยวซึ่งเกี่ยวน้ำหนักที่เชือกทั้งสอง เชือกในรูป ก. หรือรูป ข. จะรับน้ำหนักได้มากกว่ากัน



รูป 8.29 แขวนน้ำหนักกับเชือกให้เชือกเอียงทำมุมต่างกัน

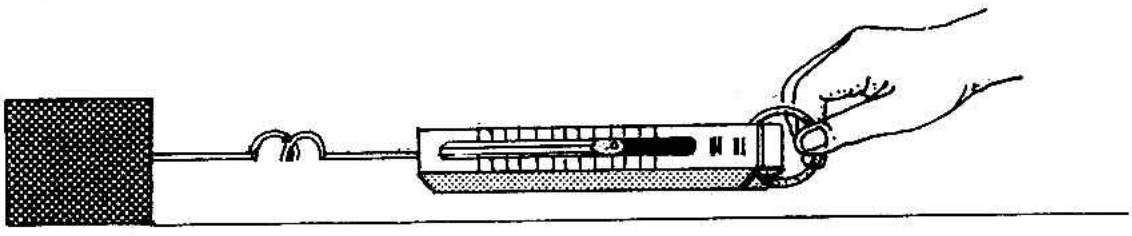
8.5 แรงเสียดทาน

ทุกคนคงเคยสังเกตว่า เมื่อออกแรงกระทำกับวัตถุเพื่อให้เคลื่อนที่นั้น จะมีแรงชนิดหนึ่งคอยต้านไว้ไม่ให้เคลื่อนที่ หรือในกรณีของวัตถุที่ถูกแรงผลักหรือดึงให้เคลื่อนที่ไปบนพื้นระดับ จะพบว่าเมื่อไม่มีแรงผลักหรือแรงดึงต่อไป วัตถุจะเคลื่อนที่ช้าลง แสดงว่ามีแรงต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งเกิดขึ้นระหว่างผิววัตถุกับพื้นที่สัมผัสกัน แรงนี้เรียกว่า ***แรงเสียดทาน*** ซึ่งแรงเสียดทานนี้จะเกี่ยวข้องกับแรงที่มากระทำต่อวัตถุหรือไม่ จะได้ศึกษาต่อไป

กิจกรรม 8.2 แรงเสียดทาน

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาขนาดและทิศของแรงเสียดทาน

วิธีทำ ใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวขอที่ปลายของแท่งเหล็กซึ่งวางอยู่บนพื้นโต๊ะ ออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงในแนวระดับเพื่อดึงแท่งเหล็กดังรูป 8.30 เริ่มต้นออกแรงน้อย ๆ แล้วค่อย ๆ เพิ่มแรงดึง โดยไม่ทำให้แท่งเหล็กเคลื่อนที่ บันทึกแรงดึงที่อ่านได้จากเครื่องชั่งสปริงไว้ประมาณ 3 ค่า ต่อไปบันทึกแรงดึงที่ทำให้แท่งเหล็กเริ่มเคลื่อนที่และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

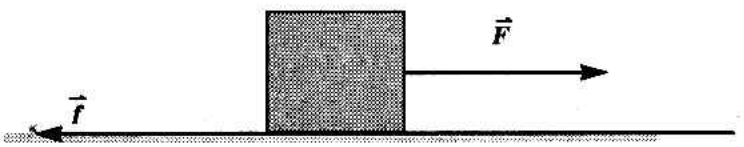


รูป 8.30 การออกแรงดึงแท่งเหล็ก

- ☐ *เมื่อออกแรงดึงแท่งเหล็กแต่ละครั้ง จากค่าที่บันทึกไว้ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อแท่งเหล็กมีค่าเท่าใด อธิบาย*
- ☐ *ค่าของแรงดึงที่บันทึกไว้ ในกรณีใด ค่าแรงดึงมากที่สุด*
- ☐ *เมื่อออกแรงดึงแท่งเหล็กแต่ละครั้ง แรงเสียดทานมีขนาดเท่าใดบ้าง และมีทิศอย่างไร*
- ☐ *แรงเสียดทานในกรณีใดมีค่ามากที่สุด*

จากที่ได้ศึกษามาแล้ว เมื่อแท่งเหล็กอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว แท่งเหล็กจะอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง นั่นคือ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อแท่งเหล็กมีค่าเป็นศูนย์ แสดงว่ามีแรงเสียดทานมาต่อต้านแรงดึงแท่งเหล็กและมีขนาดเท่ากัน

ถ้าให้ $\vec{F}$ เป็นแรงดึงแท่งเหล็ก และ $\vec{f}$ เป็นแรงเสียดทาน ดังรูป 8.31



รูป 8.31 แรง $\vec{F}$ และ $\vec{f}$ กระทำต่อแท่งเหล็ก

จะเขียนได้ว่า $\vec{f} + \vec{F} = 0$

หรือ $\vec{f} = -\vec{F}$

กล่าวได้ว่าเมื่อแท่งเหล็กอยู่นิ่งขนาดของแรงเสียดทานจะมีค่าเท่ากับขนาดของแรงดึง แต่มีทิศตรงกันข้าม นอกจากนั้นจะพบอีกว่า ขนาดของแรงเสียดทานมีค่าเพิ่มตามแรงดึงที่เพิ่มขึ้น ซึ่งขนาดของแรงเสียดทานจะเพิ่มขึ้นจนมีค่ามากที่สุดเมื่อแท่งเหล็กเริ่มจะเคลื่อนที่ เรียกแรงเสียดทานที่กระทำกับวัตถุขณะอยู่นิ่ง ว่า ***แรงเสียดทานสถิต*** ในกรณีที่แท่งเหล็กเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว แรงเสียดทานที่กระทำกับวัตถุขณะเคลื่อนที่นี้เรียกว่า ***แรงเสียดทานจลน์*** ซึ่งมีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิต

แรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์เป็นแรงเสียดทานระหว่างผิววัตถุที่สัมผัสกัน เช่น ผิวแท่งเหล็กกับผิวพื้นโต๊ะ จากการสังเกตในชีวิตประจำวันจะพบว่าแรงเสียดทานขึ้นกับลักษณะและชนิดของผิวสัมผัสกัน เช่น ถ้าผิวสัมผัสกันเป็นผิวหยาบหรือขรุขระ แรงเสียดทานจะมีค่ามาก แต่ถ้าเป็นผิวเกลี้ยงหรือลื่น แรงเสียดทานมักจะมีค่าน้อย ส่วนผิวสัมผัสชนิดเดียวกันซึ่งเรียบมาก จะมีแรงเสียดทานมาก เป็นต้น นอกจากนี้แรงเสียดทานยังขึ้นกับปริมาณใดอีกบ้าง จะได้ศึกษาต่อไป

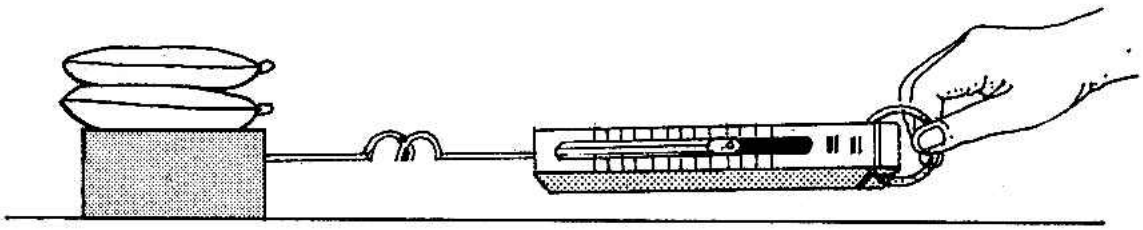
การทดลอง 8.1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาและหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์

วิธีทดลอง ตอนที่ 1

จัดรางไม้ให้พื้นรางอยู่ในแนวระดับ ใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวขอของแผ่นไม้ที่มีถุงทรายวางทับตอนบน 1 ถุง ออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงให้ทิศของแรงดึงอยู่ในแนวระดับ ดังรูป 8.32 เพิ่มแรงจนทำให้แผ่นไม้และถุงทรายเริ่มเคลื่อนที่ บันทึกค่าแรงดึงนี้ ทำการทดลองซ้ำโดยเพิ่มถุงทรายวางทับ

แผ่นไม้เป็น 2, 3 และ 4 ถุง เขียนกราฟเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงดึง (F) กับน้ำหนักถุงทรายรวมกับขนาดของน้ำหนักแผ่นไม้ (W) หาความชันของเส้นกราฟ



รูป 8.32 การออกแรงดึงแผ่นไม้

ตอนที่ 2

ทำการทดลองเช่นเดียวกับตอนที่ 1 แต่ออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงเพื่อดึงแผ่นไม้ที่มีถุงทรายวางทับให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว บันทึกขนาดของแรงดึง (F) และขนาดของน้ำหนักถุงทรายรวมกับน้ำหนักแผ่นไม้ (W) เขียนกราฟระหว่าง F กับ W หาความชันของเส้นกราฟ

- ☐ *กราฟที่ได้จากการทดลองทั้งสองตอนมีลักษณะอย่างไร*
- ☐ *จากกราฟ สรุปความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับน้ำหนักได้อย่างไร*
- ☐ *ความชันของเส้นกราฟจากการทดลองทั้งสองตอนเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่ากัน กราฟใดมีความชันมากกว่า*

จากการทดลอง จะได้กราฟระหว่างขนาดของแรง F และน้ำหนักถุงทรายรวมแผ่นไม้ W ทั้งสองกรณีเป็นกราฟเส้นตรงผ่านจุดกำเนิด ซึ่งสรุปได้ว่า ขนาดของแรง F แปรผันตรงกับขนาดของน้ำหนักของวัตถุ W

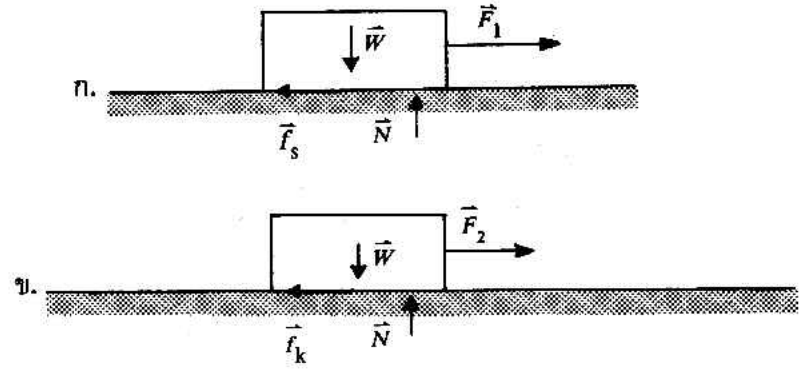
$$F \quad \alpha \quad W$$

$$\frac{F_1}{W} = k_1$$

$$\frac{F_2}{W} = k_2$$

นั่นคือ ความชันของกราฟแต่ละเส้นมีค่าคงตัว

พิจารณาแรงกระทำต่อวัตถุ ดังรูป 8.33 ก. ข. เมื่อออกแรงดึงวัตถุก้อนหนึ่งด้วยขนาดของแรง F_1 ทำให้วัตถุเริ่มเคลื่อนที่ แรงเสียดทานสถิตเท่ากับ f_s และเมื่อออกแรงดึง F_2 ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว แรงเสียดทานจลน์ขณะนั้นมีขนาด f_k ขนาดของน้ำหนักวัตถุนั้นเท่ากับ W แรงที่พื้นกระทำต่อวัตถุในแนวตั้งฉากมีขนาดเท่ากับ N



รูป 8.33 แรงดึงวัตถุ

เมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ $\vec{f}_s = -\vec{F}_1$ และ $\vec{N} = -\vec{W}$

ดังนั้น $f_s = F_1$ และ $N = W$

$$\frac{F_1}{W} = \frac{f_s}{N}$$

แต่ $\frac{F_1}{W}$ มีค่าคงตัว

ดังนั้น $\frac{f_s}{N}$ ย่อมมีค่าคงตัว ค่า $\frac{f_s}{N}$ นี้เรียกว่า ***สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต*** ใช้สัญลักษณ์ μ_s เมื่อ μ เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน[1]

ดังนั้น $\frac{f_s}{N} = \mu_s$

เขียนได้เป็นสมการ

$$f_s = \mu_s N \quad \text{.....(8.2)}$$

โดยการพิจารณาทำนองเดียวกัน เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวจะได้

$$f_k = \mu_k N \quad \text{.....(8.3)}$$

μ_s เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_k เรียกว่า ***สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์***

☐ *จากการทดลอง 8.1 μ_s และ μ_k มีค่าเท่าใด ค่าใดมีค่ามากกว่า*

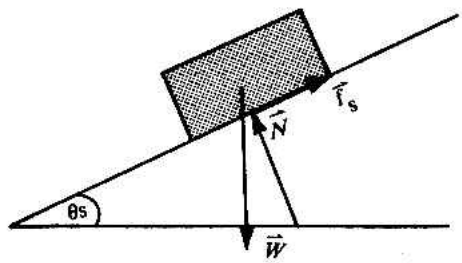
จากสมการ (8.2) และ (8.3) จะเห็นว่า ทราบค่าแรงเสียดทานสถิต $\vec{f}_s$ แรงเสียดทานจลน์ $\vec{f}_k$ และแรงที่พื้นกระทำต่อวัตถุในแนวตั้งฉาก $\vec{N}$ เราจะหาสัมประสิทธิ์

---

[1] μ เป็นอักษรกรีกอ่านว่า มิว μ_s และ μ_k ในสมการ (8.2) และ (8.3) จึงอ่านว่ามิวเอส และ มิวเค ตามลำดับ

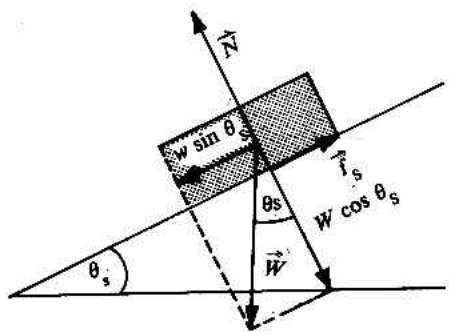
ความเสียดทานสถิต μ_s และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k ได้ ซึ่งค่าทั้งสองนี้พิจารณาจากการทดลอง 8.1 เมื่อวัตถุวางบนพื้นระดับ ถ้าวัตถุวางบนพื้นเอียง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะหาได้อย่างไร และมีค่าเท่าไร จะได้ศึกษาจากสถานการณ์ดังนี้

วางวัตถุหนัก $\vec{W}$ บนรางไม้ดังการทดลอง 8.1 แล้วค่อย ๆ ยกปลายข้างหนึ่งให้สูงขึ้นจากเดิม จนทำให้วัตถุเริ่มเลื่อนไถลลงตามรางไม้ อ่านมุมที่รางไม้กระทำกับแนวระดับขณะนั้นได้ θ_s ถ้าเขียนแผนภาพแสดงแรงกระทำต่อวัตถุขณะนั้นซึ่งได้แก่ แรงเสียดทาน $\vec{f}_s$ แรงที่พื้นกระทำต่อวัตถุในแนวตั้งฉากพื้น $\vec{N}$ และน้ำหนักวัตถุ $\vec{W}$ ได้ดังรูป 8.34



รูป 8.34 วัตถุวางบนพื้นเอียง

จากรูป 8.34 จะพิจารณาได้ว่าน้ำหนัก $\vec{W}$ ทำมุม θ_s กับแนวตั้งฉากพื้นเอียงดังนั้นโดยใช้วิธีแยกแรง แรงองค์ประกอบของน้ำหนัก $\vec{W}$ ในแนวตั้งฉากพื้นเอียงและขนานพื้นเอียงดังรูป 8.35 จากหลักสมดุลจะเขียนได้ว่า



รูป 8.35 การแยกแรง $\vec{W}$ ให้อยู่ในแนวตั้งฉากและแนวขนานกับพื้นเอียง

$$f_s = W \sin \theta_s \quad \text{.....(1)}$$

$$N = W \cos \theta_s \quad \text{.....(2)}$$

หาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s ได้เป็น

$$\mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{W \sin \theta_s}{W \cos \theta_s}$$

$$\mu_s = \tan \theta_s$$

☐ *ถ้ายกปลายรางไม้ข้างหนึ่งสูงขึ้นจากแนวระดับจนทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว มุมที่รางไม้กระทำกับแนวระดับจะมีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า θ_s*

มุม θ_k จะมีค่าน้อยกว่า θ_s จากหลักการสมดุล จะหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ได้จาก

$$\mu_k = \tan \theta_k$$

สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k หาได้จากการทดลอง ซึ่งจะมีค่าขึ้นอยู่กับชนิดของผิวสัมผัส[1] ดังตาราง 8.1 ซึ่งจากตารางจะพบว่า ***สำหรับผิวสัมผัสคู่หนึ่ง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s มากกว่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k เสมอ***

ตาราง 8.1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k

ผิวสัมผัสระหว่าง	สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s	สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k
ไม้บนไม้	0.70	0.40
เหล็กกล้ากับเหล็กกล้า	0.74	0.57
อะลูมิเนียมกับเหล็กกล้า	0.61	0.47
ทองแดงกับเหล็กกล้า	0.53	0.36
ทองเหลืองกับเหล็กกล้า	0.51	0.44
แก้วกับแก้ว	0.94	0.40
ทองแดงกับแก้ว	0.68	0.53
ยางกับคอนกรีต (แห้ง)	1.0	0.80
ยางกับคอนกรีต (เปียก)	0.30	0.25
ล้อยางกับถนน (แห้ง)	0.90	0.65
ล้อยางกับถนน (เปียก)	0.70	0.55

[1] สัมประสิทธิ์ความเสียดทานยังขึ้นกับอุณหภูมิและสารปนเปื้อน (contaminant) ระหว่างผิวสัมผัสอีกด้วย

☐ *ถ้าต้องการเพิ่มหรือลดแรงเสียดทาน จะต้องทำอย่างไร*

แรงเสียดทานเป็นแรงที่เกิดระหว่างผิวสัมผัสคู่หนึ่งซึ่งเสียดสีกันและแรงเสียดทานนี้มีทิศต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ แรงเสียดทานนอกจากจะขึ้นกับแรงกดในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสแล้วยังขึ้นกับชนิดของผิวสัมผัสอีกด้วย ถ้าต้องการเพิ่มหรือลดแรงเสียดทานเราสามารถทำได้โดยเพิ่ม หรือลดแรงในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสคู่เดียวกันนั้นหรือเปลี่ยนชนิดของผิวสัมผัสที่มาสัมผัสกัน

ในเรื่องการลดแรงเสียดทาน นอกจากวิธีการข้างต้นแล้ว บางกรณีอาจมีการใส่วัสดุบางชนิดแทรกระหว่างผิวคู่สัมผัส เช่น การหยอดน้ำมันหล่อลื่น หรือในบางกรณีอาจทำให้วัตถุเปลี่ยนรูปการเคลื่อนที่จากการลื่นไถลบนพื้น เป็นการเคลื่อนที่แบบกลิ้งโดยการใส่ล้อให้วัตถุ หรือในบางกรณีอาจใส่วัตถุทรงกลมหรือทรงกระบอกขนาดเล็กแทรกอยู่ระหว่างผิวสัมผัส เช่น ในการทดลองกฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน ใช้เม็ดพลาสติกเล็ก ๆ ช่วยลดแรงเสียดทาน ในถาดลดแรงเสียดทานซึ่งจะเปลี่ยนแรงเสียดทานเนื่องจากการไถลเป็น***แรงเสียดทานกลิ้ง***[1]

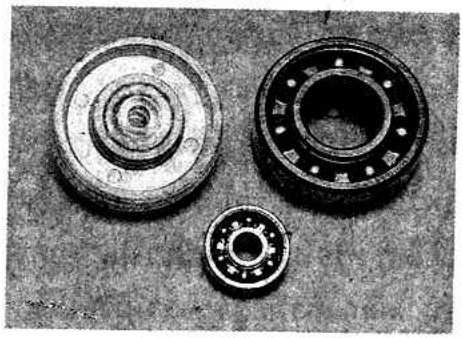
---

[1] rolling friction เป็นแรงต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุกลมบนพื้นราบ โดยพิจารณาว่าเกิดจากพื้นราบยุบตัวเป็นหลุมเล็กภายใต้วัตถุกลมนั้นอันเนื่องจากแรงกดในแนวตั้งฉาก วัตถุกลมต้องกลิ้งปีนขอบหลุมขึ้นมา จึงจะเคลื่อนที่ไปได้ ดังนั้นถ้าพื้นราบมีการยุบตัวมาก แรงเสียดทานกลิ้งก็จะมีค่ามาก

☐ *ถ้าต้องการหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้ง μ_r จากอัตราส่วนของแรงเสียดทานกลิ้ง $\vec{f}_r$ กับแรงกดในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส $\vec{N}$ ค่าที่ได้จะเป็นอย่างไร เมื่อเทียบกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k*

ถ้าใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวขอแท่งเหล็กวางบนถาดลดแรงเสียดทาน (ถาดที่มีเม็ดพลาสติกอยู่จำนวนหนึ่ง) ออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงดึงให้แท่งเหล็กเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวที่มีค่าไม่มากนัก จะพบว่าค่าแรงดึง $\vec{F}$ น้อยมาก นั่นคือ แรงเสียดทานกลิ้ง $\vec{f}_r$ มีค่าน้อย จึงทำให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้ง μ_r มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k จากการศึกษา μ_r ของลูกกลมโลหะกลิ้งบนโลหะ และล้อยางกลิ้งบนผิวคอนกรีต มีค่า 0.003 และ 0.04 ตามลำดับ

☐ *ตรงบริเวณแกนหมุนของอุปกรณ์บางชนิดมีการใช้ตลับลูกปืน ดังรูป 8.36 เพื่อประโยชน์อะไร*



รูป 8.36 ตลับลูกปืน

เกี่ยวกับการเพิ่มหรือลดแรงเสียดทาน มีการนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันหลายประการ กล่าวคือ งานบางอย่างที่ต้องการนำแรงเสียดทานมาใช้ประโยชน์จะมีการออกแบบเพื่อเพิ่มแรงเสียดทาน เช่น การออกแบบระบบห้ามล้อของยานพาหนะต่างๆ การออกแบบดอกยาง สำหรับยางรถยนต์ หรือการออกแบบพื้นรองเท้าสำหรับรองเท้านักกีฬา เป็นต้น ส่วนงานบางอย่างที่ไม่ต้องการแรงเสียดทาน

มาใช้ประโยชน์จะมีการออกแบบเพื่อลดแรงเสียดทานให้เหลือน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ เช่น การออกแบบส่วนต่างๆ รวมทั้งข้อต่อของเครื่องยนต์กลไกต่างๆ ที่ต้องการให้เคลื่อนที่ได้คล่องตัว การออกแบบแกนหมุนของล้อหรือรอก เป็นต้น

คำถาม 8.10 ขณะที่คนเดิน หรือคนขี่จักรยานแรงใดที่ทำให้คนและรถเคลื่อนที่ไปข้างหน้า

คำถาม 8.11 ถ้าคนขี่จักรยานบนถนนก่อนฝนตก และภายหลังฝนตก ในกรณีใดรถจักรยานพุ่งไปข้างหน้าได้ดีกว่า

คำถาม 8.12 ในส่วนต่างๆ ของรถจักรยาน มีส่วนใดบ้างที่ใช้ประโยชน์จากแรงเสียดทาน และส่วนใดบ้างที่ไม่ใช้ประโยชน์จากแรงเสียดทาน จงระบุอย่างละ 3 ชื่อ

8.6 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วง

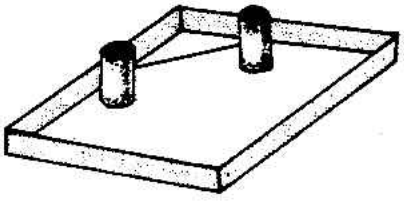
เมื่อออกแรงกระทำต่อวัตถุ จะพบว่าบางครั้งนอกจากวัตถุจะเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งแล้ว วัตถุยังเคลื่อนที่แบบหมุนด้วย ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น อาจศึกษาได้จากสถานการณ์ต่อไปนี้

นำถุงทรายที่บรรจุทรายไว้จนเต็มมาวางตามแนวนอนบนพื้นโต๊ะราบ แล้วออกแรงในแนวราบผลักถุงทรายที่ตำแหน่งต่างๆ พร้อมทั้งสังเกตการเคลื่อนที่ของถุงทรายเมื่อใดที่ถุงทรายเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งเพียงอย่างเดียว ให้ทำเครื่องหมายแสดงตำแหน่งแนวแรงที่กระทำบนถุงทรายไว้ ทำเช่นนี้ 3 แนวแรง

- ☐ ตำแหน่งและแนวแรงผลักถุงทรายที่ได้ทำเครื่องหมายไว้บนถุงทรายทั้ง 3 แนวแรงตัดกันที่จุดจุดหนึ่งหรือไม่
- ☐ ถ้าทำให้ทรายในถุงมีการกระจายตัวต่างออกไปแล้วปฏิบัติเช่นเดิม จุดตัดของแนวแรงที่ทำให้ถุงทรายเลื่อนตำแหน่งอย่างเดียวอยู่ที่เดิมหรือไม่

การออกแรงกระทำต่อวัตถุ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งเพียงอย่างเดียวมีหลายแนวแรง ถ้าเขียนต่อแนวแรงเหล่านั้นจะพบว่าทุกแนวแรงจะผ่านจุดร่วมกันจุดหนึ่งซึ่งเสมือนเป็นที่รวมของมวลวัตถุทั้งก้อน เรียกตำแหน่งนี้ว่า ***ศูนย์กลางมวล***[1] ตำแหน่งของจุดนี้จะขึ้นอยู่กับการกระจายของมวลวัตถุในก้อน

ในกรณีที่นำหลายวัตถุมายึดติดกันเป็นรูปทรงลักษณะใดๆ การกระจายของมวลในรูปทรงดังกล่าวอาจมีสมมาตรตามแนวแกนใดหรือรอบแนวแกนใด หรือไม่มีสมมาตรเลยก็เป็นได้ทั้งสิ้น เราเรียกกลุ่มของมวลที่ยึดติดกันเป็นรูปทรงใดๆ ที่เราต้องการศึกษานี้ว่า ***ระบบ***[2] เช่น แท่งทรงกระบอกสองแท่งต่อเชื่อมถึงกันด้วยแกนเหล็กดังรูป 8.37 และวางอยู่ในถาดซึ่งโรยเม็ดพลาสติกเพื่อลด



รูป 8.37 ระบบที่ประกอบด้วยแท่งทรงกระบอกต่อเชื่อมกันด้วยแกนเหล็ก

---

[1] center of mass เป็นตำแหน่งภายในหรือภายนอกวัตถุ ซึ่งความหมายที่สมบูรณ์จะอยู่ในรูปเวกเตอร์ ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i = 0$$ เมื่อ m_i เป็นมวลของแต่ละอนุภาคที่ i

$\vec{r}$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่ i เทียบกับศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคทั้งหมด n อนุภาค ซึ่งรวมกันเป็นระบบหรือก้อนวัตถุที่พิจารณา

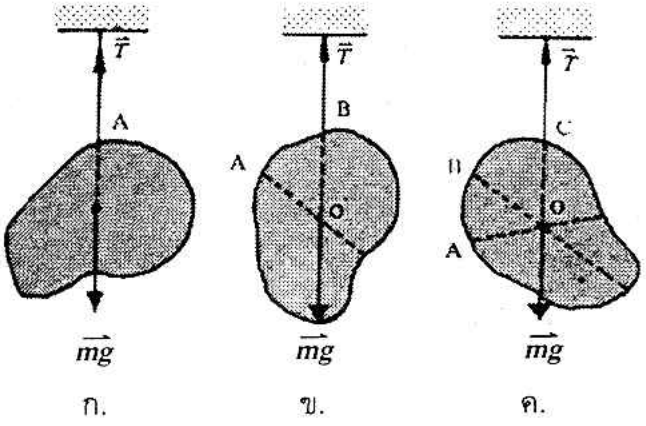
[2] โดยทั่วไปมักใช้คำว่า "ระบบ" (system) กับส่วนที่เราสนใจจะศึกษา ซึ่งอาจเป็นอนุภาคเดี่ยวๆ หรือกลุ่มอนุภาค หรือกลุ่มก้อนวัตถุก็ได้ โดยเรียก แรงกระทำระหว่างอนุภาคหรือวัตถุภายในระบบว่า **แรงภายใน** และเรียกแรงเนื่องจากอนุภาคหรือวัตถุภายในระบบกระทำหรือถูกกระทำกับสิ่งต่างๆ ภายนอกระบบว่า **แรงภายนอก**

แรงเสียดทาน เมื่อออกแรงกระทำในแนวราบ ณ ตำแหน่งต่างๆ บนแกนเหล็ก แท่งทรงกระบอกทั้งสองจะมีการเลื่อนตำแหน่งและหมุนพร้อมกัน มีตำแหน่งเดียวเท่านั้นที่ทรงกระบอก มีการเลื่อนตำแหน่งอย่างเดียวโดยไม่หมุน ตำแหน่งนี้เป็นตำแหน่งศูนย์กลางมวลของระบบ ซึ่งหมายถึงตำแหน่งเสมือนเป็นที่รวมของมวลของระบบ

จากที่กล่าวถึงข้างต้น จะเห็นว่าการเคลื่อนที่ของวัตถุจะมีการหมุนด้วยหรือไม่ขึ้นกับตำแหน่งและแนวของแรงที่กระทำ ***ถ้าแรงที่มากระทำ ณ ตำแหน่งซึ่งแนวแรงผ่านศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งเพียงอย่างเดียว แต่ถ้าแนวแรงไม่ผ่านศูนย์กลางมวล วัตถุจะมีการเคลื่อนที่แบบหมุนด้วย***

เราทราบว่ามวลของวัตถุถูกโลกดึงดูดด้วยแรงโน้มถ่วง ซึ่งเรียกว่าน้ำหนักของวัตถุ และเรายังทราบอีกว่า วัตถุก้อนหนึ่งๆ ประกอบด้วยส่วนย่อยต่างๆ ดังนั้น แสดงว่าส่วนย่อยๆ ของวัตถุย่อมมีน้ำหนักด้วย วัตถุทั้งก้อนจะมีศูนย์กลางรวมน้ำหนักเช่นเดียวกับศูนย์กลางมวลหรือไม่ จะได้ศึกษาต่อไป

ถ้าตัดแผ่นกระดาษแข็งแผ่นหนึ่ง ใช้เชือกผูกแล้วแขวน ดังรูป 8.38



รูป 8.38 แนวของเส้นเชือกที่รับน้ำหนักของแผ่นกระดาษ

☐ *เมื่อแผ่นกระดาษแข็งหยุดนิ่ง แรงดึงในเส้นเชือก $\vec{T}$ และน้ำหนักวัตถุทั้งก้อน $m\vec{g}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร*

เมื่อแผ่นกระดาษแข็งหยุดนิ่ง แสดงว่าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อแผ่นกระดาษแข็งมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งสรุปได้ว่า แรงดึงในเส้นเชือก $\vec{T}$ และน้ำหนักของแผ่นกระดาษแข็งมีขนาดเท่ากันและมีทิศอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ลากเส้นบนกระดาษตามแนวเส้นเชือก เมื่อเปลี่ยนจุดที่ผูกเชือกเป็นจุดอื่น ๆ เช่น จุด B และ C ดังรูป 8.38 ข. และ 8.38 ค. เมื่อกระดาษแข็งหยุดนิ่ง ลากเส้นตรงตามแนวเส้นเชือกแต่ละครั้งได้แนวเส้นตรงเหล่านั้นมาตัดกันที่จุด ๆ หนึ่ง จุดนี้เรียกว่า ***ศูนย์ถ่วง***[1] ถือได้ว่าเสมือนเป็นที่รวมของน้ำหนักวัตถุทั้งก้อน โดยปกติจุดนี้จะอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับศูนย์กลางมวล คือ จุด o ในรูป 8.38 ข. ค.

☐ *ถ้านำแผ่นกระดาษแข็งแผ่นนั้นไปวางบนปลายดินสอ โดยให้ปลายดินสอเป็นที่รองรับตรงศูนย์ถ่วงพอดี แผ่นกระดาษจะวางตัวอย่างไร*

8.7 สมดุลต่อการหมุน

เราได้ทราบแล้วว่า เมื่อมีแรงเดี่ยวหรือแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุที่อยู่นิ่งโดยแนวแรงไม่ผ่านศูนย์กลางมวล จะทำให้วัตถุนั้นหมุน ถ้าเราพิจารณาตัวอย่างการหมุน

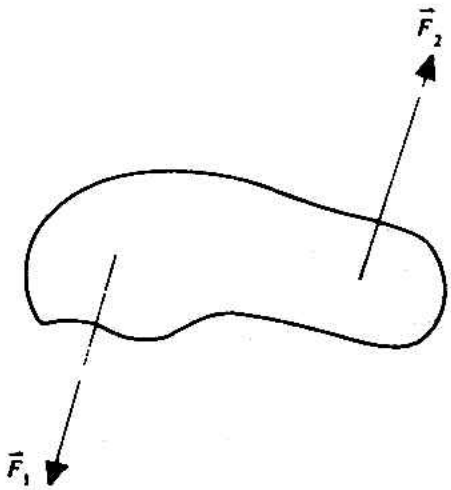
---

[1] center of gravity เป็นตำแหน่งที่ถือเสมือนว่า แรงดึงดูดของโลกกระทำต่อวัตถุที่จุดนี้

ที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น การเปิดประตู การถีบบันไดจักรยาน การขันน็อต การเปิดฝาขวดที่เป็นฝาเกลียว ฯลฯ จะพบว่าในบางกรณีแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ แต่ยังคงทำให้วัตถุที่อยู่นิ่งมีการเคลื่อนที่แบบหมุนได้ ตัวอย่างเช่น ในกรณีแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ขนาดเท่ากัน กระทำต่อวัตถุในทิศตรงข้ามกัน แต่แนวแรงไม่อยู่ในแนวเดียวกัน ดังรูป 8.39 จะพบว่าการกระทำของแรงคู่นี้มีผลทำให้วัตถุหมุน

แรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ดังรูป 8.39 นี้ เป็นแรงกระทำต่อวัตถุเดียวกันโดยมีแนวแรงขนานกัน จึงเรียกแรงประเภทนี้ว่า ***แรงขนาน*** และแรงขนานคู่ใดที่มีขนาดเท่ากันกระทำต่อวัตถุในทิศตรงข้ามกันจะเรียกว่า ***แรงคู่ควบ***

☐ *แรงคู่ควบทำให้วัตถุสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งและสมดุลต่อการหมุนอย่างไร*



รูป 8.39 แรง $\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ เป็นแรงคู่ควบ

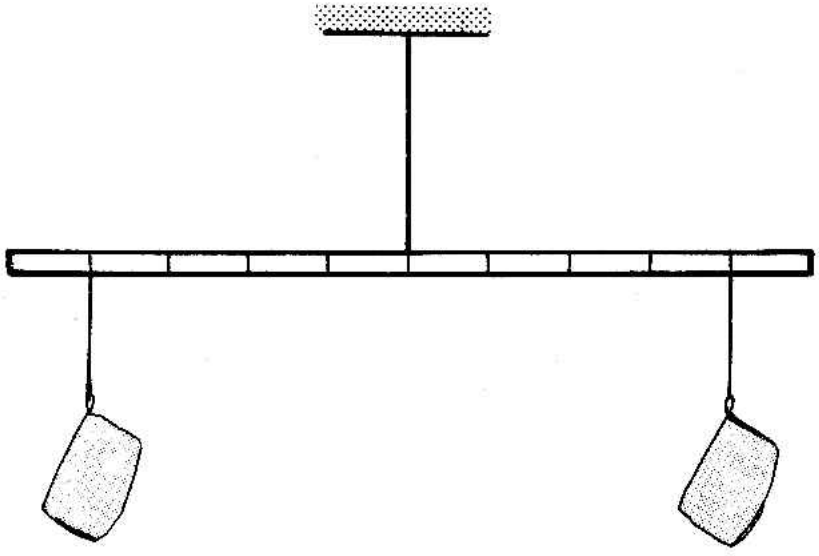
จากรูป 8.39 จะเห็นว่า แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุจะเป็นศูนย์ นั่นคือวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง แต่จะพบว่าวัตถุไม่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน การทดลองต่อไปนี้จะศึกษาว่าสมดุลต่อการหมุนขึ้นกับอะไรบ้าง

การทดลอง 8.2 สมดุลของแรงขนาน

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาปริมาณและเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับสมดุลต่อการหมุน

วิธีทดลอง

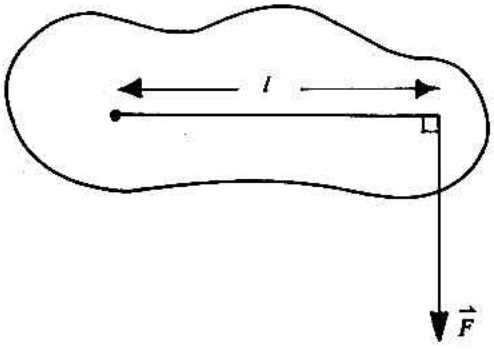
ใช้เชือกร้อยที่รูตรงจุดกึ่งกลางไม้เมตร แล้วนำไปแขวนไว้กับที่ยึด ถ้าไม้เมตรไม่อยู่ในแนวระดับให้เอาดินน้ำมันปะติดกับไม้เมตรด้านที่เอียงขึ้น จนไม้เมตรอยู่ในแนวระดับ เอาเชือกผูกกับตุงทรายหนึ่งถุงทำเป็นห่วง แขวน



รูป 8.40 ตัวอย่างการแขวนไม้เมตรและถุงทรายโดยให้ไม้เมตรอยู่ตามแนวระดับ

กับไม้เมตรทางด้านซ้ายของจุดกึ่งกลางไม้เมตร โดยกำหนดให้ห่างจากจุดที่แขวนไม้เมตร 40 เซนติเมตร สังเกตผลที่เกิดขึ้น ต่อไปเอาเชือกผูกถุงทรายอีกหนึ่งถุง แขวนทางขวาของจุดกึ่งกลางไม้เมตรที่ตำแหน่งซึ่งทำให้ไม้เมตรอยู่ในแนวระดับ บันทึกระยะจากจุดกึ่งกลางไม้เมตรไปยังตำแหน่งที่แขวนถุงทรายเมื่อให้ถุงทรายหนึ่งถุงที่แขวนไว้ทางซ้ายของจุดกึ่งกลางไม้เมตรอยู่ที่เดิม ทำการทดลองโดยแขวนถุงทรายทางขวาเพิ่มเป็น 2 3 และ 4 ถุง ณ ที่ตำแหน่งต่าง ๆ โดยให้ไม้เมตรอยู่ตามแนวระดับเช่นเดิม คำนวณหาผลคูณของน้ำหนักถุงทรายกับระยะที่ถุงทรายอยู่ห่างจากจุดกึ่งกลางไม้เมตร แล้วเปรียบเทียบผลคูณที่ได้

☐ *ผลคูณระหว่างน้ำหนักถุงทรายกับระยะห่างจากจุดหมุนทางซ้ายมือและผลคูณระหว่างน้ำหนักถุงทรายกับระยะห่างจากจุดหมุนทางขวามือมีค่าเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่า มีค่าเป็นอย่างไร*



รูป 8.41 แรง F กระทำกับวัตถุมีแนวแรงห่างจากจุดหมุนเป็นระยะ l

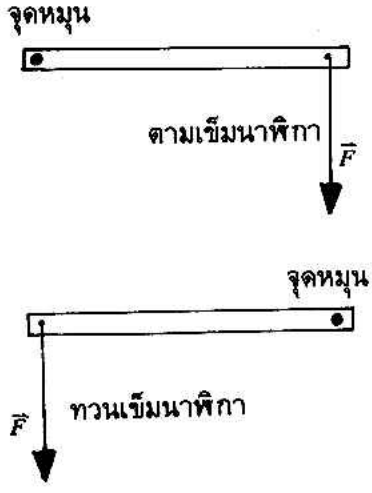
จะเห็นว่าเมื่อใช้แรงขนานกระทำต่อวัตถุเพื่อทำให้วัตถุไม่หมุนไปทางใดทางหนึ่งนั้น คือ ทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน จากผลของการทดลองดังกล่าวสรุปได้ว่า

เมื่อทำให้ไม้เมตรอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ผลคูณระหว่างขนาดของแรงกับระยะทางจากจุดหมุนไปตั้งฉากกับแนวแรงในแต่ละข้างของจุดแขวน มีค่าเท่ากัน ผลคูณนี้เรียกว่า ***โมเมนต์ของแรง***[1] ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$M = Fl \qquad \text{.....(8.4)}$$

เมื่อ M เป็นโมเมนต์ของแรง $\vec{F}$ และ l เป็นระยะทางจากจุดหมุนไปตั้งฉากกับแนวแรงดังรูป 8.41

โมเมนต์ของแรงมีหน่วยเป็น นิวตัน เมตร การหมุนของวัตถุในระนาบหนึ่ง ๆ เมื่อพิจารณาเทียบกับการหมุนของเข็มนาฬิกาจะเห็นว่ามีทิศการหมุนได้สองแบบ คือ การหมุนตามเข็มนาฬิกา ดังรูป 8.42 ก. หรือการหมุนทวนเข็มนาฬิกา ดังรูป 8.42 ข.



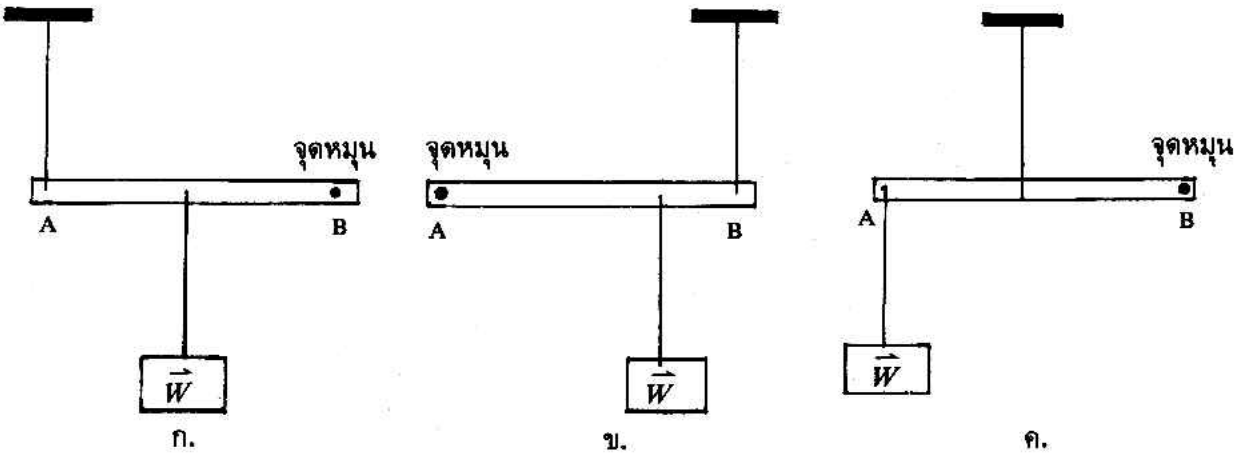
รูป 8.42 ก. ข. การหมุนของวัตถุเทียบกับการหมุนของเข็มนาฬิกา

---

[1] moment of force หรือ torque (ทอร์ก) ความหมายอย่างสมบูรณ์ของทอร์ก อธิบายด้วยสมการ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ เมื่อมีแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุที่จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากจุดหมุน O เป็นระยะ r ให้เวกเตอร์ตำแหน่งของ P เกี่ยวกับ O คือ $\vec{r}$ และมุมระหว่าง $\vec{F}$ กับ $\vec{r}$ เป็น θ จะได้ว่า ขนาดของ $\tau = Fr\sin\theta$ สำหรับการเริ่มเรียนฟิสิกส์จะยังไม่เน้นคณิตศาสตร์เชิงเวกเตอร์ จึงยังไม่ใช้สมการนี้ในระดับชั้นนี้ นักเรียนที่สนใจอาจศึกษาเพิ่มเติมได้จากหนังสือระดับอุดมศึกษา

คำถาม 8.13 ก. น้ำหนัก $\vec{W}$ ทำให้คาน AB ในแต่ละรูปมีการหมุนอย่างไร

ข. ในรูปใด โมเมนต์ของแรงเนื่องจากน้ำหนัก $\vec{W}$ มีค่ามากที่สุด



รูป 8.43 น้ำหนัก $\vec{W}$ กระทำกับคาน AB

จากการพิจารณาเทียบการหมุนของวัตถุในลักษณะดังกล่าว เราจึงกำหนดให้โมเมนต์ของแรงที่ทำให้วัตถุหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกา เรียกว่า ***โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา*** และ ***โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา*** ตามลำดับ และสรุปได้ว่า วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน โมเมนต์ของแรงกระทำต่อวัตถุเป็นไปตามเงื่อนไข คือ

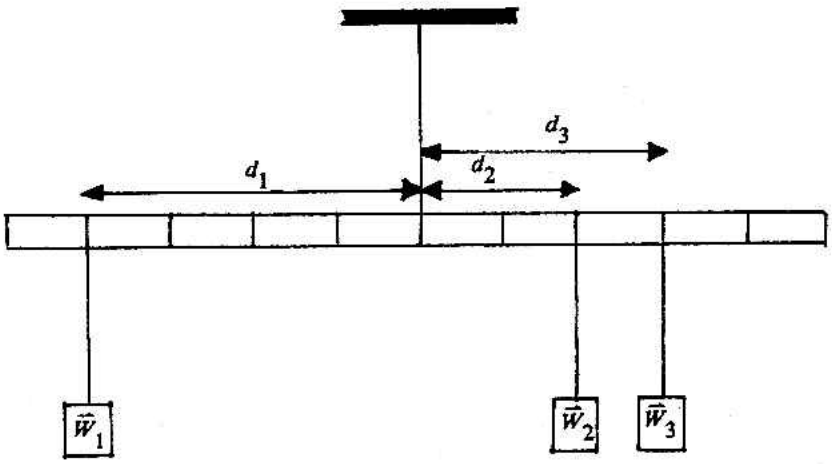
โมเมนต์ของแรงที่หมุนทวนเข็มนาฬิกา = โมเมนต์ของแรงที่หมุนตามเข็มนาฬิกา

ถ้ากำหนดให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายบวก และโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมาย ลบ เราอาจสรุปได้ว่า ***ผลรวมทางคณิตศาสตร์ของโมเมนต์มีค่าเป็นศูนย์เมื่อวัตถุสมดุลต่อการหมุน*** ดังนั้นจะได้

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0 \quad \text{.....(8.5)}$$

เมื่อ M_i เป็นโมเมนต์ของแรงแต่ละแรง

ถ้ามีโมเมนต์ของแรง 3 แรงกระทำต่อวัตถุ เช่น แขวนน้ำหนัก $\vec{W}_1$, $\vec{W}_2$ และ $\vec{W}_3$ กับไม้เมตรที่อยู่ในแนวระดับ ทำให้ไม้เมตรยังคงอยู่ในแนวระดับต่อไป ดังรูป 8.44

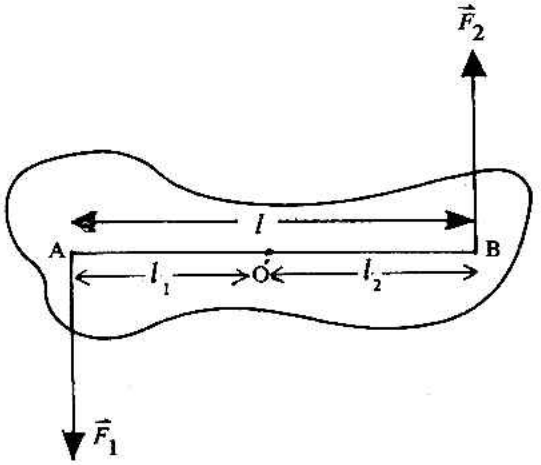


รูป 8.44 น้ำหนัก $\vec{W}_1$, $\vec{W}_2$ และ $\vec{W}_3$ แขวนกับไม้เมตรซึ่งอยู่ในแนวระดับ

โดยใช้เงื่อนไขสมดุลต่อการหมุนในรูปของสมการ (8.5) จะเขียนได้ว่า

$$W_1d_1 - W_2d_2 - W_3d_3 = 0$$

☐ *ถ้ามีแรงคู่ควบ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ กระทำกับวัตถุ ดังรูป 8.45 จะหาผลรวมของโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ รอบจุดหมุน o ได้เท่าไร*



รูป 8.45 แรงคู่ควบ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ กระทำกับวัตถุ AB โดยแนวแรงทั้งสองตั้งฉากกับ AB

โดยพิจารณารูป 8.45 จะได้ว่าโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ รอบจุดหมุน O เป็นโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา และเนื่องจากขนาดของแรงคู่ควบเท่ากัน ดังนั้น ถ้าให้ F เป็นขนาดของแรงคู่ควบแต่ละแรง จะหาผลรวมของโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ได้เป็น

$$F_1l_1 + F_2l_2 = Fl_1 + Fl_2$$
$$= F(l_1 + l_2)$$

ดังนั้น $$F_1l_1 + F_1l_2 = Fl$$

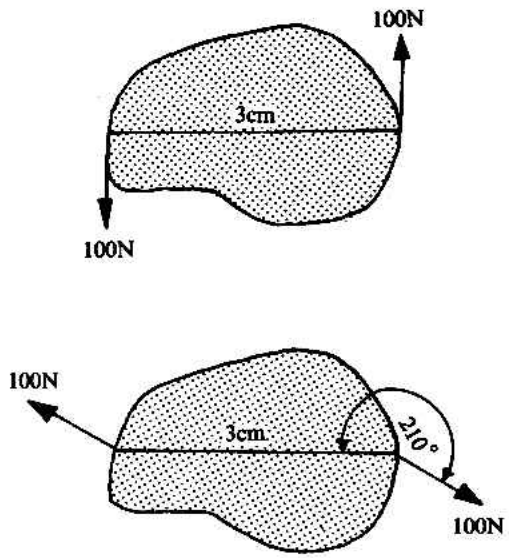
เมื่อ l เป็นระยะทางตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง

☐ *จากรูป 8.45 โมเมนต์ของแรงคู่ควบรอบจุด A และ B มีขนาดเท่าใด และมีผลทำให้วัตถุหมุนอย่างไร*

ในการหาโมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนอื่น เช่น จุด A หรือจุด B ดังแสดงในรูป 8.45 ผลรวมของโมเมนต์จะมีค่าเท่าเดิม คือ เท่ากับ Fl และหมุนทวนเข็มนาฬิกา ถึงแม้ว่าจะพิจารณาหาผลรวมของโมเมนต์รอบจุดใด ๆ ก็ตาม ค่าที่ได้จะคงเดิม และมีทิศหมุนทวนเข็มนาฬิกาเช่นเดิม

ดังนั้นจะสรุปได้ว่า ***โมเมนต์ของแรงคู่ควบใด ๆ มีขนาดเท่ากับผลคูณของขนาดของแรงใดแรงหนึ่งกับระยะทางตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง*** ซึ่งจะหมุนตามเข็มนาฬิกาหรือหมุนทวนเข็มนาฬิกา ขึ้นอยู่กับทิศของแรงคู่ควบนั้น และแรงคู่ควบนี้เองเป็นแรงทำให้วัตถุไม่สมดุลต่อการหมุน

คำถาม 8.14 ถ้ามีแรงคู่ควบกระทำต่อวัตถุในแนวต่าง ๆ ดังรูป 8.46 จงหาขนาดของโมเมนต์ของแรงคู่ควบเหล่านั้น และในแต่ละกรณีวัตถุจะหมุนอย่างไร



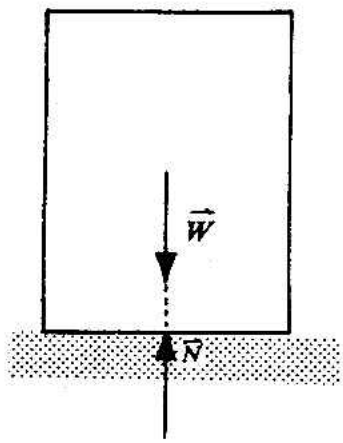
รูป 8.46 แรงคู่ควบกระทำต่อวัตถุในแนวต่าง ๆ

ในกรณีวัตถุถูกกระทำด้วยแรงคู่ควบ 1 คู่ วัตถุจะไม่อยู่ในสมดุลต่อการหมุนถ้าจะให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน คือ ทำให้ผลรวมของโมเมนต์มีค่าเป็นศูนย์ จะต้องมีแรงคู่ควบอีกอย่างน้อย 1 คู่ กระทำต่อวัตถุในลักษณะต้านการหมุนของวัตถุซึ่งเกิดจากแรงคู่ควบที่กระทำอยู่เดิม โดยโมเมนต์ของแรงคู่ควบทั้ง 2 คู่ จะต้องมีขนาดเท่ากัน กระทำต่อวัตถุให้หมุนในทิศตรงข้ามกัน

8.8 สมดุลสัมบูรณ์

เราทราบแล้วว่าวัตถุที่อยู่ในสมดุลอาจอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งหรือสมดุลต่อการหมุนก็ได้ แต่ถ้าวัตถุที่อยู่ทั้งในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งและสมดุลต่อการหมุน เราเรียกว่า วัตถุอยู่ใน*สมดุลสัมบูรณ์* ซึ่งเราจะศึกษาจากสถานการณ์ต่อไปนี้

พิจารณาวัตถุทรงสี่เหลี่ยมมีน้ำหนัก $\vec{W}$ และตั้งอยู่บนพื้นราบที่มีความฝืด ดังรูป 8.47

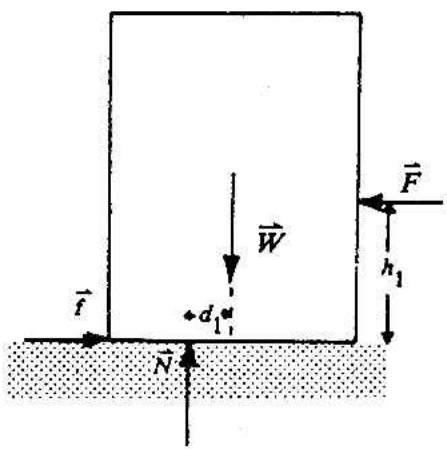


รูป 8.47 วัตถุวางบนพื้นราบที่มีความฝืด

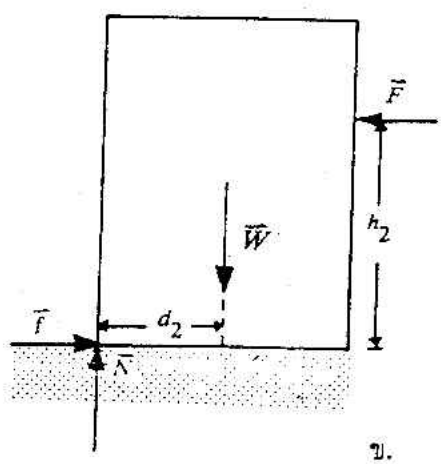
☐ *มีแรงใดกระทำต่อวัตถุบ้าง วัตถุอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์หรือไม่ เพราะเหตุใด*

ขณะที่วัตถุวางบนพื้นราบระดับดังรูป 8.47 จะมีแรงเนื่องจากน้ำหนักวัตถุกดลงบนพื้น และมีแรงที่พื้นโต้ตอบกับแรงกดนี้ โดยดันวัตถุไว้ในแนวตั้งฉากกับพื้น แรงทั้งสองนี้มีทิศตรงข้ามกันอยู่ในแนวเดียวกันและมีขนาดเท่ากัน แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุจะเป็นศูนย์ และไม่มีโมเมนต์ของแรงทำให้วัตถุหมุน นั่นคือวัตถุอยู่ทั้งในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่งและต่อการหมุน ดังนั้นวัตถุอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์

ถ้าออกแรง $\vec{F}$ ในแนวระดับ กระทำกับวัตถุนี้ที่ตำแหน่งสูงจากพื้นเป็นระยะ h_1 ดังรูป 8.48 ก. โดยวัตถุยังคงอยู่นิ่ง แสดงว่า วัตถุยังไม่เปลี่ยนสภาพการเลื่อนตำแหน่งและไม่เปลี่ยนสภาพการหมุน หลังจากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งที่แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุให้สูงจากพื้นขึ้นเรื่อยๆ จนถึงความสูง h_2 ดังรูป 8.48 ข. ซึ่งทำให้วัตถุเริ่มจะเอียง และเมื่อแรงกระทำสูงกว่า h_2 จะทำให้วัตถุเอียง หมุนล้มวางตัวในแนวนอน คือทำให้วัตถุไม่อยู่ในสมดุล ต่อการหมุน



ก.



ข.

รูป 8.48 ก. ข. แรง $\vec{F}$ ในแนวระดับกระทำต่อวัตถุ

เมื่อพิจารณาแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุ ดังรูป 8.48 ก. วัตถุอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์ ในขณะที่ออกแรง $\vec{F}$ ในแนวระดับกระทำต่อวัตถุ จะมีแรงเสียดทาน $\vec{f}$ ขนาดเท่ากับแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในทิศตรงกันข้าม แนวแรงทั้งสองขนานกันและไม่อยู่ในแนวเดียวกัน ดังนั้นแรง $\vec{F}, \vec{f}$ จึงเป็นแรงคู่ควบ ทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบมีค่า fh_1 หรือ Fh_1 ซึ่งทำให้วัตถุหมุนทวนเข็มนาฬิกา แต่วัตถุนี้ไม่มีการหมุน แสดงว่า จะต้องมีโมเมนต์ของแรงคู่ควบ ซึ่งมีขนาดเท่ากับ Fh_1 กระทำกับวัตถุโดยหมุนตามเข็มนาฬิกา ถ้าพิจารณาที่วัตถุแล้วแรงคู่ควบนี้คือแรง $\vec{N}$ และ $\vec{W}$ เมื่อ $\vec{N}$ คือแรงที่พื้นกระทำต่อวัตถุในแนวตั้งฉากซึ่งมีขนาดเท่ากับ W ซึ่งเป็นน้ำหนักของวัตถุ ในกรณีนี้แนวของ $\vec{N}$ และ $\vec{W}$ จะต้องไม่อยู่ในแนวเดียวกัน $\vec{N}$ อยู่ที่ตำแหน่งซึ่งห่างจากแนวของ $\vec{W}$ เป็นระยะ d_1 เพื่อทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบ มีค่าเท่ากับ Wd_1 ซึ่งจะเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า $Fh_1 = Wd_1$

☐ *ขณะวัตถุ (ในรูป 8.48) อยู่นิ่งแรง $\vec{N}$ และ $\vec{W}$ อยู่ในแนวเดียวกันหรือไม่*

จากที่กล่าวมาแล้วจะเห็นว่าถ้าออกแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุแรง $\vec{N}$ และ $\vec{W}$ จะไม่อยู่ในแนวเดียวกัน

ถ้าตำแหน่งที่ออกแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุสูงจากพื้นเพิ่มขึ้น คือ ค่า h_1 เพิ่มขึ้นโดยวัตถุไม่เปลี่ยนสภาพการหมุน ระยะ d_1 ต้องเพิ่มขึ้นด้วย เพื่อให้ผลรวมของโมเมนต์ที่กระทำกับวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากน้ำหนัก $\vec{W}$ มีแนวแรงอยู่ในแนวเดิม ดังนั้นแนวแรง $\vec{N}$ จะต้องเลื่อนออกห่างจากแนวแรง $\vec{W}$ ซึ่งจะเลื่อนได้มากที่สุด เมื่อแนวแรง $\vec{N}$ อยู่ที่ริมสุดของฐานวัตถุ ดังรูป 8.48 ข.

จากการออกแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุดังในรูป 8.48 ก. ข.

- ☐ *ถ้าออกแรง $\vec{F}$ ในแนวระดับ กระทำต่อวัตถุ แรง $\vec{W}$ กับ $\vec{N}$ จะอยู่ในแนวเดียวกันหรือไม่*
- ☐ *ถ้าตำแหน่งที่แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุสูงกว่า h_2 วัตถุจะล้ม เพราะเหตุใด*
- ☐ *ขณะที่ออกแรง $\vec{F}$ ในแนวระดับกระทำต่อวัตถุที่ตำแหน่งต่ำกว่า h_2 วัตถุจะอยู่ในสมดุลสมบูรณ์หรือไม่ เพราะเหตุใด*

สมดุลสัมบูรณ์ของวัตถุใด ๆ หมายถึงวัตถุนั้นอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง และสมดุลต่อการหมุน ซึ่งหมายความว่า แรงต่างๆ ที่กระทำต่อวัตถุจะเป็นไปตามเงื่อนไขสองประการคือ

1. แรงลัพธ์เป็นศูนย์ หรือผลรวมของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$$

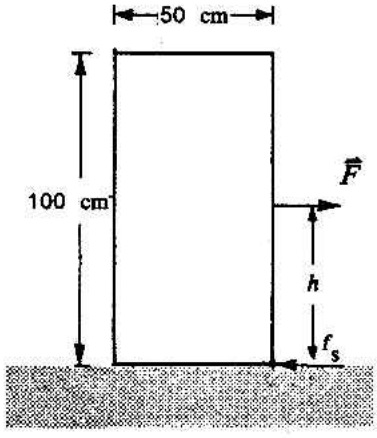
2. ผลรวมของโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$

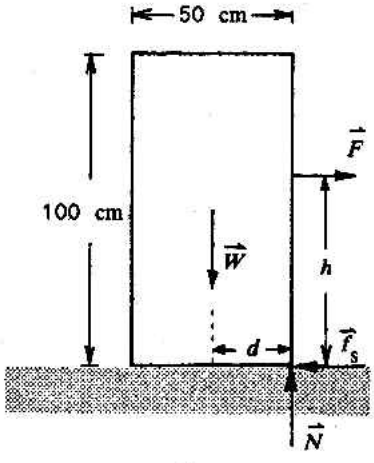
ตัวอย่าง 8.3 วัตถุสม่ำเสมอก้อนหนึ่งหนัก 2.0×10^3 นิวตัน วางอยู่บนพื้นระดับซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างผิวสัมผัส 0.4 แรง $\vec{F}$ ในแนวระดับกระทำต่อวัตถุดังรูป 8.49

ก. แรง $\vec{F}$ ซึ่งกระทำต่อวัตถุในแนวระดับ จะมีค่าเท่าใด จึงพอดีทำให้วัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่

ข. ให้แรง $\vec{F}$ ตามข้อ ก. กระทำกับวัตถุ ระยะสูงสุดที่ $\vec{F}$ กระทำจะมีค่าเท่าใด จึงจะทำให้วัตถุไม่ล้ม



ก



ข

รูป 8.49 แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุ

วิธีทำ

ก. เนื่องจากวัตถุอยู่ในสมดุล

นั่นคือ $w = N$ และ $F = f_s$

แรง F ที่พอดีทำให้วัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่

$= $ แรงเสียดทานสถิต f_s

$= \mu_s N$

$= 0.4 \times 2.0 \times 10^3$ N

$= 8.0 \times 10^2$ นิวตัน

ตอบ แรงที่พอดีทำให้วัตถุจะเคลื่อนที่เท่ากับ 8.0×10^2 นิวตัน

ข. ให้ h เป็นระยะสูงสุดเมื่อออกแรง F กระทำแล้วจะทำให้วัตถุไม่ล้ม ดังรูป 8.49 เนื่องจากวัตถุสมดุลต่อการหมุน ดังนั้น โมเมนต์ของแรง คู่ควบ $\vec{N}, \vec{w}$

$=$ โมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}, \vec{f}$

$w \times d = F \times h$

(2.0×10^3) N $\times \frac{50}{2}$ cm

$= (8.0 \times 10^2)$ N $\times h$

$h = 62.5$ เซนติเมตร

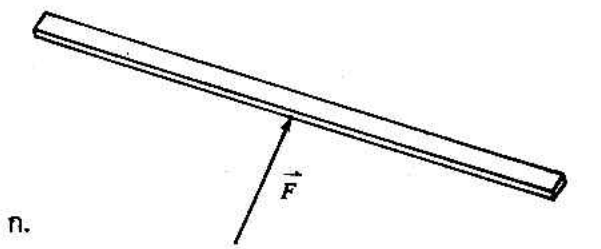
ตอบ ระยะสูงสุดที่ออกแรงเท่ากับ 62.5 เซนติเมตร

คำถาม 8.15 จากตัวอย่างข้างต้น ถ้าพื้นลื่น วัตถุจะอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์หรือไม่ เพราะเหตุใด

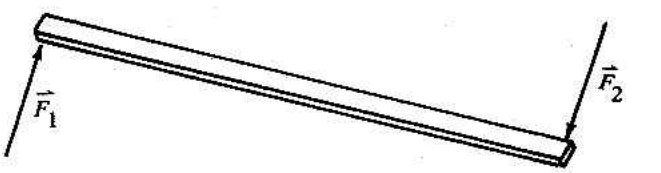
คำถาม 8.16 วางไม้เมตรบนพื้นลื่น ถ้ามีแรงกระทำต่อไม้เมตรในแนวขนานกับพื้น ในกรณีต่อไปนี้ไม้เมตรอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์หรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. แรง 1 แรง กระทำกับไม้เมตรในแนวผ่านศูนย์กลางมวล ดังรูป 8.50 ก.

ข. แรงคู่ควบ 1 คู่ กระทำต่อไม้เมตร ดังรูป 8.50 ข.



ก.

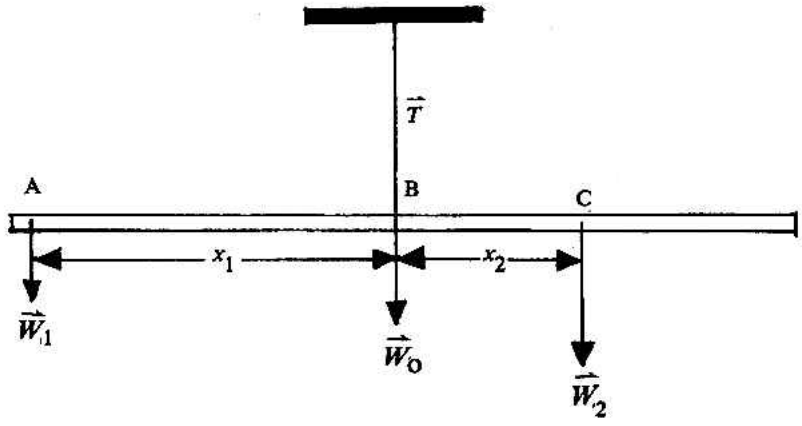


ข.

รูป 8.50 แรงกระทำต่อไม้เมตร

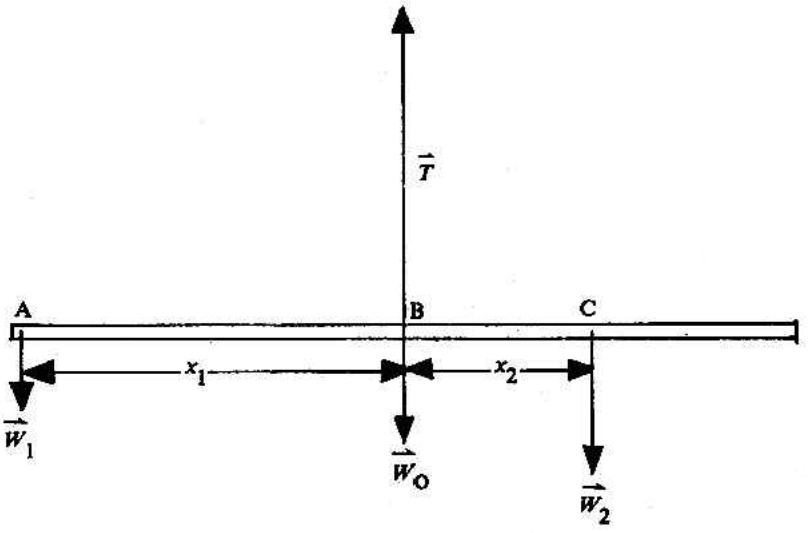
จากตัวอย่างดังกล่าวข้างต้นวัตถุอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์ เนื่องจากมีแรงคู่ควบ 2 คู่ที่มีโมเมนต์ของแรงคู่ควบซึ่งต่อต้านกันมากระทำต่อวัตถุ เราทราบมาแล้วว่าแรงคู่ควบจะทำให้เกิดการหมุนรอบจุดใดก็ได้ โมเมนต์ของแรงคู่ควบมีค่าคงตัว เราจะหาผลรวมของโมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนใดก็ได้ คงได้ค่าเท่ากับศูนย์เสมอ ถ้าเป็นกรณีที่วัตถุอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์ด้วยแรงที่ไม่ใช่แรงคู่ควบจะพิจารณาเช่นเดียวกันนี้ได้หรือไม่ จะได้ศึกษาต่อไป

พิจารณาแรงขนานกระทำกับคานไม้ให้อยู่ในสมดุลสัมบูรณ์ ดังรูป 8.51 โดยคานน้ำหนัก $\vec{W}_0$ วางตัวในแนวระดับ ถูกผูกติดกับเชือกและแขวนตรงจุด B ซึ่งเป็นศูนย์กลางมวลของคาน ทางซ้ายของคานตรงจุด A ห่างจากจุด B เป็นระยะ x_1 มีน้ำหนัก $\vec{W}_1$ แขวนอยู่ ทางขวาของคานตรงจุด C ห่างจากจุด B เป็นระยะ x_2 มีน้ำหนัก $\vec{W}_2$ แขวนอยู่



รูป 8.51 คานไม้ถูกแรงขนานกระทำให้อยู่ในสมดุลสัมบูรณ์

จากรูป 8.51 ให้ $\vec{T}$ เป็นแรงดึงในเชือก



รูป 8.52 แรงกระทำกับคาน

โดยใช้เงื่อนไข $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$ และให้แรงที่มีทิศขึ้นเครื่องหมายเป็นบวก และแรงที่มีทิศลงมีเครื่องหมายลบ จะเขียนได้ว่า

$$T - W_O - W_1 - W_2 = 0 \qquad \text{.....(1)}$$

โดยใช้เงื่อนไข $\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$

และให้โมเมนต์ทวนเข็มมีเครื่องหมายเป็นบวก .....(1)

หาโมเมนต์ของแรงรอบจุด B

$$W_1X_1 - W_2X_2 = 0 \qquad \text{.....(2)}$$

หาโมเมนต์ของแรงรอบจุด A

$$T X_1 - W_OX_1 - W_2(X_1 + X_2) = 0 \qquad \text{.....(3)}$$

เมื่อแทนค่า T จากสมการ (1)

จะได้ $(W_o + W_1 + W_2)X_1 - W_oX_1 - W_2(X_1 + X_2) = 0$

$W_oX_1 + W_1X_1 + W_2X_1 - W_oX_1 - W_2X_1 - W_2X_2 = 0$

$W_1X_1 - W_2X_2 = 0$ ตรงกับสมการ (2)

หาโมเมนต์ของแรงรอบ C

$W_1(X_1 + X_2) + W_oX_2 - TX_2 = 0$ .....(4)

เมื่อแทนค่า $T = W_o + W_1 + W_2$

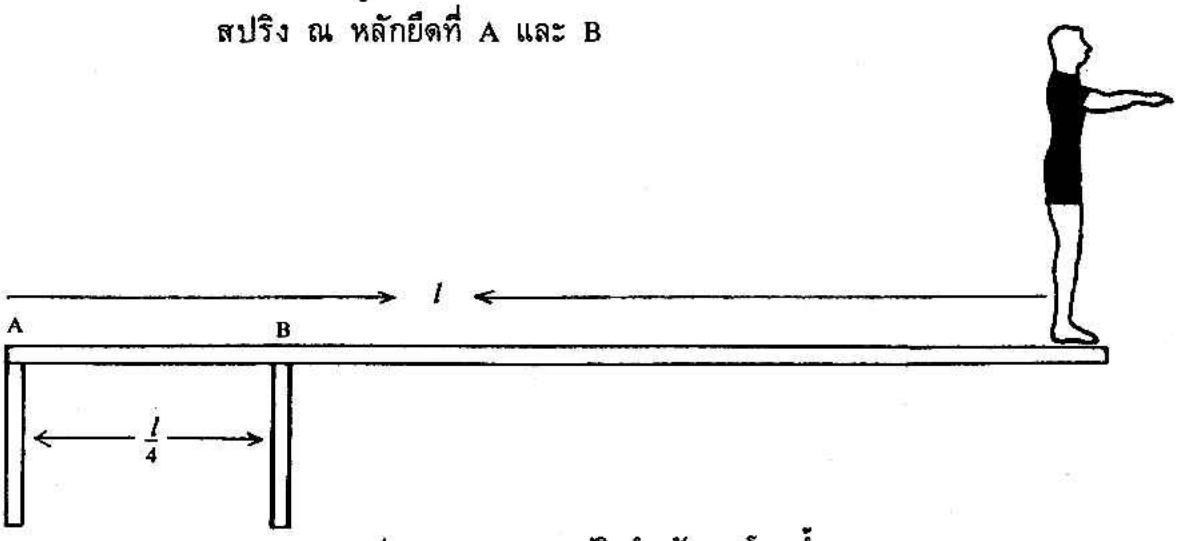
จะได้ $W_1(X_1 + X_2) + W_oX_2 - (W_o + W_1 + W_2)X_2 = 0$

$W_1X_1 + W_1X_2 + W_oX_2 - W_oX_2 - W_1X_2 - W_2X_2 = 0$

$W_1X_1 - W_2X_2 = 0$ ตรงกับสมการ (2)

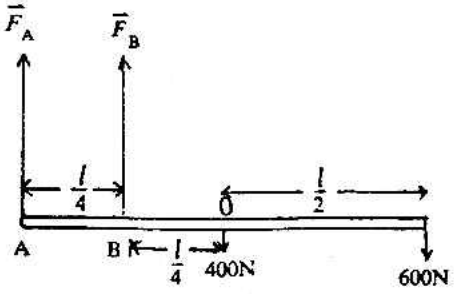
สรุปได้ว่า ถ้ามีแรงกระทำต่อวัตถุ ทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์จะได้ผลรวมทางคณิตศาสตร์ของโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุรอบจุดหมุนใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

ตัวอย่าง 8.4 กระดานสปริงสำหรับกระโดดน้ำมีน้ำหนัก 400 นิวตัน มีหลักยึดอยู่ 2 แห่ง ที่ A และ B ซึ่งห่างกันเป็นระยะ $\frac{1}{4}$ ของความยาวคาน ดังรูป 8.53 ถ้าปลายคานด้านที่จะกระโดดมีชายคนหนึ่งหนัก 600 นิวตัน ยืนอยู่ จงหาแรงกระทำต่อกระดานสปริง ณ หลักยึดที่ A และ B



รูป 8.53 กระดานสปริงสำหรับกระโดดน้ำ

วิธีทำ กำหนดให้ l เป็นความยาวของกระดานสปริง $\vec{F}_A$ และ $\vec{F}_B$ เป็นแรงกระทำต่อกระดานสปริง ณ หลักยึดที่ A และ B ตามลำดับและมีทิศขึ้น เขียนแผนภาพแสดงแรงกระทำต่อกระดานสปริงได้ดังรูป 8.54



รูป 8.54 แผนภาพแสดงแรงกระทำต่อกระดานสปริง

โดยถือว่ากระดานสปริงสม่ำเสมอ น้ำหนักของกระดานสปริง 400 นิวตันกระทำ ณ จุดกึ่งกลางคาน คือ จุด O ห่างจากจุด A เป็นระยะ $\frac{l}{2}$ และห่างจากจุด B เป็นระยะ $\frac{l}{4}$

เนื่องจากกระดานสปริงอยู่ในสมดุลสัมบูรณ์ ดังนั้น

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \quad \text{และ} \quad \sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$

โดยให้แรงที่มีทิศขึ้นมีเครื่องหมายบวก จะได้ว่า

$$F_A + F_B - 400 - 600 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

โดยให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายเป็นบวก และเลือกจุด A เป็นจุดหมุนจะได้

$$F_B \times \frac{l}{4} - 400 \times \frac{l}{2} - 600 \times l = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\frac{F_B}{4} - 200 - 600 = 0$$

$$F_B = 800 \times 4 = 3200$$

แทนค่า F_B ที่ได้นี้ในสมการข้างต้นได้

$$F_A = -2200 \text{ นิวตัน}$$

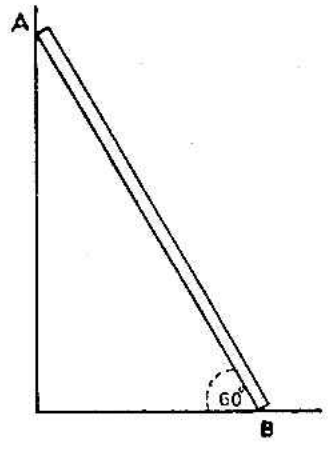
F_A ที่ได้มีเครื่องหมายลบ แสดงว่า F_A มีทิศลง นั่นคือ F_A เป็นแรงดึงลง

ตอบ แรงกระทำต่อกระดานสปริง ณ หลักยึดที่ A และ B มีค่า 2200 นิวตัน และ 3200 นิวตัน ตามลำดับ โดยที่ A เป็นแรงดึงลง B เป็นแรงดันขึ้น

ตัวอย่าง 8.5 มีบันไดขนาดสม่ำเสมอวางพาดกำแพงเกลี้ยงทำมุม 60° กับพื้นดังรูป 8.55 บันไดหนัก 300 นิวตัน

ก. แรงที่พื้นกระทำกับบันไดมีแรงอะไรบ้าง มีค่าเท่าใด และกำแพงออกแรงกระทำกับบันไดเท่าใด

ข. ถ้ามีคนมวล 60 กิโลกรัมยืนที่ระยะ $\frac{1}{4}$ ของความยาวบันไดจากพื้น แรงที่พื้นและกำแพงกระทำกับบันไดเป็นเท่าใด



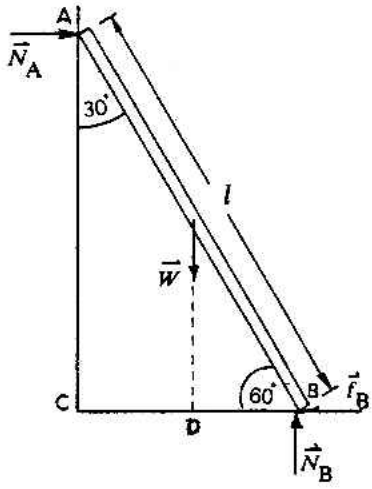
รูป 8.55 แสดงบันไดวางพาดกำแพง

วิธีทำ

ก. เขียนแผนภาพของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อบันได ดังรูป 8.56 แรงที่พื้นกระทำกับบันได มี 2 แรง คือ แรงดันในแนวตั้งฉาก $\vec{N}_B$ และแรงเสียดทาน $\vec{f}_B$ ที่ B เนื่องจากโจทย์กำหนดกำแพงเกลี้ยง แสดงว่าแรงเสียดทานที่ A เป็นศูนย์ ดังนั้น แรงที่ A จะมีแต่ $\vec{N}_A$ ซึ่งเป็นแรงที่กำแพงดันบันไดในแนวตั้งฉากกับกำแพง ให้ W เป็นน้ำหนักของบันได เนื่องจากบันไดอยู่ในสมดุล แรงลัพธ์ที่กระทำต่อบันไดเป็นศูนย์ จะได้ว่า

$$N_B = W \quad \text{.....(1)}$$

และ $$f_B = N_A \quad \text{.....(2)}$$



รูป 8.56 แสดงแรงต่าง ๆ ที่กระทำกับบันได

จากสมการ (1) แทนค่า W น้ำหนักบันได 300 N

ดังนั้น $N_B = 300$ N

หาค่า N_A โดยการหาโมเมนต์รอบจุด B

ให้ l เป็นความยาวบันได

เนื่องจากบันไดสมดุลต่อการหมุน

นั่นคือ เมื่อคิดโมเมนต์รอบจุด B

$$N_A \times AC = W \times BD$$

$$N_A \times l \cos 30^\circ = W \times \frac{1}{2} l \cos 60^\circ$$

$$N_A \cos 30^\circ = \frac{1}{2} W \cos 60^\circ$$

แทนค่า $\cos 30^\circ$, $\cos 60^\circ$ และ W จะได้

$$N_A \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times 300 \times \frac{1}{2}$$

$$N_A = 50\sqrt{3}$$

$$= 87 \text{ N}$$

จากสมการ (2)

$$f_B = N_A$$

ดังนั้น $f_B = 87$ N

ตอบ นั่นคือ พื้นออกแรงกระทำกับบันได 2 แรง คือแรงในแนวดั้งฉาก 300 นิวตัน และแรงในแนวราบ คือ แรงเสียดทาน 87 นิวตัน ส่วนกำแพงจะออกแรงกระทำกับบันได 87 นิวตัน

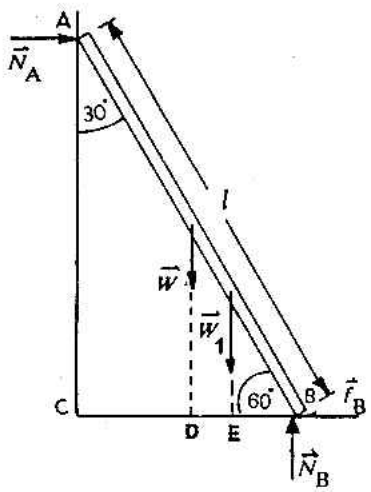
ข. เมื่อมีคนยืนอยู่บนบันไดที่ระยะ $\frac{1}{4}$ ของความยาวบันไดจากพื้นเขียนแผนภาพของแรงต่างๆ ที่กระทำกับบันได ดังรูป 8.57

ให้ $\vec{W}_1$ เป็นน้ำหนักของคน

แรงที่พื้นกระทำกับบันไดมีสองแรงคือ $\vec{N}_B$ และ $\vec{f}_B$

และแรงที่กำแพงกระทำกับบันไดมีหนึ่งแรงคือ $\vec{N}_A$

เนื่องจากบันไดอยู่ในสมดุล แรงลัพธ์เป็นศูนย์



รูป 8.57 แรงต่างๆ ที่กระทำกับบันได เมื่อมีคนยืนบนบันได

$$N_B = W + W_1 \quad \text{.....(3)}$$

และ $$f_B = N_A \quad \text{.....(4)}$$

จากสมการ (3) แทนค่า W และ W_1

ได้ N_B = 300N + 600N + 900N

เนื่องจากบันไดสมดุลต่อการหมุนเมื่อคิดโมเมนต์ของแรงต่างๆ รอบจุด B จะได้

$$N_A \times AC = W \times BD + W_1 \times BE$$

$$N_A \times l \cos 30^\circ = (W \times \tfrac{1}{2} l \cos 60^\circ + W_1 \times \tfrac{1}{4} l \cos 60^\circ)$$

เอา l หารตลอด และแทนค่า $\cos 30^\circ$, $\cos 60^\circ$ + W และ W_1

$$N_A \times \frac{\sqrt{3}}{2} = (300 \times \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2}) + (600 \times \tfrac{1}{4} \times \tfrac{1}{2})$$

$$N_A = 100\sqrt{3}$$

$$= 173 \text{ N}$$

จากสมการ (4) จะได้ f_B = 173 N

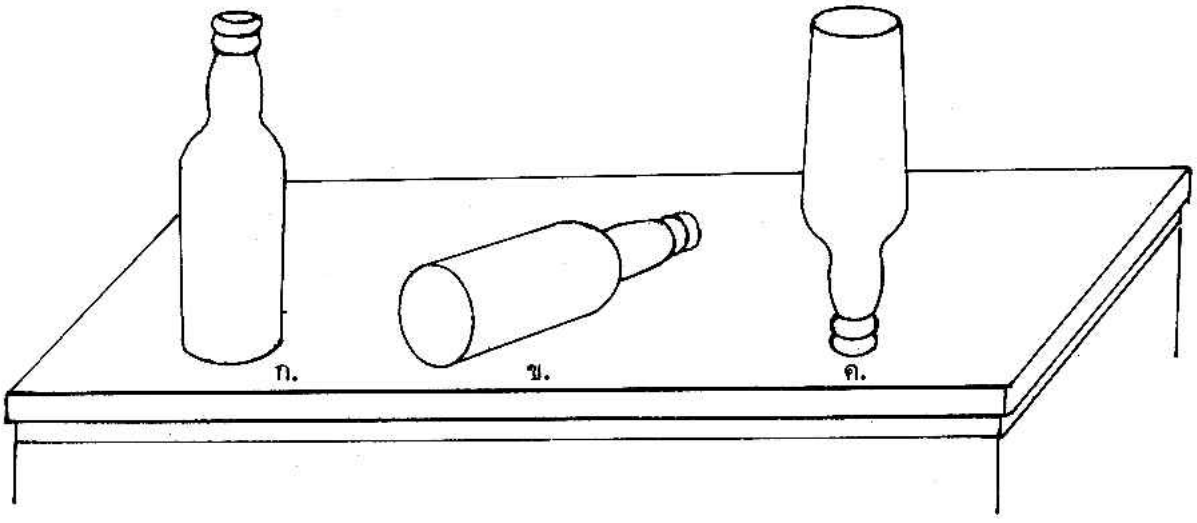
ตอบ นั่นคือ เมื่อมีคนยืนอยู่บนบันไดแรงที่พื้นกระทำกับบันไดมีค่า 900 นิวตัน และ 173 นิวตัน และแรงที่กำแพงกระทำกับบันไดมีค่า 173 นิวตัน

8.9 เสถียรภาพของสมดุล

วัตถุที่อยู่ในสมดุลสัมบูรณ์อาจวางตัวในลักษณะต่างกัน ดังรูป 8.58

ในแต่ละกรณีวัตถุอาจรักษาสมดุลที่มีอยู่เดิมได้ต่างกัน ถ้าวางขวดให้เป็นดังรูป 8.58 ก. เมื่อผลักขวดให้เอียงไปจากเดิมเล็กน้อยแล้วปล่อย ขวดจะเคลื่อนที่กลับมาตั้งอยู่ในลักษณะเดิม เรียกสมดุลในลักษณะนี้ว่า ***สมดุลเสถียร*** แต่ถ้าวางขวดดังรูป 8.58 ข. ไม่ว่าจะผลักขวดอย่างไร หรือ

ปล่อยให้กลิ้ง ขวดจะวางตัวอยู่ในลักษณะเดิม เรียกว่า ***สมดุลสะเทิน*** และถ้าวางขวดดังรูป 8.58 ค. เมื่อผลักขวดให้เอียงจากเดิมเล็กน้อยแล้วปล่อย ขวดจะล้ม เรียกว่า ***สมดุลไม่เสถียร***

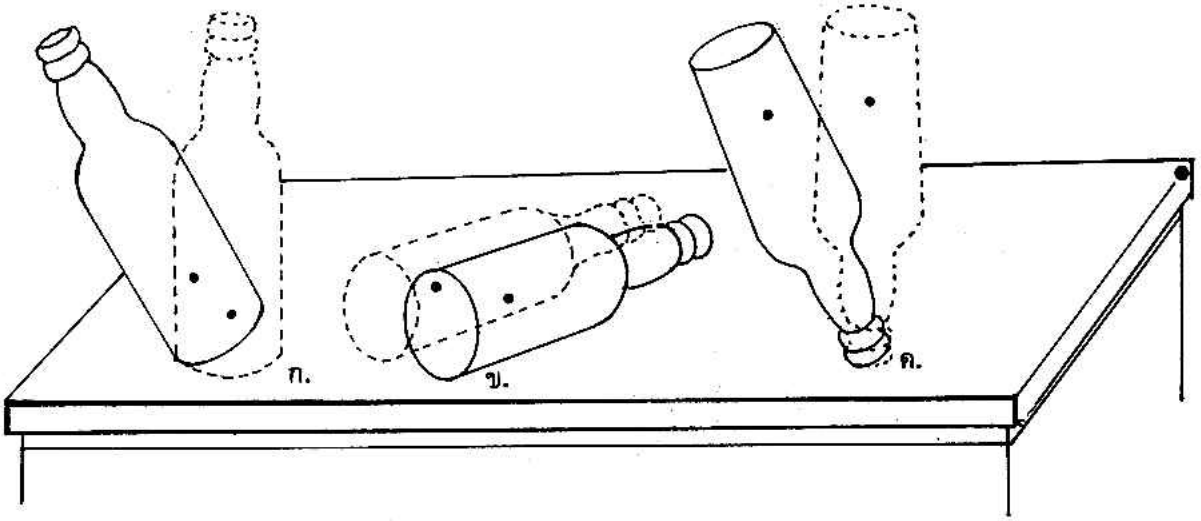


รูป 8.58 รูปขวดที่วางตัวในลักษณะต่างกัน

☐ *ขวดในรูป 8.58 เมื่อใช้มือผลักให้ขวดอยู่ในลักษณะดังรูป 8.59 ขณะนั้นขวดอยู่ในสมดุลต่อการหมุนหรือไม่ เพราะเหตุใด ขณะนั้นศูนย์กลางมวลของขวดมีระดับสูงหรือต่ำกว่าศูนย์กลางมวลเดิม และถ้าเอามือออก ทำไมขวดดังรูป 8.59 ก. จึงกลับมาอยู่ในสภาพเดิม*

ถ้าสังเกตการเปลี่ยนตำแหน่งศูนย์กลางมวลของวัตถุ จากสถานการณ์ข้างต้นจะสรุปได้ว่า เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุ ถ้าเดิมวัตถุอยู่ในสมดุลเสถียร ศูนย์กลางมวลของ

วัตถุจะอยู่สูงจากระดับเดิม สำหรับวัตถุที่เดิมอยู่ในสมดุลสะเทิน ศูนย์กลางมวลจะอยู่ในระดับเดิม และสำหรับวัตถุที่เดิมอยู่ในสมดุลไม่เสถียร ศูนย์กลางมวลจะต่ำลงจากระดับเดิม



รูป 8.59 การเปลี่ยนตำแหน่งศูนย์กลางมวลของวัตถุ

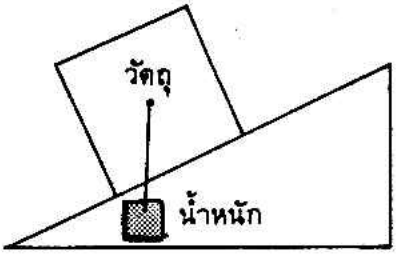
จากการเปลี่ยนตำแหน่งของศูนย์กลางมวลดังกล่าว เราจะนำไปใช้อธิบายการวางตัวของวัตถุภายหลังถูกผลักในกรณีต่าง ๆ ข้างต้นได้ดังนี้

ในรูป 8.59 ก. ศูนย์กลางมวลของวัตถุสูงขึ้น น้ำหนัก $\vec{W}$ มีแนวต่างจาก $\vec{N}$ ทำให้เกิดโมเมนต์ของแรง $\vec{W}$ รอบจุดรองรับในทิศที่ทำให้วัตถุหมุนกลับมาตั้งอยู่ในลักษณะเดิม

ในรูป 8.59 ข. ศูนย์กลางมวลของวัตถุสูงเท่าเดิม น้ำหนัก $\vec{W}$ ยังคงอยู่ในแนวเดียวกับ $\vec{N}$ จึงไม่มีโมเมนต์ของแรงมาทำให้วัตถุหมุนต่อไป

ในรูป 8.59 ค. ศูนย์กลางมวลของวัตถุต่ำลง น้ำหนัก $\vec{W}$ มีแนวต่างจาก $\vec{N}$ ทำให้เกิดโมเมนต์ของแรง $\vec{W}$ รอบจุดที่รองรับในทิศที่ทำให้วัตถุหมุนล้มมาวางตัวในแนวที่มีด้านข้างเป็นที่รองรับ

☐ *ถ้าวางแท่งวัตถุทรงสี่เหลี่ยมที่มีการแขวนน้ำหนักถ่วงติดกับแท่งวัตถุตรงตำแหน่งซึ่งอยู่ในระดับเดียวกับศูนย์กลางมวล แล้วนำไปวางบนพื้นเอียง ดังรูป 8.60 จะเอียงพื้นได้มุมเอียงมากเท่าใด โดยวัตถุยังไม่ล้ม*



รูป 8.60 วัตถุวางบนพื้นเอียง

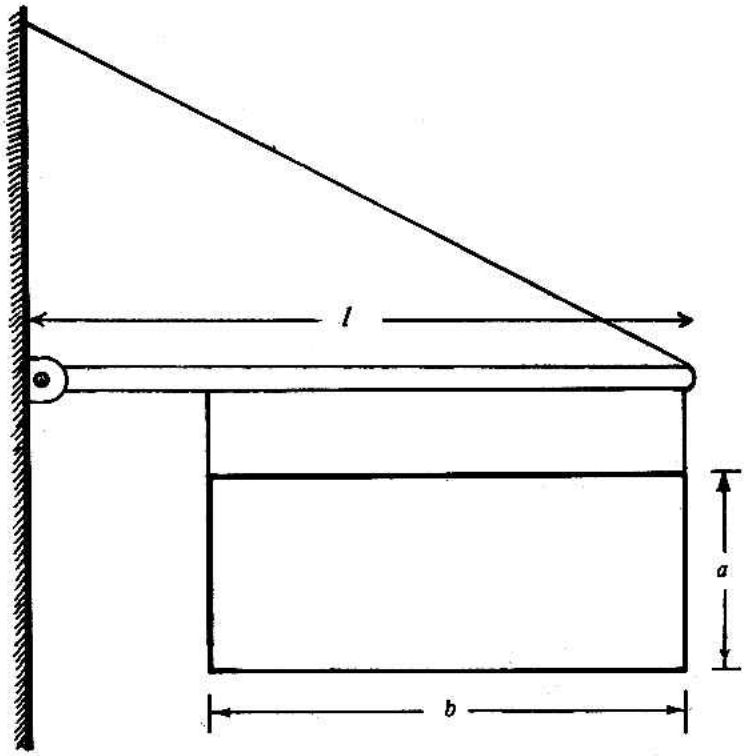
☐ *วัตถุควรจะมีฐานและรูปทรงอย่างไร จึงจะล้มได้ยาก*

8.10 การนำหลักการสมดุลไปประยุกต์

หลักการของสมดุลและโมเมนต์มีใช้อยู่มากมายในชีวิตประจำวัน ได้แก่ ใช้ในการคำนวณหาแรงกระทำต่อส่วนต่าง ๆ ในโครงสร้างที่รับน้ำหนัก เช่น ป้ายโฆษณา อัฒจันทร์ดูกีฬา เสาไฟฟ้า หรือใช้กับเครื่องผ่อนแรงชนิดต่าง ๆ เช่น คาน คีมตัดลวด ไขควง กว้าน เป็นต้น

ดังตัวอย่างการคำนวณหาแรงกระทำต่อส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้างต่อไปนี้

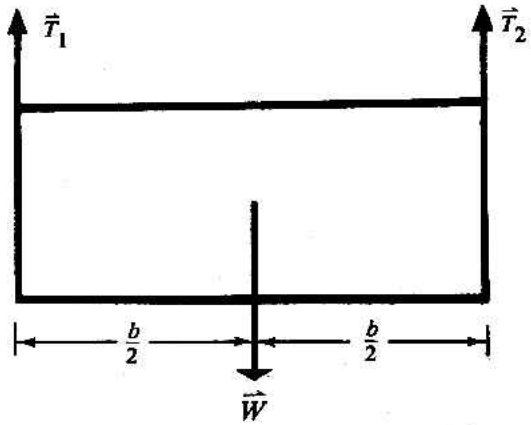
ตัวอย่าง 8.6 ถ้าต้องการแขวนแผ่นป้ายกว้าง a ยาว b มีน้ำหนัก $\vec{W}$ ไว้กับคานเบา (ไม่คิดน้ำหนักของคาน) อันหนึ่ง โดยคานถูกยึดไว้กับผนังอาคารด้วยบานพับและลวด ดังรูป 8.61 บานพับออกแรงกระทำกับคานในแนวระดับและแนวดิ่งมีขนาดเท่าใด และแรงดึงในเส้นลวดมีค่าเท่าใด



รูป 8.61 สำหรับตัวอย่าง 8.6

วิธีทำ

เขียนแรงกระทำต่อแผ่นป้ายดังรูป 8.62 ก.



รูป 8.62 ก. แรงกระทำต่อแผ่นป้าย

กำหนดให้ $\vec{T}_1$ $\vec{T}_2$ เป็นแรงดึงในเส้นลวดกระทำกับแผ่นป้าย

วัตถุสมดุล ดังนั้น $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{W} = 0$$

$$T_1 + T_2 - W = 0 \quad \text{.....(1)}$$

และ $$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$

หาโมเมนต์ของแรงรอบศูนย์ถ่วง โดยให้โมเมนต์ของแรงที่หมุนทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายบวก และโมเมนต์ของแรงที่หมุนตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายลบ

จะได้ $T_2 \frac{b}{2} - T_1 \frac{b}{2} = 0$

$$T_2 = T_1$$

เมื่อแทนค่า T_2 ในสมการ (1)

$$T_1 + T_1 - W = 0$$

$$2T_1 = W$$

$$T_1 = W$$

$$T_1 = \frac{W}{2}$$

ดังนั้น $$T_2 = \frac{W}{2}$$

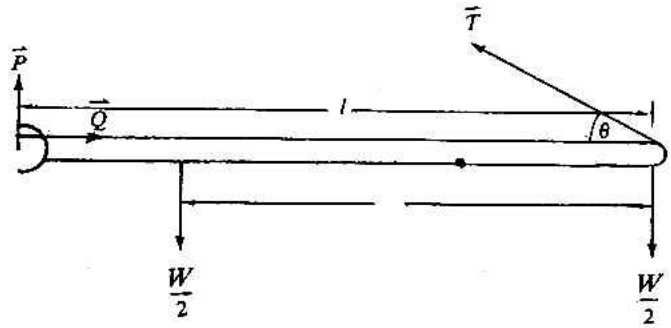
เมื่อเขียนแรงต่าง ๆ กระทำกับคาน ดังรูป 8.62 ข. ซึ่งแยกเป็นแรงกระทำกับคานในแนวดิ่ง และแนวระดับ ดังรูป 8.62 ค.

$\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ เป็นแรงที่บานพับกระทำกับคานในแนวดิ่ง และแนวระดับ

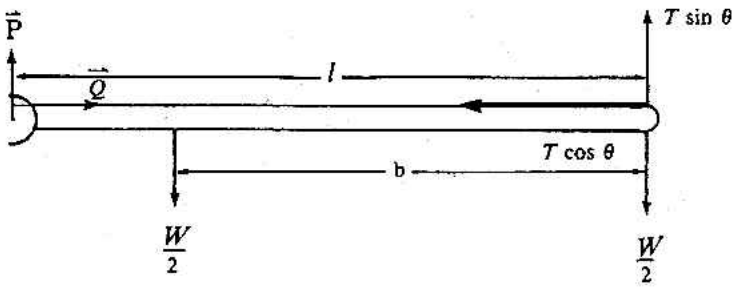
$\vec{T}$ เป็นแรงดึงในเส้นลวด

ดังนั้น แรงองค์ประกอบของ T ในแนวดิ่ง = $T \sin \theta$

แรงองค์ประกอบของ T ในแนวระดับ = $T \cos \theta$



รูป 8.62 ข. แรงกระทำกับคานเบา



รูป 8.62 ค. แรงกระทำกับคานในแนวดิ่งและแนวระดับ

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$$

$$P + T \sin \theta - \frac{W}{2} - \frac{W}{2} = 0$$

หรือ $P + T \sin \theta = W$ .....(2)

และ $Q - T \cos \theta = 0$

$Q = T \cos \theta$ .....(3)

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$

โดยหาโมเมนต์ของแรงรอบแกนหมุนของบานพับ และให้โมเมนต์ของแรงหมุนทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายบวก โมเมนต์ของแรงหมุนตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายลบ

จะได้ $l\ T \sin\theta - \frac{W}{2}(l - b) - \frac{W}{2} l = 0$

$$l\ T \sin\theta = \frac{Wl}{2} - \frac{Wb}{2} + \frac{W}{2} l$$

$$l\ T \sin\theta = Wl - \frac{Wb}{2}$$

ตอบ แรงดึงในเส้นลวด $T = \frac{W(l - \frac{b}{2})}{l \sin\theta}$

แทนค่า T ในสมการที่ (2)

$$P = W - T \sin\theta$$

$$P = W - \frac{W(l - \frac{b}{2})}{l \sin\theta} \sin\theta$$

$$P = W - \frac{W(l - \frac{b}{2})}{l}$$

$$P = \frac{Wl - Wl + \frac{Wb}{2}}{l} = \frac{Wb}{2l}$$

ตอบ บานพับออกแรงในแนวดิ่ง เท่ากับ $\frac{Wb}{2l}$

แทนค่า T ในสมการที่ (3)

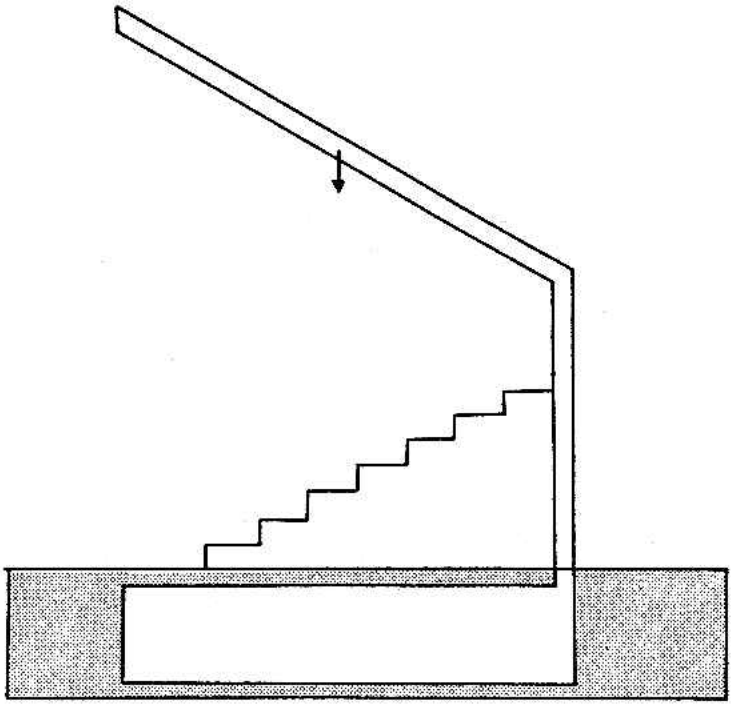
$$Q = T \cos\theta = \frac{W(l - \frac{b}{2})}{l \sin\theta} \cos\theta$$

ตอบ บานพับออกแรงในแนวระดับ เท่ากับ $\frac{W(l - \frac{b}{2})}{l} \cot\theta$

จากตัวอย่างจะเห็นว่า ป้ายโฆษณานี้จะอยู่นิ่งโดยไม่ตกหรือพังลงมา เมื่อแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุอยู่ในสมดุล ถ้าน้ำหนักของป้ายมากขึ้น เราจำเป็นต้องใช้ลวดที่ทนต่อแรงดึงมากขึ้น คือ ใช้ลวดเส้นโตกว่าเดิม และต้องใช้บานพับที่แข็งแรงทนแรงกดได้มากขึ้น

นอกจากตัวอย่างข้างต้นแล้ว ถ้าพิจารณาโครงสร้างบางชนิด เช่น อัฒจันทร์ดูกีฬาที่มีหลังคายื่นออกมาโดยมีเสารองรับเพียงด้านเดียว หรือเสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟยื่นออกมา

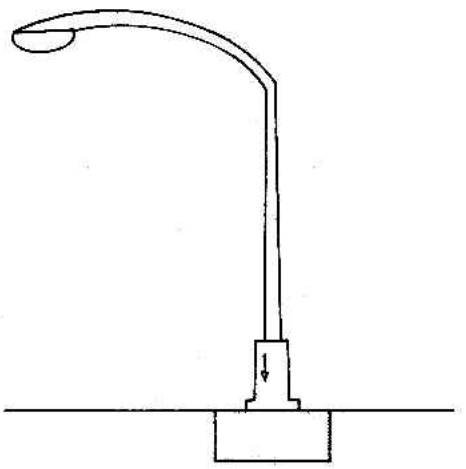
คนทั่วไปอาจสงสัยว่าทำไมหลังคาอัฒจันทร์จึงสามารถอยู่ได้โดยไม่พังหรือล้มลงมา



รูป 8.63 แสดงฐานรองรับน้ำหนักของอัฒจันทร์ดูกีพา

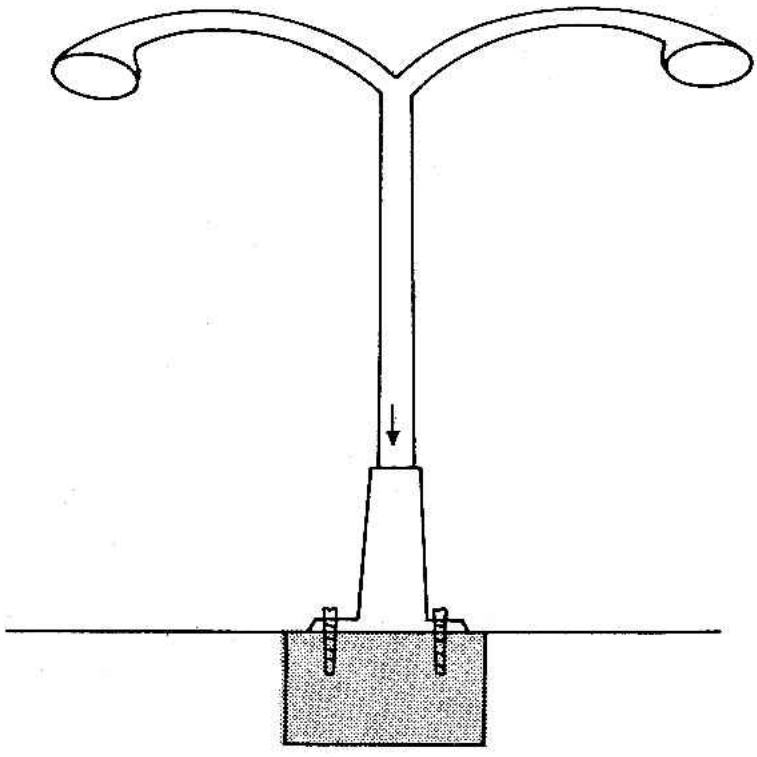
กรณีอัฒจันทร์สำหรับนั่งดูกีพา จากหลักสมดุล ถ้าพิจารณาเฉพาะส่วนที่มองเห็นคือ หลังคาที่ยื่นออกมา คงจะอยู่ได้ไม่นาน แต่ความจริงแล้วยังมีส่วนประกอบอีกส่วนหนึ่งคือ ส่วนที่เป็นฐานรองรับน้ำหนักที่ฝังอยู่ใต้ดิน ดังรูป 8.63 แนวของน้ำหนักหลังคายังคงผ่านบริเวณฐานรองรับน้ำหนัก จึงยังคงทำให้อัฒจันทร์อยู่ในสมดุลได้

กรณีเสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟดวงเดียวยื่นออกมา แนวของน้ำหนักเสายังคงอยู่ในฐานของเสา แต่ไม่อยู่ตรงกึ่งกลาง จึงมีโอกาสเสียสมดุลได้ง่าย ดังแสดงในรูป 8.64



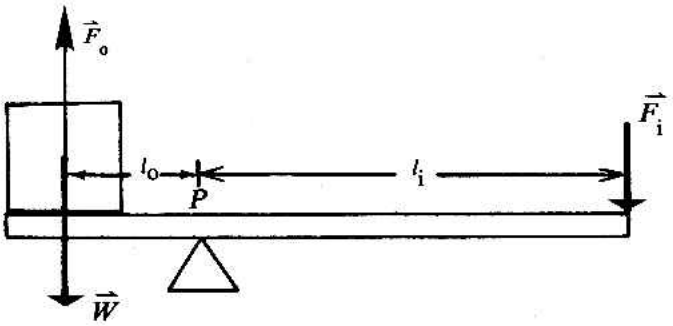
รูป 8.64 เสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟยื่นออกมาข้างเดียว

ถ้าเป็นเสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟยื่นออกมา 2 ข้าง ในลักษณะที่มีขนาดทั้งสองข้างเท่ากัน แนวของน้ำหนักเสาทั้งหมด จะผ่านจุดกึ่งกลางฐานของเสา ซึ่งเป็นฐานรองรับน้ำหนักดังนั้นสมดุลของเสาไฟฟ้าในกรณีนี้จึงดีกว่าในกรณีแรกมาก ดังรูป 8.65



รูป 8.65 เสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟยื่นออกมาทั้งสองข้าง

เกี่ยวกับเครื่องผ่อนแรงถ้าต้องการให้เครื่องมือต่าง ๆ สามารถผ่อนแรงได้จะต้องทำอย่างไร ในที่นี้จะพิจารณากรณีของคาน และคีมตัดลวดเป็นตัวอย่างของเครื่องกลอย่างง่าย ดังรูป 8.66



ถ้าให้ F_i เป็นแรงที่กระทำกับเครื่องกล
F_o เป็นแรงที่ได้จากเครื่องกล

โดยใช้เงื่อนไขสมดุลต่อการหมุน จะได้ผลบวกทางคณิตศาสตร์ของโมเมนต์ของแรงรอบจุด P มีค่าเป็นศูนย์

กรณีของคาน $F_i l_i = W.l_o$ .....(1)

กรณีของคีมตัดลวด $F_i l_i = F_o' l_o$ .....(2)

เมื่อ W = น้ำหนักที่วางปลายคานด้านหนึ่ง

F_o' = แรงต้านที่ลวดกระทำต่อปากคีม

l_o = ระยะจากแนวของน้ำหนัก W หรือ F_o ไปยังจุดหมุน (P)

l_i = ระยะจากปลายคานหรือปลายคีมตัดลวดไปยังจุดหมุน (P)

จากสมการ (1) $\frac{W}{F_i} = \frac{l_i}{l_o}$ .....(3)

เนื่องจาก $W = F_o$ ซึ่งเป็นแรงที่คานกระทำต่อน้ำหนัก $\vec{W}$

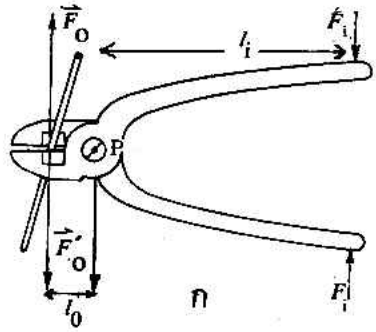
ดังนั้น $\frac{F_o}{F_i} = \frac{l_i}{l_o}$ .....(4)

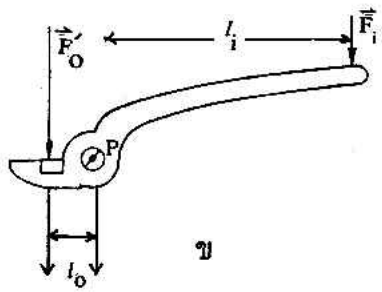
และเนื่องจาก $F_o' = F_o$

จากสมการ (2) จะเขียนได้เช่นกัน

$\frac{F_o}{F_i} = \frac{l_i}{l_o}$ .....(5)

ความยาว l_i มากกว่า l_o แสดงว่า F_o มากกว่า F_i





รูป 8.66 คานและคีมตัดลวด

นั่นคือ แรงที่ได้จากเครื่องกลมากกว่าแรงที่ให้กับเครื่องกล อัตราส่วน $\frac{F_o}{F_i}$ นี้เรียกว่า ***การได้เปรียบเชิงกล*** หรือ MA ดังนั้น

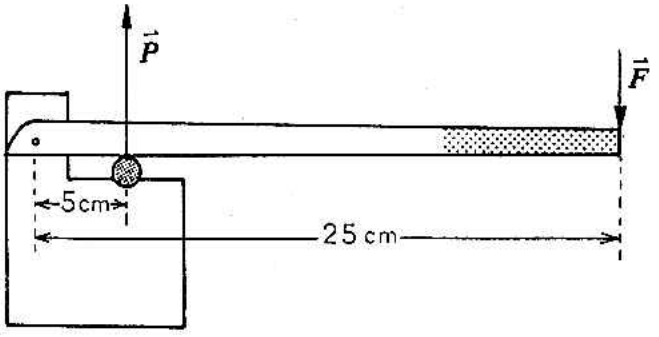
$$MA = \frac{F_o}{F_i} \quad \text{.....(6)}$$

หรือ

$$MA = \frac{l_i}{l_o} \quad \text{.....(7)}$$

☐ *ถ้าต้องการให้คีมตัดลวดผ่อนแรงได้มากขึ้น ควรออกแบบคีมอย่างไร*

ตัวอย่าง 8.7 มีดควั่นอ้อยอันหนึ่ง มีด้ามจับห่างจากจุดหมุน 25 เซนติเมตร ตำแหน่งที่วางอ้อย ห่างจากจุดหมุน 5 เซนติเมตร ถ้าอ้อยแต่ละท่อนต้องใช้แรงตัด 30 นิวตัน เราจะต้องใช้แรงกดที่มีดควั่นอ้อยน้อยที่สุดเท่าไรจึงทำให้อ้อยขาดพอดี (ไม่คิดน้ำหนักของตัวมีด)



รูป 8.67 มีดควั่นอ้อย

วิธีทำ สมมุติให้แรงกดที่น้อยที่สุดเป็น F กระทำที่ตำแหน่งห่างจากจุดหมุน 0.25 เมตร แรง P เป็นแรงที่อ้อยกระทำต่อมีดดวั่น กระทำที่ตำแหน่งห่างจากจุดหมุน 0.05 เมตร คิดโมเมนต์รอบจุดหมุน

โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา = โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

$$P \times 0.05\ \text{m} = F \times 0.25\ \text{m}$$

$$30\ \text{N} \times 0.05\ \text{m} = F \times 0.25\ \text{m}$$

$$F = \frac{30\ \text{N} \times 0.05\ \text{m}}{0.25\ \text{m}}$$

$$= 6\ \text{N}$$

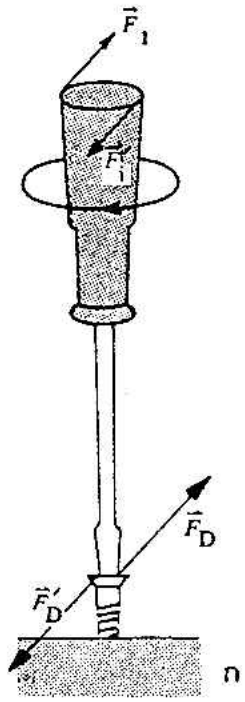
ตอบ ต้องใช้แรงกดที่มีดอย่างน้อยที่สุด 6 นิวตัน

สำหรับไขควง ถ้าให้ $\vec{F}_i$, $\vec{F}_i'$ เป็นแรงคู่ควบที่กระทำกับด้ามไขควง

$\vec{F}_D$, $\vec{F}_D'$ เป็นแรงคู่ควบที่ตะปูควงกระทำกับปลายไขควง

D เป็นความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของด้ามไขควง

d เป็นความกว้างของปลายไขควง



รูป 8.68 ไขควง

โดยใช้เงื่อนไขสมดุลต่อการหมุน พิจารณาขณะที่ไขควงหมุนด้วยอัตราเร็วคงตัวจะได้

$$F_i D = F_D d$$

$$\frac{F_D}{F_i} = \frac{D}{d} \quad \text{.....(1)}$$

ถ้าให้ F_O $\acute{F}_O$ เป็นแรงคู่ควบที่ไขควงกระทำกับตะปูควง แล้ว F_D F_O, $\acute{F}_O$, $\acute{F}_D$ เป็นแรงคู่กิริยา - ปฏิกิริยา ดังนั้นสมการ (1) จึงเขียนได้

$$\frac{F_O}{F_i} = \frac{D}{d}$$

นั่นคือ $$MA = \frac{D}{d}$$

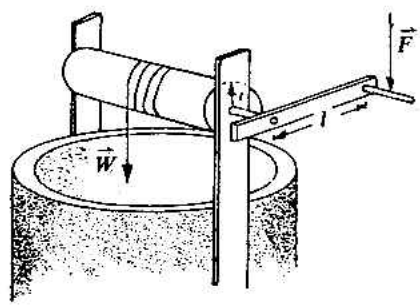
สำหรับไขควง ถ้าต้องการให้ผ่อนแรงมากต้องทำให้ด้ามไขควงใหญ่ เมื่อเทียบกับความกว้างของปลายไขควง

มีเครื่องผ่อนแรงอีกชนิดหนึ่ง เรียกว่า กว้าน ดังรูป 8.69

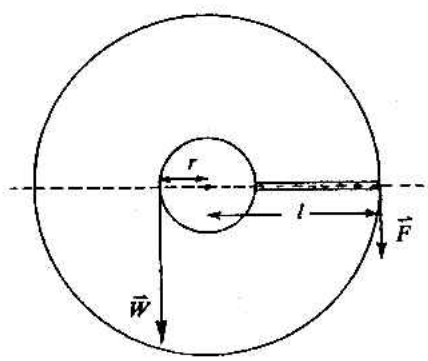
สำหรับกว้านนั้น แขนที่ออกแรงหมุนยาว l รัศมีเพลา r ออกแรง $\vec{F}$ ที่ปลายแขนกว้านเพื่อยกน้ำหนัก $\vec{W}$

- ☐ *สำหรับกว้านการได้เปรียบเชิงกลมีค่าเท่าใด*
- ☐ *ถ้าต้องการให้กว้านผ่อนแรงได้มากขึ้น จะต้องทำอย่างไร*

การได้เปรียบเชิงกลที่พิจารณาข้างต้นเป็น***การได้เปรียบเชิงกลทางทฤษฎี*** จะเห็นว่าขึ้นอยู่กับรูปทรงของเครื่องกล แต่***การได้เปรียบเชิงกลที่แท้จริง*** มักมีค่าน้อยกว่าค่าในทางทฤษฎี เนื่องจากเครื่องกลทุกชนิดมีความฝืด เช่น ที่จุดหมุนของคีมตัดลวด หรือที่เพลาของกว้าน จึงมีโมเมนต์เกิดจากแรงเสียดทานต้านการหมุนอีกส่วนหนึ่ง ดังนั้นการได้เปรียบเชิงกลเมื่อไม่มีความฝืดจึงเป็นการได้เปรียบเชิงกลทางทฤษฎีเท่านั้น



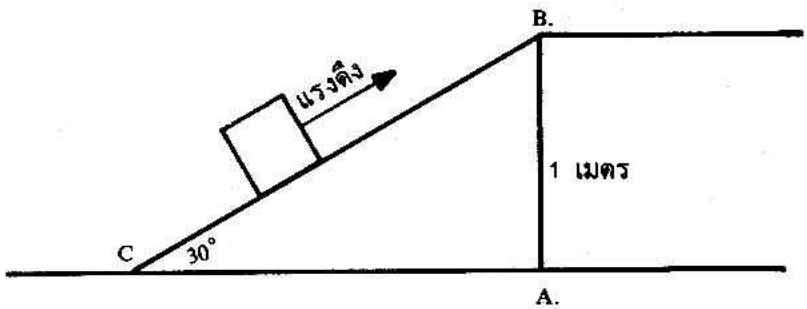
ก



ข

รูป 8.69 กว้าน

คำถาม 8.17 ก. ยกวัตถุซึ่งมีน้ำหนัก 150 นิวตันจากพื้นราบที่ A ไปไว้ที่ B ซึ่งสูง 1 เมตร จะต้องออกแรงเท่าใด



รูป 8.70 สำหรับคำถาม 8.17

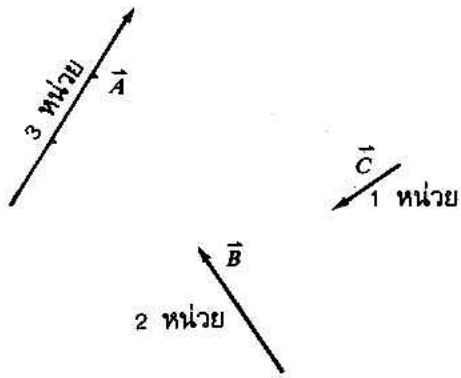
ข. เอาไม้ BC วางพาด ให้เอียงดังรูป 8.70 จะต้องออกแรงตามแนวขนานกับพื้นเอียงเท่าใดเพื่อดึงวัตถุให้ขึ้นพื้นเอียงด้วยอัตราเร็วคงตัว ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเท่ากับ 0.2

ค. การได้เปรียบเชิงกลในข้อ ก. และข้อ ข. มีค่าเท่าใด ข้อใดมากกว่า เพราะเหตุใด

แบบฝึกหัดบทที่ 8

ความรู้พื้นฐาน

1. จงหาผลบวกของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ขนาด 3 หน่วย และ 4 หน่วย ซึ่งทำมุม θ ต่อกัน โดยการเขียนรูป ในเมื่อ θ มีค่าเป็น 0, 45, 90, 135 และ 180 องศา
2. กำหนดให้ $\vec{A}$ $\vec{B}$ และ $\vec{C}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดและทิศทางดังรูป 8.71 จงหาขนาดและทิศของเวกเตอร์ลัพธ์



รูป 8.71 สำหรับแบบฝึดหัดข้อ 2

ก. $\vec{A} + \vec{B}$

ข. $\vec{A} - \vec{B}$

ค. $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

ง. $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$

3. จงหาการกระจัดลัพธ์ของการกระจัดต่อไปนี้

ก. 5 เมตร ไปทางทิศตะวันออก

ข. 3 เมตร ไปทางทิศเหนือ

ค. 4 เมตร ไปทางทิศใต้

ง. 6 เมตร ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

จ. 4 เมตร ไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้

โดยการเขียนรูปเรียงลำดับดังนี้

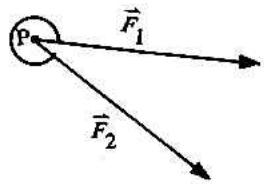
1) ก ข ค ง จ

2) ข ก ง จ ค

3) ง จ ค ก ข

การกระจัดลัพธ์ที่ได้จาก 1) 2) และ 3) เหมือนกันหรือไม่

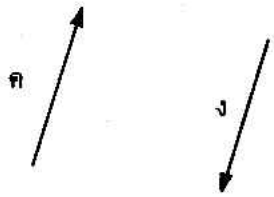
4. แรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ กระทำต่อวัตถุที่จุด P มีขนาดและทิศดังรูป 8.72 รูปในข้อใดที่แสดงขนาดและทิศของแรงลัพธ์ของแรงทั้งสอง



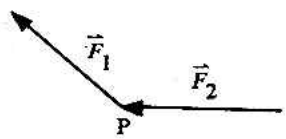
รูป 8.72 สำหรับแบบฝึดหัดข้อ 4

ก

ข

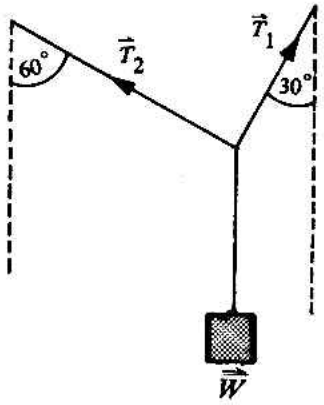


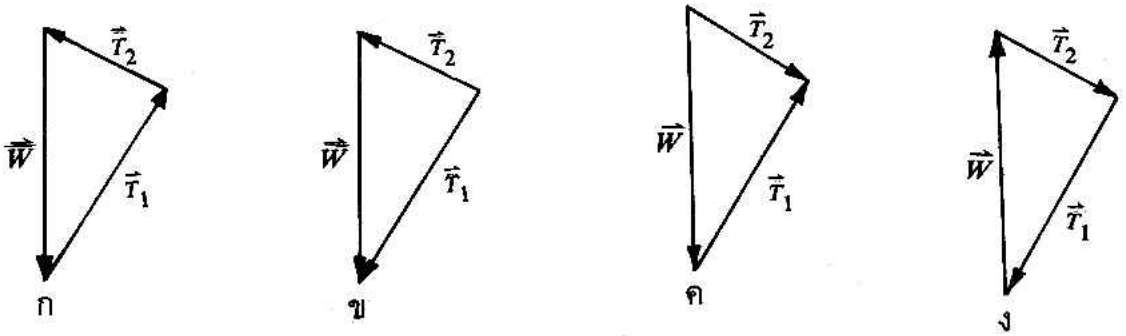
5. แรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ กระทำต่อวัตถุที่ P ดังรูป 8.73 รูปใดแสดงขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$



รูป 8.73 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 5

6. น้ำหนัก $\vec{W}$ แขวนไว้ด้วยเชือก 2 เส้น ซึ่งเอียงทำมุม 60° กับ 30° กับแนวดิ่ง เมื่อวัตถุสมดุล $\vec{T}_1$ $\vec{T}_2$ คือ แรงดึงในเส้นเชือกทั้งสอง เมื่อเขียนเส้นตรงแทนขนาดและทิศทางของแรงทั้งสาม รูปใดถูกต้อง





รูป 8.74 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 6

7. กำหนดให้ $\sin 36° = 0.6$

$\cos 36° = 0.8$

$\tan 36° = 0.7$

$g = 10\ m/s^2$

เด็กคนหนึ่งออกแรง 100 นิวตัน คือแรง $\vec{P}$ ดึงรถให้เคลื่อนที่ไปตามแนวระดับ โดยแนวของแรงดึงทำมุม 36° กับแนวระดับ จงตอบคำถามข้อ 7.1 และ 7.2

7.1 แรงดึงในแนวราบซึ่งเป็นองค์ประกอบของแรง $\vec{P}$ มีค่าเท่าใด

ก. 60 นิวตัน

ข. 70 นิวตัน

ค. 80 นิวตัน

ง. 600 นิวตัน

7.2 แรงดึงขึ้นในแนวดิ่ง ซึ่งเป็นองค์ประกอบของแรง $\vec{P}$ มีค่าเท่าใด

ก. 60 นิวตัน

ข. 70 นิวตัน

ค. 80 นิวตัน

ง. 600 นิวตัน

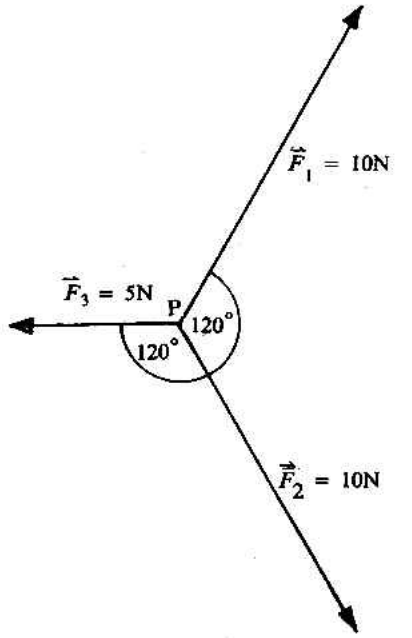
8. จากรูป 8.75 แรง $\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ กระทำต่อวัตถุหนึ่งที่จุด P ขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์คือข้อใด

ก. 0

ข. 5 นิวตัน ในทิศเดียวกับแรง $\vec{F}_3$

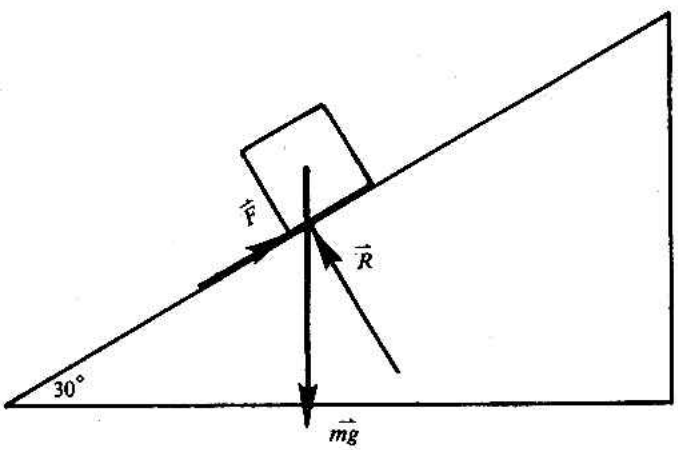
ค. 5 นิวตัน ในทิศตรงกันข้ามกับแรง $\vec{F}_3$

ง. 15 นิวตัน ในทิศตรงข้ามกับแรง $\vec{F}_3$



รูป 8.75 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 8

9. วัตถุอันหนึ่งมวล 5 กิโลกรัม วางบนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 30° กับแนวระดับ ดังรูป 8.76 ถ้า $\vec{R}$ คือ แรงที่พื้นดันวัตถุในแนวตั้งฉาก $\vec{F}$ คือ แรงเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับวัตถุ ข้อใดคือขนาดของแรง $\vec{R}$ และ $\vec{F}$ ในหน่วยนิวตัน



รูป 8.76 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 9

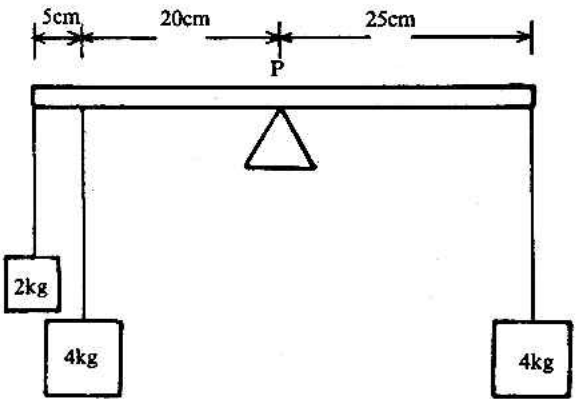
	R	F
ก.	2.5	2.5
ข.	25	43.5
ค.	43.3	25
ง.	50	43.5

10. คานสม่ำเสมอ ยาว 50 เซนติเมตร มีไม้หมอนหนุนไว้ที่จุดกึ่งกลางคานที่จุด P และมีน้ำหนักแขวนไว้ ดังรูป 8.77 ถ้าต้องการให้คานวางตัวตามแนวระดับ จะต้องแขวนมวลทางขวามือของจุด P ตามข้อใด

1) 1 กิโลกรัม ที่ตำแหน่งห่างจาก P 20 เซนติเมตร
2) 2 กิโลกรัม ที่ตำแหน่งห่างจาก P 15 เซนติเมตร
3) 3 กิโลกรัม ที่ตำแหน่งห่างจาก P 10 เซนติเมตร
4) 5 กิโลกรัม ที่ตำแหน่งห่างจาก P 5 เซนติเมตร

คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. ข้อ 1 และข้อ 2
ข. ข้อ 2 และข้อ 3
ค. ข้อ 2, 3 และข้อ 4
ง. ข้อ 3 เท่านั้น



รูป 8.77 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 10

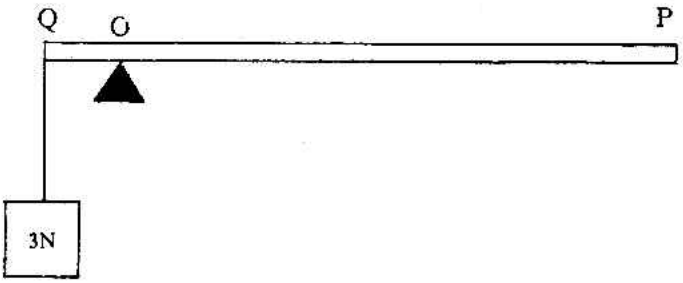
11. ไม้เมตรสม่ำเสมอ มีน้ำหนัก 1 นิวตัน แขวนมวลหนัก 3 นิวตันไว้ ดังรูป 8.78 ไม้เมตรวางตัวตามแนวระดับ โดยมีหมอนหนุนไว้ที่ตำแหน่ง O ระยะ QO คือข้อใด

ก. 12.5 เซนติเมตร

ข. 16.67 เซนติเมตร

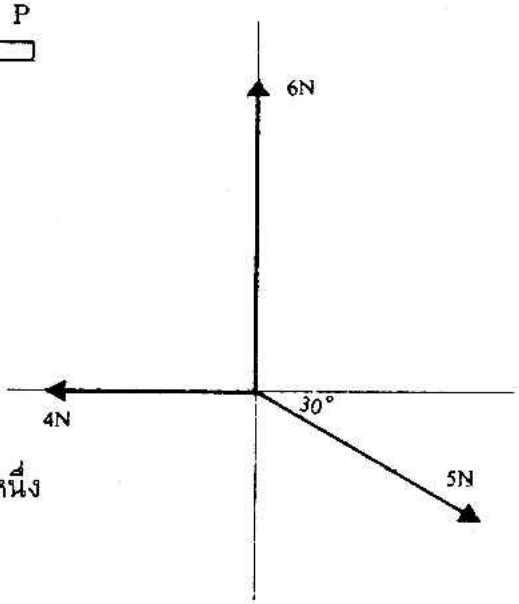
ค. 37.5 เซนติเมตร

ง. 87.5 เซนติเมตร



รูป 8.78 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 11

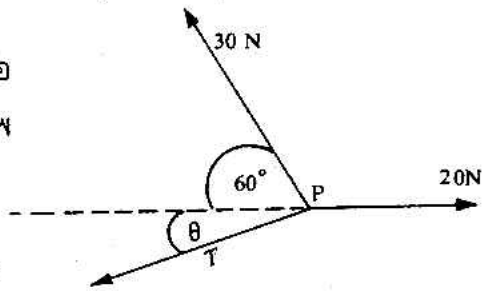
12. จงหาแรงลัพธ์ของแรงย่อยที่กระทำต่อวัตถุที่จุด ๆ หนึ่ง ดังรูป 8.79



รูป 8.79 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 12

13. จากรูป 8.80

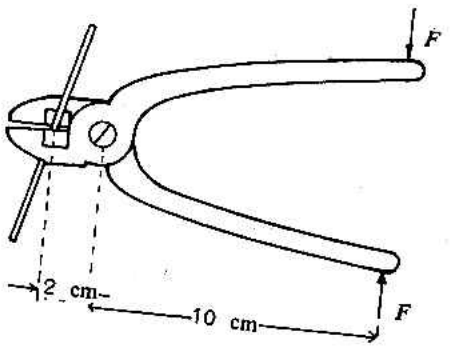
แรง 3 แรง มีขนาด 20, 30 และ T นิวตัน กระทำต่อวัตถุหนึ่งที่จุด P ถ้าวัตถุนั้นอยู่นิ่ง คือ อยู่ในสภาพสมดุล จงหาค่า θ และค่า T โดยการสร้างรูป



รูป 8.80 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 13

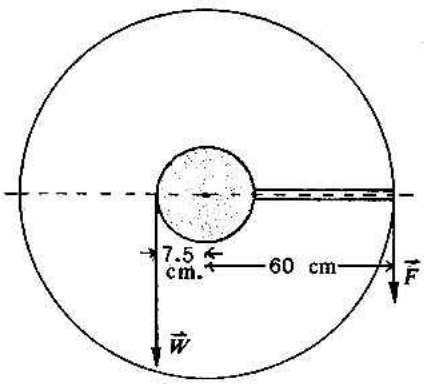
14. วัตถุหนัก 1.25×10^3 นิวตัน เลื่อนลงจากพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว พื้นเอียงนี้ยาว 6.0 เมตร สูง 3.0 เมตร จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุและพื้นเอียง

15. กรรไกรตัดลวดมีระยะระหว่างลวดและจุดหมุนเป็น 2.0 เซนติเมตร ระยะระหว่างจุดหมุนและมือเป็น 10 เซนติเมตร ออกแรง F บีบขากรรไกรดังรูป 8.81 ถ้าแรง F มีขนาด 50.0 นิวตัน
    ก. แรงที่กระทำต่อลวดมีค่าเท่าไร
    ข. จงเขียนแผนภาพของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อขากรรไกรข้างเดียว



รูป 8.81 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 15

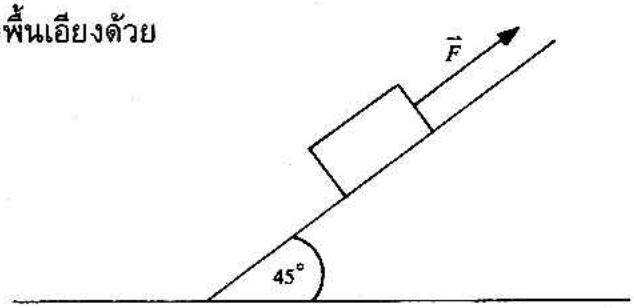
16. กว้านดังรูป 8.82 มีแขนหมุนยาว 60 เซนติเมตร ถ้าไม่มีความเสียดทาน การได้เปรียบเชิงกลจะเป็นเท่าใด ถ้าออกแรง 50 นิวตัน ยกน้ำหนักได้จริง 150 นิวตัน การได้เปรียบเชิงกลครั้งหลังนี้จะเป็นเท่าใด



รูป 8.82 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 16

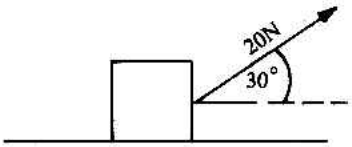
ความรู้ประยุกต์

1. วัตถุมีน้ำหนัก 20 นิวตัน วางอยู่บนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 45° กับแนวระดับ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเท่ากับ 0.3 แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุ มีแนวขนานกับพื้นเอียง ดังรูป 8.83 จงหา
    ก. แรงดึง $\vec{F}$ ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว
    ข. แรงดึง $\vec{F}$ ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ลงพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว

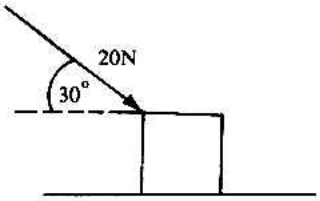


รูป 8.83 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 1

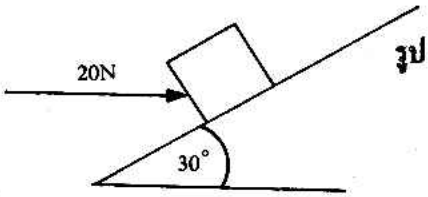
2. วัตถุมีน้ำหนัก 50 นิวตัน วางไว้บนพื้นและมีแรง 20 นิวตัน กระทำ ดังรูป 8.84 ก. ข. และ ค. จงหาแรงกดพื้นในแนวตั้งฉากกับผิวในแต่ละรูป และถ้าวัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ (μ_k) ระหว่างวัตถุกับพื้น



ก.



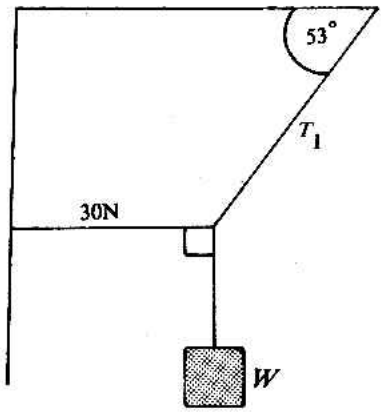
ข.



ค.

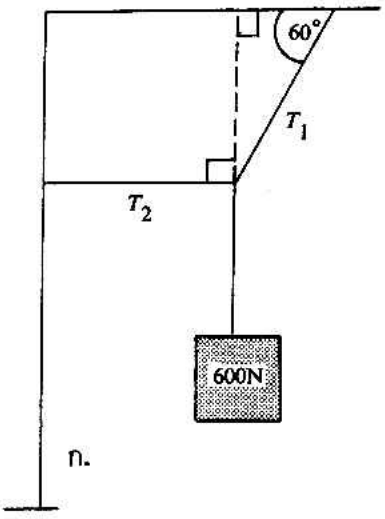
รูป 8.84 ก ข และ ค สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 2

3. วัตถุหนัก W นิวตัน แขวนไว้ด้วยเชือกดังรูป 8.85 ถ้าแรงดึงในเส้นเชือกตามแนวระดับเป็น 30 นิวตัน จงหาน้ำหนัก W

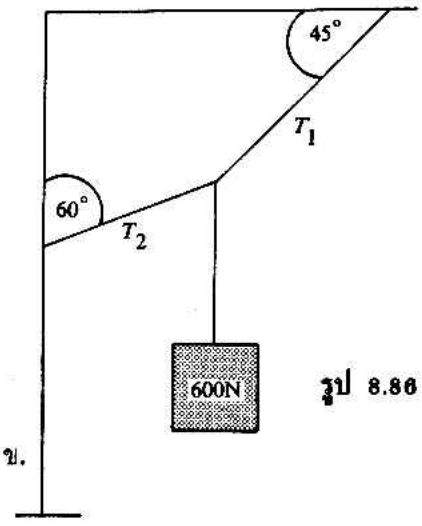


รูป 8.85 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 3

4. จงหาแรงดึงในเส้นเชือก T_1 T_2 ในรูป 8.86 ก. และ ข. เมื่อวัตถุมีน้ำหนัก 600 นิวตัน แขวนไว้ด้วยเส้นเชือกและอยู่นิ่ง ดังรูป



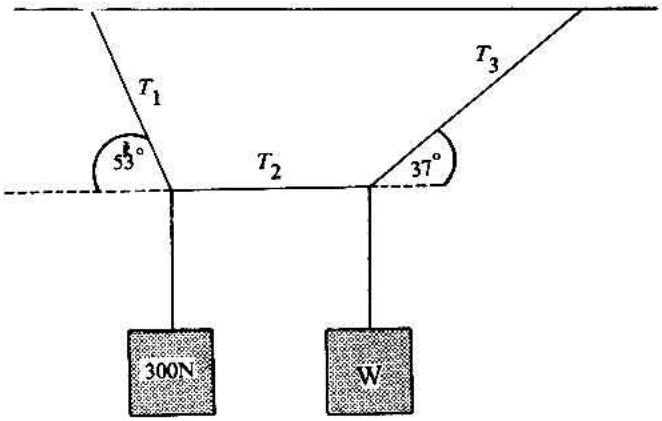
ก.



ข.

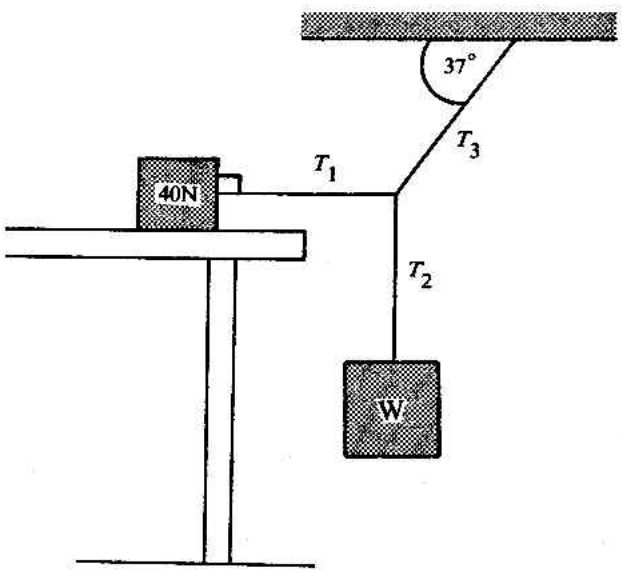
รูป 8.86 กข. สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 4

5. จากรูป วัตถุมีน้ำหนัก 300 นิวตัน และ W นิวตัน แขวนไว้ด้วยเชือก และอยู่ในสมดุล ดังรูป 8.87 จงหาขนาดแรงดึงในเส้นเชือก T_1 T_2 T_3 และน้ำหนัก W



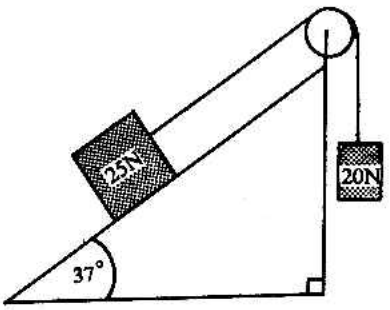
รูป 8.87 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 5

6. วัตถุหนัก 40 นิวตัน และ W นิวตัน ผูกไว้ด้วยเชือก และอยู่ในสมดุลในลักษณะดังรูป 8.88 ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างวัตถุกับพื้นเท่ากับ 0.4 จงหาค่า W ที่มากที่สุดที่จะทำให้วัตถุทั้งสองยังคงอยู่นิ่งเช่นเดิม



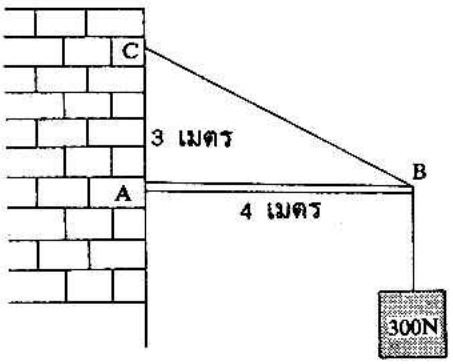
รูป 8.88 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 6

7. วัตถุหนัก 20 นิวตัน แขวนไว้ด้วยเชือกคล้องผ่านรอกที่ไม่คิดความฝืด (ความฝืดน้อยมาก) ปลายอีกข้างหนึ่งของเชือกผูกวัตถุหนัก 25 นิวตัน ซึ่งวางอยู่บนพื้นเอียงดังรูป 8.89 เมื่อปล่อยไว้อย่างอิสระ ปรากฏว่า วัตถุที่วางบนพื้นเอียงเคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียงได้พอดี จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับวัตถุ



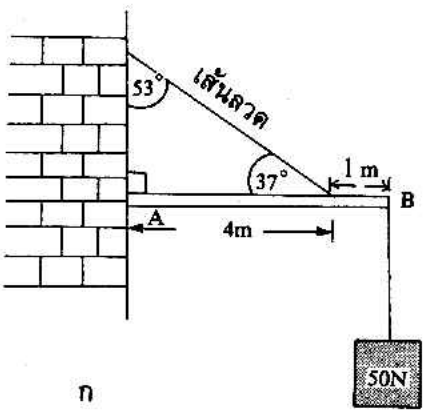
รูป 8.89 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 7

8. AB เป็นท่อนไม้สม่ำเสมอมีน้ำหนัก 200 นิวตัน ปลาย A ตรึงไว้ที่กำแพงแนวดิ่ง ปลาย B ผูกด้วยเชือก BC ทำให้ AB อยู่ตามแนวระดับ ที่ B มีวัตถุหนัก 300 นิวตัน แขวนไว้ดังรูป 8.90 จงหา
   ก. แรงดึงในเส้นเชือก
   ข. แรงในแนวระดับ และแรงในแนวดิ่ง ซึ่งเป็นองค์ประกอบของแรงที่แท่งไม้กระทำต่อกำแพงที่ A

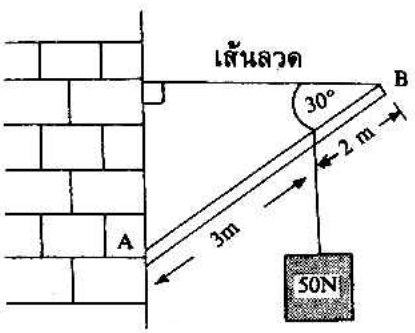


รูป 8.90 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 8

9. เส้นลวดดึงคาน AB ซึ่งมีน้ำหนัก 50 นิวตันแขวนไว้ ถ้าคานสม่ำเสมอมีน้ำหนัก 20 นิวตัน ยาว 5 เมตร มีปลาย A ตรึงติดกับกำแพง คานสมดุลอยู่ได้ดังรูป 8.91 ก. ข. จงหาแรงดึงของเส้นลวดในรูปทั้งสอง



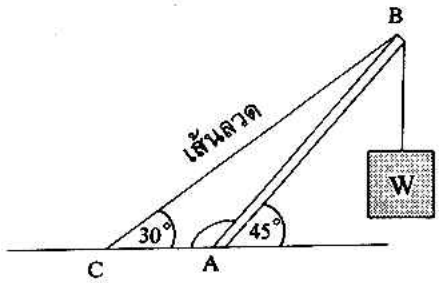
ก



ข

รูป 8.91 ก ข สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 9

10. AB เป็นคานตรึงไว้ที่ A ลวด BC ดึงน้ำหนักโดยมีคานสม่ำเสมอค้ำยันไว้ ถ้าคานมวล 20 กิโลกรัม และ W มวล 100 กิโลกรัม ดังรูป 8.92 จงหาแรงดึงในเส้นลวด BC

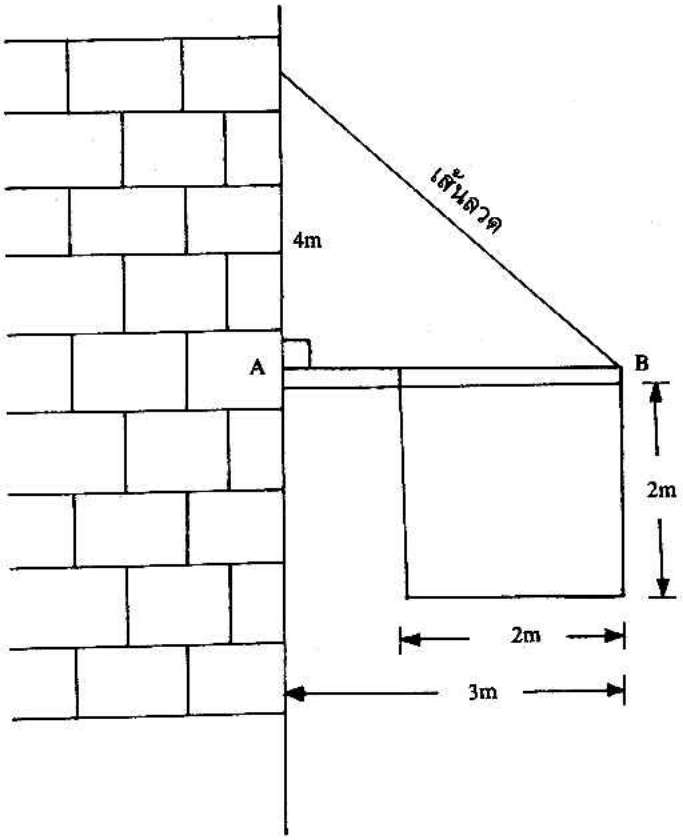


รูป 8.92 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 10

11. เส้นลวดดึงแผ่นป้าย ซึ่งแขวนไว้ดังรูป 8.93 ถ้าแผ่นป้ายมีขนาดสม่ำเสมอ มีมวล 50 กิโลกรัม และมีศูนย์ถ่วงอยู่ที่จุดตัดกันของเส้นทะแยงมุม AB เป็นคานตรึงไว้ที่ A ด้วยบานพับ คานสมดุลได้ตามแนวระดับ ไม่คิดน้ำหนักของคาน จงหา

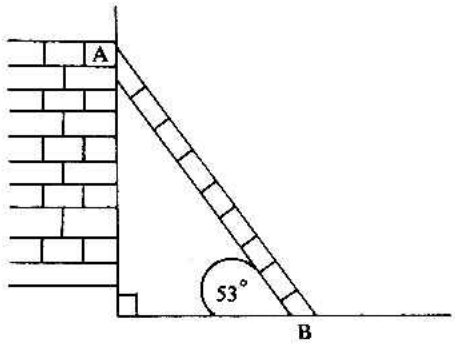
    ก. แรงดึงในเส้นลวด

    ข. แรงที่บานพับกระทำกับคานในแนวระดับและแนวดิ่ง



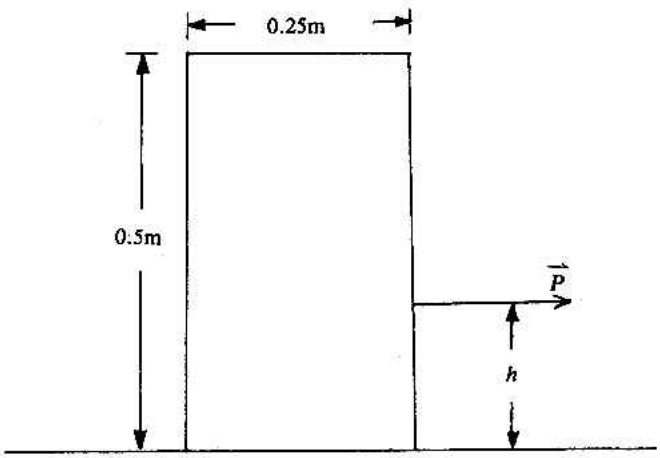
รูป 8.93 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 11

12. บันไดยาว 2.5 เมตร มีน้ำหนัก 40 นิวตัน วางพิงกำแพงเกลี้ยง (ไม่คิดแรงเสียดทาน) ศูนย์ถ่วงของบันไดอยู่ห่างปลายล่าง 1.0 เมตร จงหาแรงเสียดทานระหว่างพื้นล่างกับบันได เพื่อทำให้บันไดวางนิ่งอยู่ได้ ดังรูป 8.94 จงหาแรงที่บันไดกระทำต่อกำแพงที่จุด A



รูป 8.94 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 12

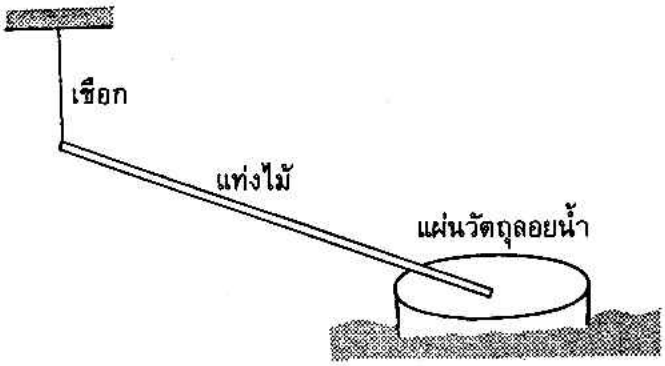
13. กล่องสี่เหลี่ยมผืนผ้าสม่ำเสมอ กว้าง 0.25 เมตร สูง 0.5 เมตร วางบนพื้นราบ ถ้าออกแรง P ตามแนวระดับกล่องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างไม้กับพื้นเท่ากับ 0.4 และน้ำหนักของกล่องเท่ากับ 25 นิวตัน จงหา
    ก. ขนาดของแรง P ที่ทำให้กล่องเริ่มกระดก
    ข. ตำแหน่งของแรงที่พื้นกระทำต่อกล่องในแนวตั้งฉาก



รูป 8.95 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 13

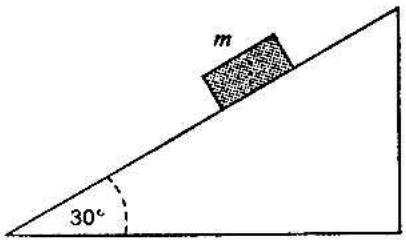
14. ไม้สม่ำเสมอยาว 3.0 เมตร มีน้ำหนัก 20 นิวตัน และ 30 นิวตัน แขวนอยู่ที่ปลายทั้งสองข้าง ถ้าไม่คิดน้ำหนักของไม้ จะต้องออกแรงยกไม้นั้นที่จุดไหน จึงจะทำให้ไม้อยู่ในแนวระดับได้ ถ้าไม้หนัก 10 นิวตัน จะต้องเปลี่ยนจุดออกแรงไปอยู่ที่ใดจึงจะทำให้ไม้อยู่ในสมดุล

15. แท่งไม้แท่งหนึ่งมีเชือกผูกที่ปลายบน ปลายล่างแตะอยู่บนแผ่นวัตถุซึ่งลอยน้ำอยู่ (แผ่นวัตถุลอยเคลื่อนที่ไปมาในน้ำได้) จงอธิบายให้เห็นว่าแผ่นวัตถุจะสมดุล คือ หยุดนิ่ง เมื่อเส้นเชือกที่ผูกอยู่ในแนวดิ่ง ไม่ว่าแท่งไม้จะเอียงทำมุมเท่าไรก็ตาม



รูป 8.96 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 15

16. มวล m วางบนพื้นเอียงซึ่งทำมุม 30° กับแนวระดับ ถ้าวัดได้ว่ามวลนั้นไถลลงพื้นเอียงด้วยความเร่ง $\frac{1}{8}$ g สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวลนั้นกับพื้นจะเป็นเท่าไร



รูป 8.97 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 16

บทที่ 9

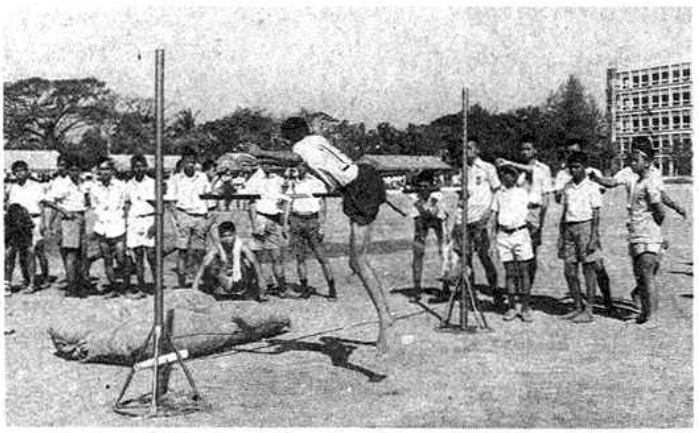
งานและพลังงาน

ทุกคนคุ้นเคยกับคำว่า **"งาน"** และ **"พลังงาน"** สำหรับบุคคลทั่ว ๆ ไป งานหมายถึงการประกอบอาชีพ หรือการกระทำภารกิจต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ตัวอย่างเช่น ภายในบ้านจะมีงานบ้านหลายประการที่ต้องทำ เช่น การหุงต้มอาหาร การจัดเครื่องเรือนของใช้ให้เป็นระเบียบ การทำความสะอาดบ้าน การทำสวนครัว ฯลฯ กรรทำงานเหล่านี้ต้องใช้พลังงาน เป็นต้นว่าการหุงต้มอาหาร ใช้พลังงานจากถ่านไม้หรือแก๊สหุงต้ม การทำความสะอาดบ้านใช้พลังงานจากกล้ามเนื้อแขนหรือจากเครื่องดูดฝุ่น การทำงานของเครื่องใช้อื่น ๆ เช่น เครื่องซักผ้า ตู้เย็น พัดลม โทรทัศน์ วิทยุ ก็ต้องใช้พลังงานไฟฟ้า เครื่องยนต์ของยานพาหนะต่าง ๆ ใช้พลังงานจากน้ำมันเป็นต้น จะเห็นได้ว่าชีวิตของเราเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เราเรียกว่างานและพลังงานอยู่ตลอดเวลา

ในวิชาฟิสิกส์ กำหนดความหมายของคำว่า งาน และพลังงาน ในลักษณะที่เฉพาะและแคบกว่าความหมายที่บุคคลทั่วไป ๆ เข้าใจกัน ซึ่งจะได้ศึกษาต่อไป

9.1 งาน

ขณะที่เด็กวิ่งเล่นกันอยู่ในสนามเด็กเล่นหรือเล่นแบดมินตัน หรือตีเทนนิส โดยทั่วไปถือว่า เป็นการออกกำลังกาย หรือเป็นการเล่นกีฬา มิได้เป็นการทำงาน แต่ในวิชาฟิสิกส์ถือว่าเด็กเหล่านี้กำลังทำงาน เพราะความหมายของคำว่า **"งาน"** ในความหมายทั่วไปกับความหมายในทางฟิสิกส์แตกต่างกัน ซึ่งความหมายโดยทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน การทำงานมักจะหมายถึงการยกของ ทำสวนครัว ปรุงอาหาร ซักเสื้อผ้า เขียนหนังสือ หรือทำกิจกรรมใด ๆ เพื่อรับค่าตอบแทน แต่ในวิชาฟิสิกส์นั้นจะพิจารณาว่ามีการทำงานหรือมีงานเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัตถุ แล้วทำให้วัตถุมีการกระจัด โดยปริมาณงานที่ทำจะขึ้นกับแรงและการกระจัด



รูป 9.1 นักเรียนเล่นกีฬากันในสนาม

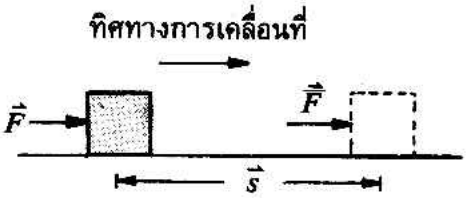
กล่าวคือ **ในกรณีแรง $\vec{F}$ ที่มากระทำเป็นแรงคงตัวและการกระจัด $\vec{s}$ ของวัตถุอยู่ในแนวเดียวกับแรง $\vec{F}$ ปริมาณงานที่แรง $\vec{F}$ ทำจะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างขนาดของแรง F และขนาดของการกระจัด s ของวัตถุ** ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$W = Fs \qquad \text{.....(9.1)}$$

ตามสมการนี้แรง $\vec{F}$ จะต้องมีขนาดคงตัว ทิศของแรง $\vec{F}$ และการกระจัดจะต้องอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังนั้นวัตถุจะเคลื่อนที่ในแนวตรง

กำหนดให้การกระจัดที่อยู่ในทิศเดียวกับแรง $\vec{F}$ มีเครื่องหมายบวก ส่วนการกระจัดที่มีทิศตรงข้ามกับแรง $\vec{F}$ มีเครื่องหมายลบ นั่นคือ **งาน W ของแรง $\vec{F}$ จะเป็นบวก ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ไปทิศทางเดียวกับแรงที่มากระทำ และงาน W ของแรง $\vec{F}$ จะเป็นลบ ถ้าวัตถุเคลื่อนที่สวนทางกับแรง $\vec{F}$** เช่น กรณีวัตถุเคลื่อนที่อยู่แล้วและแรง $\vec{F}$ ไปทำให้วัตถุเคลื่อนช้าลง เป็นต้น

☐ *ถ้าออกแรงดึงถุงทราย 1 ถุง ให้เคลื่อนที่ขึ้นในแนวดิ่งเป็นระยะทาง 1 เมตร หลังจากนั้นก็หย่อนถุงทรายนั้นลงมาช้า ๆ เป็นระยะ 1 เมตรเช่นกัน งานที่ทำ ในแต่ละกรณีเท่ากันหรือไม่อย่างไร*

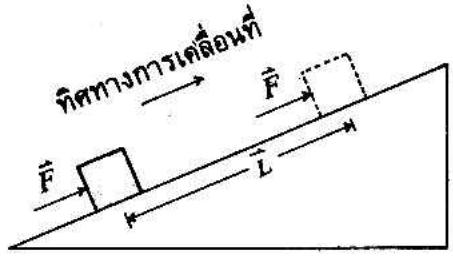


รูป 9.2 การออกแรงคงตัว $\vec{F}$ ผลักวัตถุ

ในกรณีที่มีแรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุ และทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด $\vec{s}$ ในทิศเดียวกับแรง $\vec{F}$ ดังรูป 9.2 จะได้งานที่ทำโดยแรง $\vec{F}$ เป็น Fs

เนื่องจากแรงมีหน่วยเป็นนิวตัน การกระจัดมีหน่วยเป็นเมตร หน่วยของงานจึงเป็นนิวตัน เมตร หรือ จูล (Joule เขียนย่อว่า J)

ถ้าแรงขนาด 1 นิวตัน กระทำกับวัตถุ และทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศเดียวกับแรงนั้นด้วยการกระจัด 1 เมตร เรากล่าวว่างานที่เกิดจากแรงนั้นมีค่าเท่ากับ 1 จูล



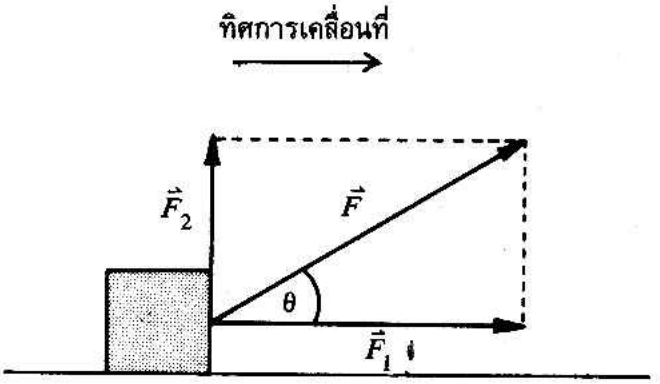
รูป 9.3 การออกแรง $\vec{F}$ ผลักวัตถุขึ้นตามพื้นเอียง

☐ *ถ้าวัตถุมวล m ถูกผลักโดยแรงคงตัว $\vec{F}$ ในแนวขนานกับพื้นเอียง ทำให้วัตถุนั้น เคลื่อนที่ขึ้นไปตามพื้นเอียงด้วยการกระจัด $\vec{L}$ ดังรูป 9.3 งานที่ทำโดยแรง $\vec{F}$ นี้มีค่าเป็นเท่าใด*

จากที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นว่าถ้าแรงที่กระทำอยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ เราสามารถใช้สมการ (9.1) คำนวณหางานได้ไม่ว่าวัตถุจะเคลื่อนที่ไปบนพื้นราบหรือพื้นเอียง

ในกรณีที่แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในแนวทำมุม θ กับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ และทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด $\vec{s}$ เช่น ช้างลากซุง คนถ่อเรือ คนเข็นรถ ฯลฯ เราจะหางานที่แรง $\vec{F}$ ทำได้อย่างไร

เนื่องจากแรง $\vec{F}$ และการเคลื่อนที่ไม่อยู่ในแนวเดียวกัน เราจึงพิจารณาโดยแยกแรง $\vec{F}$ นี้ออกเป็นแรงองค์ประกอบที่ตั้งฉากกัน 2 แรง โดยต้องให้แรงหนึ่งอยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุดังรูป 9.4



รูป 9.4 กรณีที่แรงกระทำต่อวัตถุอยู่ในแนวทำมุม θ กับแนวการเคลื่อนที่

$\vec{F}_1$ เป็นองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวราบ แรงนี้ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้โดยมีการกระจัด $\vec{s}$ ในแนวราบ

$\vec{F}_2$ เป็นองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวดิ่ง

ดังนั้นงานที่เกิดจากแรง $\vec{F}_1$ มีค่าเท่ากับ $F_1 s$

แต่ $F_1 = F\cos\theta$

นั่นคืองานที่เกิดจากแรง $\vec{F}_1$ มีค่าเท่ากับ $(F\cos\theta)\, s$

$= Fs\cos\theta$

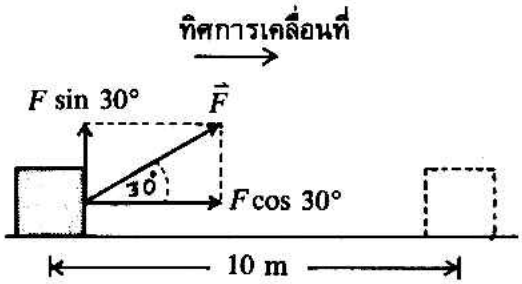
☐ *จากรูป 9.4 แรง $\vec{F}_2$ ทำให้เกิดงานหรือไม่อย่างไร*

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่างานเนื่องจากแรง $\vec{F}$ มีค่าเท่ากับงานเนื่องจากแรง $\vec{F}_1$ เท่านั้นจึงสรุปได้ว่า**งานที่เกิดจากแรงกระทำซึ่งไม่อยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุจะหาได้จากผลคูณระหว่างขนาดของแรงองค์ประกอบในแนวการเคลื่อนที่กับขนาดการกระจัดของวัตถุที่เกิดขึ้นในช่วงที่แรงนี้กระทำ หรือเขียนเป็นสมการ[1]ได้ว่า**

$$W = Fs\cos\theta \qquad \text{.....(9.2)}$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่างทิศของแรงที่กระทำกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ตัวอย่าง 9.1 เด็กคนหนึ่งออกแรง 50 นิวตัน ลากกล่องใบหนึ่ง ในแนวทำมุม 30 องศากับแนวระดับดังรูป 9.5 ถ้าเขาลากกล่องไปได้ไกล 10 เมตร จงหา งานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่อง



รูป 9.5 การลากกล่องให้เคลื่อนที่ตามแนวระดับ

วิธีทำ เนื่องจากเด็กออกแรงในแนวทำมุม 30 องศากับแนวระดับ จึงต้องพิจารณาองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวระดับก่อน ดังรูป 9.5 แล้วจึงคำนวณหางานที่ทำจากสูตร $W = Fs\cos\theta$

---

[1] สมการที่สมบูรณ์ของ "งาน" ในวิชาฟิสิกส์ ซึ่งนักเรียนจะได้ศึกษาในระดับสูงต่อไปจะอยู่ในรูปผลคูณสเกลาร์ (Scalar product) ของแรง $\vec{F}$ กับการกระจัด $\vec{s}$ คือ

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos\theta$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{F}$ และ $\vec{s}$ โดย $\vec{F}$ จะต้องเป็นแรงคงตัวในช่วงของการกระจัด $\vec{s}$ ที่เกิดขึ้น

องค์ประกอบของแรง $\vec{F}$

ในแนวระดับ $= F \cos 30^\circ$

$= 50 \text{ N} \times 0.866$

$= 43.3 \text{ N}$

งานที่เกิดจากแรงนี้ $= 43.3 \text{ N} \times 10 \text{ m}$

$= 433 \text{ J}$

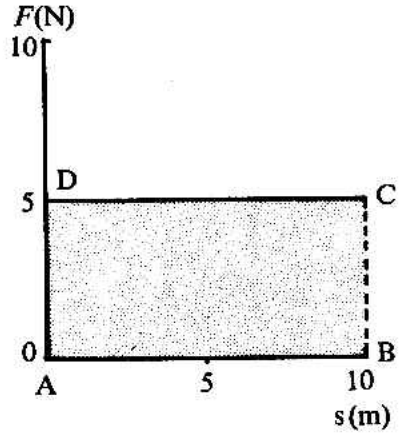
ตอบ นั่นคืองานที่เด็กทำในการลากกล่องให้เคลื่อนที่ตามแนวระดับมีค่าเท่ากับ 433 จูล [1]

คำถาม 9.1 ถ้าลากวัตถุที่มีน้ำหนัก $\vec{W}$ ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวขึ้นไปตามพื้นเอียงผิวเกลี้ยง ซึ่งทำมุม θ กับแนวระดับ จะต้องออกแรงลากเท่าใด และเมื่อวัตถุขึ้นไปถึงระดับความสูง h จากระดับเดิม งานเนื่องจากแรงที่ใช้ลากวัตถุนี้จะเป็นเท่าใด

9.2 การหางานด้วยวิธีคำนวณจากพื้นที่ใต้กราฟ

นอกจากเราจะหางานได้จากความสัมพันธ์ตามสมการ 9.1 แล้ว ยังมีวิธีอื่นอีกที่ช่วยในการหางาน แต่จะใช้ได้เฉพาะกรณีที่แรงกระทำอยู่ในแนวเดียวกับการกระจัด หรือมีองค์ประกอบของแรงกระทำในแนวเดียวกับการกระจัด วิธีดังกล่าวคือการหาพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงและการกระจัด

ในกรณีที่แรงมีค่าคงตัว ตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัดจะเป็นดังรูป 9.6



รูป 9.6 เมื่อแรงมีขนาดคงตัว

---

[1] จูลเป็นหน่วยของงานและพลังงาน 1 จูล = 1 N.m (ระวังสับสนกับหน่วยของโมเมนต์ ซึ่งใช้เป็น Nm เหมือนกันแต่จะเปลี่ยนเป็นจูลไม่ได้เพราะมีความหมายต่างกัน)

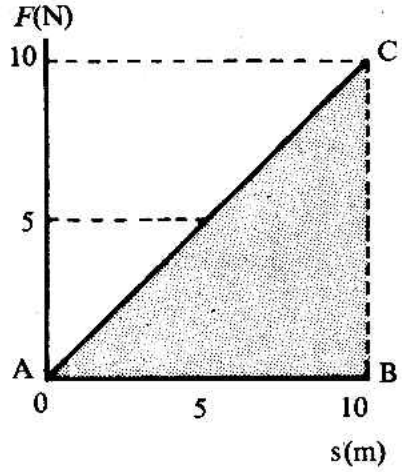
ถ้าจะหางานของแรง 5 นิวตัน ทำให้วัตถุเคลื่อนที่มีการกระจัด 10 เมตร ดังนั้น

งานที่ทำได้ = (5 N) x (10 m)

= 50 J

จะเห็นได้ว่างานที่ได้นี้เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD นั่นเอง

ในบางครั้งแรงที่กระทำต่อวัตถุมีขนาดไม่คงตัว เช่น แรงที่ใช้ดึงสปริงให้ยืดออก ในตอนแรกขนาดของแรงมีค่าเป็นศูนย์ แล้วมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อสปริงถูกดึงให้ยืดออกมากขึ้น ซึ่งเป็นกรณีที่แรงมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างคงตัว ตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัดจะเป็นดังรูป 9.7



รูป 9.7 เมื่อแรงมีขนาดเพิ่มขึ้นอย่างคงตัว

จากกราฟ ถ้าแรงมีขนาดเพิ่มขึ้นอย่างคงตัวจาก 0 ถึง 10 นิวตัน ทำให้วัตถุเคลื่อนที่มีการกระจัด 10 เมตร ซึ่งแรงที่ใช้เป็นแรงเฉลี่ย ดังนั้น

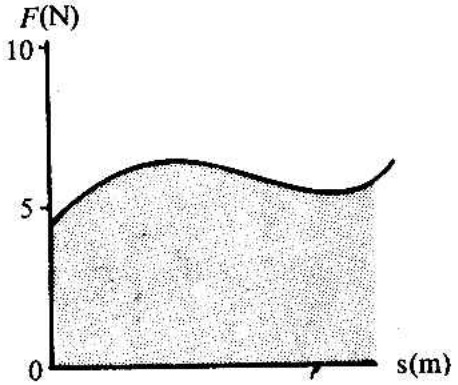
งานที่ทำได้ = แรงเฉลี่ย x การกระจัด

$$= \frac{(0 + 10)}{2} \text{ N x (10 m)}$$

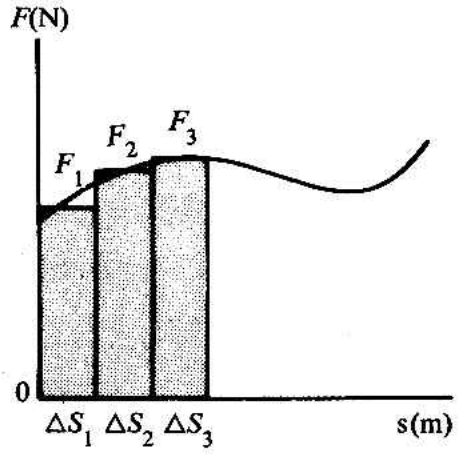
= 50 J

และปริมาณงานนี้เท่ากับ พื้นที่สามเหลี่ยม ABC จากรูป 9.7

ในกรณีที่แรงมีขนาดเปลี่ยนแปลงกับเวลา กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัดจะเป็นดังรูป 9.8 ก.



ก.



ข.

รูป 9.8 แรงมีขนาดเปลี่ยนแปลงกับเวลา

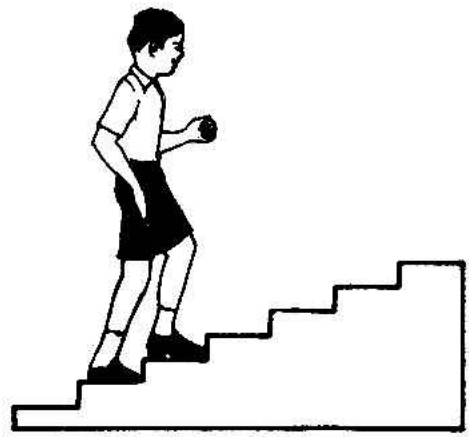
ในการหางานจากพื้นที่ใต้กราฟของแรงและการกระจัด ทำได้โดยวิธีแบ่งพื้นที่ใต้กราฟออกเป็นแถบเล็ก ๆ ปริมาณงานทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่แถบเล็ก ๆ เหล่านั้น ถ้าแบ่งเป็นแถบได้เล็กมากเท่าใด งานที่หาได้จากกราฟโดยวิธีนี้จะยิ่งถูกต้องมากขึ้น ดังรูป 9.8 ข.

งานทั้งหมด $W = F_1\Delta s_1 + F_2\Delta s_2 + F_3\Delta s_3 + \ldots + F_n\Delta s_n$

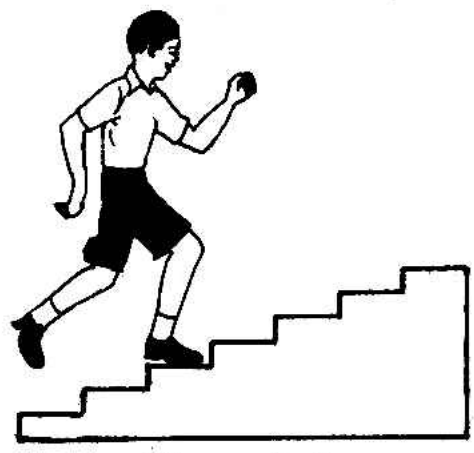
ถ้าเราแบ่งให้แถบพื้นที่เล็ก ๆ นั้นมีความกว้างเท่ากัน คือ ดังนั้นจะเขียนได้ว่า $\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s_3 = \ldots\ldots\Delta s_n$

งาน
$$W = \Delta s(F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n)$$
$$= \frac{s}{n}(F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n)$$
$$= \frac{(F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n)\, s}{n}$$

นั่นคือ งาน = แรงเฉลี่ย × การกระจัด



ใช้เวลา 10 นาที



ใช้เวลา 2 วินาที

รูป 9.9 การเดินและการวิ่งขึ้นบันได

9.3 กำลัง

ในการยกหนังสือเล่มหนึ่งจากโต๊ะขึ้นไปวางบนหิ้ง ไม่ว่าจะใช้เวลา 10 วินาที หรือ 30 วินาที มีการทำงานเท่ากัน แต่ปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลาจะต่างกัน **ปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลานี้ เรียกว่า กำลัง**[1]

จากรูป 9.9 จะเห็นว่าการวิ่งขึ้นบันไดกับการเดินขึ้นบันไดจะใช้กำลังต่างกัน เพราะถึงแม้งานที่ทำได้จะเท่ากันแต่ช่วงเวลาที่ใช้ต่างกัน การวิ่งขึ้นบันไดใช้เวลาน้อยกว่าการเดินขึ้นบันได จึงต้องใช้กำลังมากกว่า

จากความหมายของกำลัง เราจะเขียนได้ว่า

$$\text{กำลัง} = \frac{\text{งานที่ทำได้}}{\text{ช่วงเวลาที่ใช้}}$$

หรือ
$$P = \frac{W}{t} \qquad \ldots\ldots\ldots(9.3)$$

[1] ในกรณีงานที่ทำได้โดยแรงไม่คงตัวตลอดช่วงเวลาที่พิจารณา กำลังจะเป็นกำลังเฉลี่ย

เมื่อ P คือกำลัง W คืองาน และ t คือช่วงเวลาที่ใช้ในการทำงาน

หน่วยของกำลังเป็นจูลต่อวินาที หรือเรียกว่า **วัตต์** (watt เขียนย่อว่า W)

คำถาม 9.2 หัวรถจักรดีเซลลากขบวนรถไฟด้วยแรงคงตัว $\vec{F}$ แล้วทำให้ขบวนรถเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว $\vec{v}$ จงหากำลังที่หัวรถจักรดีเซลใช้ในการลากขบวนรถนี้

ตัวอย่าง 9.2 เด็กคนหนึ่งตึงถังน้ำ 15 กิโลกรัมขึ้นจากบ่อลึก 3 เมตร ภายในเวลา 6 วินาที ในการตึงถังน้ำนี้เด็กคนนั้นใช้กำลังเท่าใด ถ้าเด็กตักน้ำได้ 6 ถังในเวลา 60 วินาที เขาใช้กำลังเฉลี่ยเท่าใด

กำหนดให้ $g = 10\ m/s^2$

วิธีทำ ในการตึงถังน้ำแต่ละถังเด็กจะทำงาน

$$= mgh$$
$$= (15\ kg) \times (10\ m/s^2) \times (3\ m)$$
$$= 450\ J$$

กำลังที่เด็กใช้ $= 450J/6s = 75\ W$

ตอบ นั่นคือเด็กใช้กำลังเท่ากับ 75 วัตต์

ถ้าเขาตักน้ำได้ 6 ถังในเวลา 60 วินาที เขาจะใช้กำลังเฉลี่ย

$= 6x\ (15kg) \times (10m/s^2) \times (3m)/60s$

$= 45\ W$

ตอบ ดังนั้นเขาจะใช้กำลังเฉลี่ยเท่ากับ 45 วัตต์

กำลัง[1]ของเครื่องใช้ต่าง ๆ จะนิยมบอกเป็น วัตต์ หรือกิโลวัตต์ (kW โดย 1kW = 1,000 W) ไม่ว่าจะเป็นเครื่องกล หรือเครื่องใช้ไฟฟ้า สำหรับเครื่องใช้หรืออุปกรณ์ไฟฟ้าต่าง ๆ ผู้ผลิตจะบอกค่าของกำลังไว้ที่ตัวเครื่อง เช่น 600W, 150 W ส่วนเครื่องใช้หรืออุปกรณ์ไฟฟ้าต่าง ๆ ที่ใช้ในโรงงานที่มีกำลังมาก ๆ จะบอกค่าของกำลังในหน่วยของกิโลวัตต์

9.4 พลังงาน

ในวิชาฟิสิกส์กำหนดว่า **พลังงานเป็นสมบัติอย่างหนึ่งของระบบที่บ่งถึงขีดความสามารถในการทำงาน** พลังงานมีอยู่หลายรูปแบบ เช่น พลังงานกล พลังงานเคมี พลังงานแผ่รังสี พลังงานไฟฟ้า พลังงานนิวเคลียร์ เป็นต้น

ในวันหนึ่ง ๆ มนุษย์มีการใช้พลังงานในการกระทำกิจกรรมต่าง ๆ มากมาย เช่นมีการใช้พลังงานที่ได้จากสารอาหารเพื่อให้ร่างกายเคลื่อนไหว ใช้พลังงานความร้อนจากสารเชื้อเพลิงเพื่อให้เครื่องยนต์ทำงาน ใช้พลังงานไฟฟ้าในการทำให้เครื่องใช้ไฟฟ้าต่าง ๆ ทำงาน

ในปัจจุบันประชากรโลกกำลังเผชิญกับปัญหาที่สำคัญมากปัญหาหนึ่ง คือการขาดแคลนพลังงาน ทั้งนี้เนื่องมาจากประชากรของโลกมีจำนวนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและมีการพัฒนาเทคโนโลยีด้านต่าง ๆ มากขึ้น ทำให้มีการใช้พลังงานเพิ่มขึ้น พลังงานที่มนุษย์นำมาใช้ประโยชน์ได้อย่างมากมายในขณะนี้ ได้แก่พลังงานจากการเผาไหม้ของน้ำมันและถ่านหิน ซึ่งน้ำมันและถ่านหินเป็นทรัพยากรที่มีปริมาณจำกัด และมีโอกาสที่จะหมดไปในระยะเวลาอันสั้น เราจึงจำเป็นต้องใช้พลังงานอย่างประหยัดและใช้ให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ขณะเดียวกันก็ต้องพยายามเสาะแสวงหาแหล่งพลังงานใหม่ ๆ ต่อไปอีกอย่างไม่หยุดยั้ง

---

[1] เครื่องยนต์และมอเตอร์ไฟฟ้า มักนิยมบอกกำลังสูงสุด เป็น กำลังม้า (horse - power), hp โดยที่ 1 hp มีค่าเท่ากับ 746 watts

เพื่อให้เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานรูปต่าง ๆ จะเริ่มต้นศึกษาเกี่ยวกับพลังงานกลก่อน ในทางฟิสิกส์จำแนกพลังงานกลออกเป็น 2 ประเภท คือ พลังงานจลน์ และพลังงานศักย์ซึ่งจะได้กล่าวในรายละเอียดต่อไป

9.5 พลังงานจลน์

ในการเตะลูกบอลให้เคลื่อนที่ไป ผู้เตะต้องทำงานโดยใช้พลังงานจากกล้ามเนื้อ ทำให้ลูกบอลพุ่งออกไปด้วยความเร็วสูง ลูกบอลนี้สามารถทำงานได้ เช่น เมื่อลูกบอลพุ่งไปชนกระป๋องที่ตั้งอยู่นิ่ง จะทำให้กระป๋องกระเด็นไปได้ เราจึงกล่าวได้ว่าลูกบอลมีพลังงาน และพลังงานของลูกบอลนี้มาจากผู้เตะ ทำให้ลูกบอลมีการเคลื่อนที่ **พลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่เช่นนี้ เรียกว่า *พลังงานจลน์***

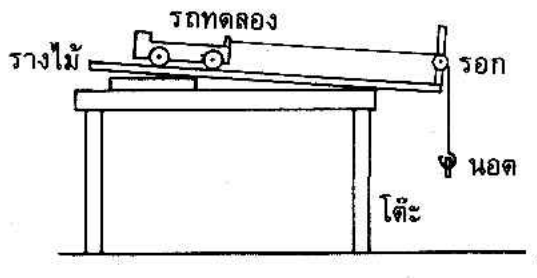
เราจะทราบได้อย่างไรว่าวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่มีพลังงานจลน์มากหรือน้อย จากตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้นคงจะตอบปัญหานี้ได้ว่า **ถ้าเราให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่นั้นไปทำงานอย่างหนึ่ง ปริมาณงานที่ทำได้ทั้งหมดจนกระทั่งวัตถุนั้นหยุดนิ่งจะแสดงถึงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น** วัตถุที่มีพลังงานจลน์มากจะทำงานได้มากกว่าวัตถุที่มีพลังงานจลน์น้อย จากที่กล่าวมาคงพอจะแสดงให้เห็นได้ว่างานและพลังงานจลน์มีความสัมพันธ์กัน ส่วนจะสัมพันธ์กันในลักษณะใดนั้นจะได้ศึกษาจากการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง 9.1 ความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานจลน์

วิธีทดลอง ชั่งหามวลของรถทดลอง และนอตแต่ละตัว บันทึกผลไว้ จัดเครื่องมือดังรูป 9.10 โดย

ให้รถทดลองอยู่ห่างจากรอกประมาณ 60 เซนติเมตร และนอตอยู่สูงจากพื้นประมาณ 60 เซนติเมตร



รูป 9.10 การจัดเครื่องมือสำหรับการทดลอง 9.1

หนุนรางไม้ด้านที่ปล่อยรถให้สูงขึ้นเล็กน้อย เพื่อชดเชยแรงเสียดทาน ผลักรถเบา ๆ เพื่อทดสอบว่าการชดเชยแรงเสียดทานพอดีหรือไม่ ถ้าพอดี รถจะแล่นด้วยความเร็วคงตัว ทดสอบอีกครั้งโดยใช้แถบกระดาษติดกับรถทดลองและลอดผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลา ผลักรถเบา ๆ ให้เคลื่อนที่สังเกตจุดบนแถบกระดาษ ถ้าจุดบนแถบกระดาษมีช่วงจุดสม่ำเสมอ แสดงว่าการชดเชยแรงเสียดทานพอดี

ทำการทดลองโดยเริ่มจากนอต 1 ตัว ใช้แถบกระดาษยาวประมาณ 1 เมตร ติดเข้ากับรถทดลองแล้วลอดผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลา ซึ่งวางอยู่ปลายรางถัดจากรถทดลองออกไปเล็กน้อย ทำเครื่องหมายบนรางไม้ ณ จุดที่ปล่อยรถทดลอง กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทำงานแล้วปล่อยรถทดลองให้เคลื่อนที่จนถึงปลายรางไม้อีกด้านหนึ่ง หลังจากนั้นดึงแถบกระดาษออกจากรถทดลอง แล้วบันทึกบนแถบกระดาษว่านอต 1 ตัว

นำแถบกระดาษที่ได้จากการทดลองมาหาความเร็วสุดท้ายของรถทดลอง เมื่อเคลื่อนที่ได้การกระจัด 50 เซนติเมตร โดยการวัดระยะบนแถบกระดาษ จากจุดแรกที่เครื่องเคาะสัญญาณเวลาเคาะไปเป็นระยะ 50 เซนติเมตร แล้วหาความเร็วของรถทดลองที่ตำแหน่งนั้น บันทึกผลลงในตาราง ทำการทดลองซ้ำโดยเพิ่มนอตเป็น 2, 3 และ 4 ตัว ตามลำดับ พร้อมทั้งบันทึกจำนวนนอตที่ใช้บนแถบกระดาษของการทดลองแต่ละครั้ง

คำนวณหาขนาดของแรง F ที่ทำให้รถทดลองเคลื่อนที่ในการทดลองแต่ละครั้ง โดยใช้สมการ

$$F = \frac{mm_{-}}{m + m'} g$$

เมื่อ m เป็นมวลของรถและ m เป็นมวลของนอต

คำนวณหางาน Fs ของการทดลองแต่ละครั้ง นำข้อมูลที่ได้ไปเขียนกราฟระหว่างงาน Fs กับความเร็วสุดท้ายของรถทดลองยกกำลังสอง v^2 โดยให้ Fs อยู่ในแกนยืน และ v^2 อยู่ในแกนนอน

☐ *กราฟที่ได้มีลักษณะอย่างไร*

☐ *จากลักษณะของกราฟ สรุปความสัมพันธ์ระหว่างงานกับความเร็วสุดท้าย ยกกำลังสองอย่างไร*

จากกราฟระหว่างงานของแรงดึงรถกับความเร็วสุดท้ายรถยกกำลังสอง สรุปได้ว่างานที่ทำโดยแรงดึงนี้จะแปรผันตรงกับความเร็วยกกำลังสอง นั่นคือ

$$Fs \propto v^2$$

หรือเขียนได้ว่า $Fs = kv^2$ .....(9.4)

เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน

☐ *จากกราฟระหว่าง Fs กับ v^2 ความชันของกราฟคือค่าใดในสมการ (9.4)*

เราจะศึกษาต่อไปว่าค่า k เกี่ยวข้องกับปริมาณใดบ้าง ถ้ามีแรงคงตัว $\vec{F}$ มากระทำต่อวัตถุมวล m ทำให้วัตถุซึ่งเดิมอยู่นิ่งเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด $\vec{s}$ แรงนี้ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง $\vec{a}$ จากกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน ขนาดของความเร่ง a มีค่าเท่ากับ $\frac{F}{m}$ ในกรณีวัตถุเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยขนาดการกระจัด s ด้วยขนาดความเร่ง a โดยมีความเร็วต้น u และความเร็วสุดท้าย v จะมีความสัมพันธ์กัน ตามสมการ

$$2as = v^2 - u^2$$

เนื่องจากในกรณีนี้ $u = 0$ และเมื่อแทนค่า $a = \frac{F}{m}$ แล้วจะได้

$$2\frac{F}{m}s = v^2$$

หรือ $$Fs = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{.....(9.5)}$$

เมื่อเทียบกับสมการ (9.4) จะได้

$$\frac{1}{2}mv^2 = kv^2$$

ดังนั้น $$k = \frac{m}{2} \quad \text{.....(9.6)}$$

จะเห็นได้ว่าถ้าข้อมูลที่ได้จากการทดลองมีความคลาดเคลื่อนน้อย ความชันของกราฟจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของมวลของรถทดลอง

จากความสัมพันธ์ที่ได้ในสมการ (9.5) จะเห็นว่างานที่กระทำต่อวัตถุ Fs จะทำให้วัตถุที่หยุดนิ่งมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ หรือกล่าวได้ว่า งานที่กระทำต่อวัตถุจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ของวัตถุ ดังนั้นพลังงานจลน์ของวัตถุจึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}mv^2$

ถ้ากำหนดสัญลักษณ์ E_k แทนพลังงานจลน์ของวัตถุ

จะได้ $$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{.....(9.7)}$$

เนื่องจาก m มีหน่วยเป็น กิโลกรัม v มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที เมื่อพิจารณาสมการ (9.7) จะเห็นว่าหน่วยของพลังงานจลน์ คือ กิโลกรัมเมตร^{2}ต่อวินาที^{2} ซึ่งเท่ากับนิวตันเมตร หรือจูล จึงสรุปได้ว่า หน่วยของพลังงานจลน์เป็นจูล เช่นเดียวกับหน่วยของงาน

ถ้าเดิมวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น $\vec{u}$ ซึ่งไม่เป็นศูนย์และมีแรงคงตัว $\vec{F}$ มากระทำต่อวัตถุในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ ทำให้วัตถุมีความเร็วเปลี่ยนไปเป็น $\vec{v}$

จากสมการ $2as = v^2 - u^2$

แทน a ด้วย $\frac{F}{m}$ จะได้

$$2\frac{F}{m}s = v^2 - u^2$$

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \quad \text{.....(9.8)}$$

$$W = E_{kv} - E_{ku} \quad \text{.....(9.9)}$$

หรือ $$W = \Delta E_k \quad \text{.....(9.10)}$$

เมื่อ W คืองาน เนื่องจากแรง $\vec{F}$

E_{ku} คือพลังงานจลน์ของวัตถุ ขณะมีความเร็วต้น $\vec{u}$

E_{kv} คือพลังงานจลน์ของวัตถุ ขณะมีความเร็วสุดท้าย $\vec{v}$

ΔE_k คือพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของวัตถุ

☐ *ถ้าแรงที่มากระทำมีทิศเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ ความเร็วสุดท้ายกับความเร็วต้น ค่าไหนมากกว่ากัน และพลังงานจลน์ของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร*

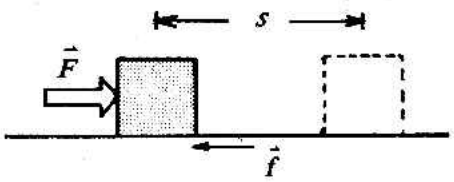
☐ *ถ้าแรงที่มากระทำมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ พลังงานจลน์ของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร*

จากการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์ สรุปได้ว่า ในกรณีมีแรงหนึ่งแรงกระทำกับวัตถุ งานเนื่องจากแรงที่กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไป พลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไปนั้นอาจจะเปลี่ยนไปในทางที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงก็ได้ ขึ้นอยู่กับทิศของแรงที่กระทำ กล่าวคือ ถ้าแรงกระทำมีทิศเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ พลังงานจลน์ของวัตถุจะเพิ่มขึ้น แต่ถ้าแรงกระทำมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ พลังงานจลน์ของวัตถุจะลดลงซึ่งจะพิจารณาได้จากสมการ

(9.10) เมื่อพลังงานจลน์ของวัตถุเพิ่มขึ้น ΔE_k จะมีค่าบวก และงานของแรงนั้นจะมีค่าบวก เมื่อพลังงานจลน์ของวัตถุลดลง ΔE_k จะมีค่าลบและงานของแรงนั้นจะมีค่าลบ

คำถาม 9.3 รถยนต์มวล 800 กิโลกรัม ขณะแล่นด้วยความเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คนขับใช้ห้ามล้อ หลังจากเริ่มใช้ห้ามล้อรถเคลื่อนที่ต่อไปอีก 10 เมตรจึงหยุดนิ่ง งานเนื่องจากแรงต้านที่ทำให้รถหยุดมีค่าเท่าใด

ในกรณีที่มีแรงมากกว่าหนึ่งแรงกระทำต่อวัตถุ งานของแรงที่ทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไปตามสมการ (9.10) นั้นหมายถึง งานของแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กระทำต่อวัตถุนั้น เช่น ในกรณีมีแรงคงตัว $\vec{F}$ ในแนวระดับ กระทำต่อวัตถุมวล m ให้เคลื่อนที่บนพื้นราบที่มีแรงเสียดทาน $\vec{f}$ โดยมีการกระจัด $\vec{s}$ ดังรูป 9.11



รูป 9.11 วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นราบที่มีแรงเสียดทาน

ถ้าแรง $\vec{F}$ มากกว่าแรงเสียดทาน $\vec{f}$ งานของแรงลัพธ์จะมีค่าเป็น

$$W = (F - f)\,s$$

ดังนั้นจากสมการ (9.10) $W = \Delta E_k$

จะได้ $(F - f)\,s = \Delta E_k$

$$Fs = \Delta E_k + fs \quad \text{.....(9.11)}$$

นั่นคือ **งานเนื่องจากแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของวัตถุกับงานของแรงต้านการเคลื่อนที่** (คืองานของแรงเสียดทาน)

จากตัวอย่างดังกล่าว งานของแรงต้านหรืองานของแรงเสียดทานอาจทำให้มีความร้อนเกิดขึ้นบนผิวสัมผัสระหว่างวัตถุกับพื้นได้

คำถาม 9.4 ออกแรง 20.0 นิวตัน ดึงวัตถุให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว บนพื้นที่มีแรงเสียดทานได้การกระจัด 3.0 เมตร จงหางานที่ทำโดยแรงเสียดทาน

คำถาม 9.5 ออกแรง 30.0 นิวตัน ในแนวระดับ ดึงวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้นค่าหนึ่งได้การกระจัด 1.0 เมตร พลังงานจลน์ของวัตถุจะเปลี่ยนไปเท่าใด เมื่อ

ก. วัตถุเคลื่อนที่บนผิวเกลี้ยง

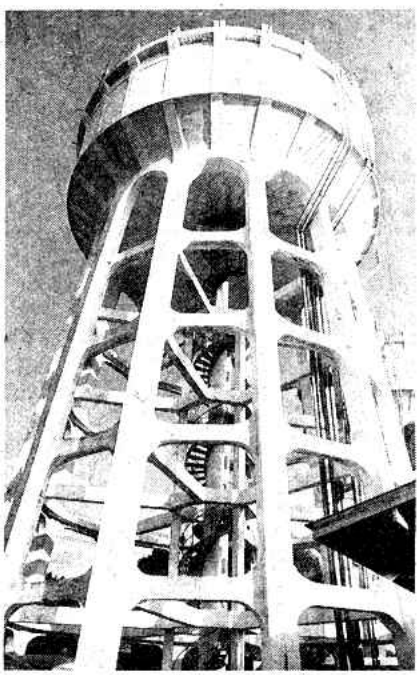
ข. วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นที่มีแรงเสียดทาน 10 นิวตัน

ค. วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นที่มีแรงเสียดทาน 40 นิวตัน โดยวัตถุยังคงเคลื่อนที่อยู่

9.6 พลังงานศักย์

เราได้ศึกษามาแล้วว่าวัตถุมีพลังงานจลน์ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ นอกจากพลังงานจลน์แล้วยังมีพลังงานรูปอื่นอีกหรือไม่ เราจะได้พิจารณาต่อไป

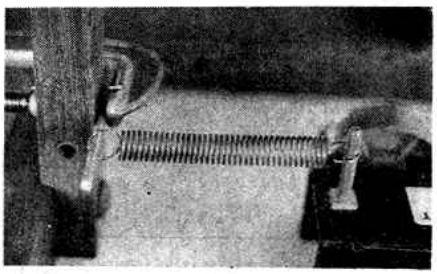
พิจารณาการผลิตไฟฟ้าจากพลังน้ำ เช่น น้ำตก หรือน้ำเหนือเขื่อน จะเห็นว่าน้ำซึ่งอยู่ในที่สูงเมื่อถูกปล่อยให้ไหลลงสู่ที่ต่ำสามารถทำงานได้ แสดงว่าน้ำหรือวัตถุใด ๆ เมื่ออยู่ที่ระดับสูงจะมีพลังงานรูปหนึ่ง



รูป 9.12 พลังงานศักย์ของน้ำที่อยู่ระดับสูง

ในกรณีที่เรากดสปริงให้หดสั้นลงหรือดึงสปริงให้ยืดออก เมื่อเราปล่อยมือ สปริงจะมีการเคลื่อนที่ เรากล่าวว่า สปริงนั้นมีการทำงาน แสดงว่าสปริงขณะถูกดันให้หดสั้นหรือถูกดึงให้ยืดออกจะมีพลังงานรูปหนึ่งเช่นกัน

ในทั้งสองกรณีที่กล่าวมาสรุปได้ว่า พลังงานของวัตถุที่อยู่ในที่สูง หรือ พลังงานของสปริงที่ถูกอัด หรือถูกดึงให้ยืดออกนั้น มีค่าขึ้นกับระดับความสูง หรือตำแหน่งของวัตถุ เราเรียก**พลังงานที่มีอยู่ในวัตถุอันเนื่องมาจากตำแหน่งของวัตถุเช่นนี้ว่า *พลังงานศักย์*** พลังงานศักย์ของวัตถุซึ่งอยู่ในที่สูง เกิดขึ้นเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อวัตถุ จึงเรียกว่า ***พลังงานศักย์โน้มถ่วง*** ส่วนพลังงานศักย์ของสปริงที่ถูกอัดหรือดึงนั้นเกิดจากแรงยืดหยุ่นของสปริง จึงเรียกว่า ***พลังงานศักย์ยืดหยุ่น***



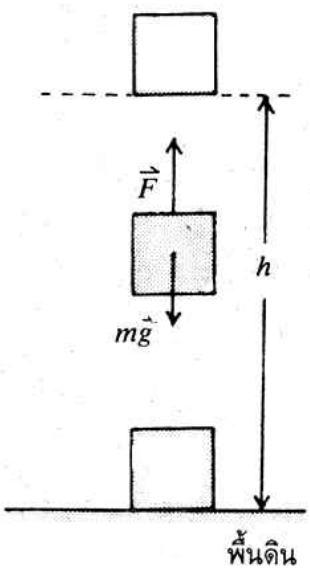
รูป 9.13 พลังงานศักย์ยืดหยุ่น

พลังงานศักย์อาจจะอยู่ในรูปอื่น ๆ อีก เช่น พลังงานศักย์ไฟฟ้า เป็นต้น สำหรับในที่นี้เราจะศึกษาเฉพาะพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่านั้น

9.6.1 พลังงานศักย์โน้มถ่วง

เมื่อออกแรงยกวัตถุให้สูงขึ้นในแนวดิ่งจนอยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะ h จะต้องทำงานเท่าใด และเมื่อปล่อยมือวัตถุจะตกลงสู่พื้นดินได้เอง ในกรณีหลังนี้มีงานเกิดขึ้นหรือไม่ เราจะได้พิจารณาต่อไป

ถ้ายกวัตถุมวล m ให้สูงขึ้นในแนวดิ่งจากพื้นดินเป็นระยะ h ด้วยความเร็วคงตัว จะต้องออกแรง $\vec{F}$ ซึ่งมีขนาดเท่ากับขนาดน้ำหนักของวัตถุ $m\vec{g}$ จึงจะยกขึ้นไปได้ตามต้องการ ดังรูป 9.14 งานที่ทำในการยกวัตถุนี้จะเป็น Fh แต่ F เท่ากับ mg ดังนั้น



รูป 9.14 แรง $\vec{F}$ ยกวัตถุขึ้นสูงเป็นระยะ h

$$Fh = mgh \qquad \text{.....(9.12)}$$

☐ *ถ้าปล่อยวัตถุให้ตกลงสู่พื้นดิน มีแรงใดกระทำต่อวัตถุ งานที่เกิดจากแรงนั้นมีค่าเท่าใด*

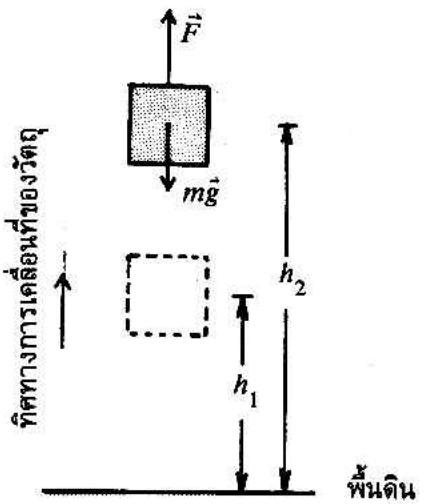
จากสมการ (9.12) จะเห็นว่า งานที่ทำในการยกวัตถุให้สูงจากพื้นดินเป็นระยะ h นั้นมีค่าเท่ากับ mgh และปริมาณนี้เท่ากับงานที่ทำโดยแรงโน้มถ่วงของโลกต่อวัตถุเมื่อวัตถุตกลงถึงพื้นดินโดยมีการกระจัด h ดังนั้น mgh จึงนับว่าเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุนั่นเอง ถ้าใช้สัญลักษณ์ E_p แทนพลังงานศักย์โน้มถ่วง จะเขียนพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุซึ่งอยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะ h ได้เป็น

$$E_p = mgh \qquad \text{.....(9.13)}$$

หน่วยของพลังงานศักย์โน้มถ่วงในระบบเอสไอเป็นจูล เช่นเดียวกับหน่วยของงาน และพลังงานจลน์

จากสมการ (9.13) กล่าวได้ว่า **พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่อยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะ h มีค่า mgh เมื่อเทียบกับพื้นดิน** ในที่นี้ถือว่าพื้นดินเป็นระดับอ้างอิง และพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่ระดับพื้นดินมีค่าเป็นศูนย์

☐ *รถยนต์มวล 1,000 กิโลกรัม ถูกยกขึ้นมาวางบนที่สูงจากพื้นดิน 2 เมตร พลังงานศักย์โน้มถ่วงมีค่าเท่าใดเมื่อเทียบกับพื้นดิน*



รูป 9.15 การยกวัตถุจากระดับ h_1 ไประดับ h_2 จากพื้นดิน

จากที่กล่าวมาแล้วนั้นเป็นการพิจารณาเมื่อยกวัตถุจากระดับพื้นดิน ในกรณีที่ตำแหน่งเดิมของวัตถุไม่ได้อยู่ที่ระดับพื้นดิน เช่น เดิมวัตถุอยู่ที่ระดับ h_1 จากระดับพื้นดิน แล้วถูกยกขึ้นไปสูงเป็นระยะ h_2 ดังรูป 9.15 จะหางานที่ทำในการยกวัตถุนี้ได้ดังนี้

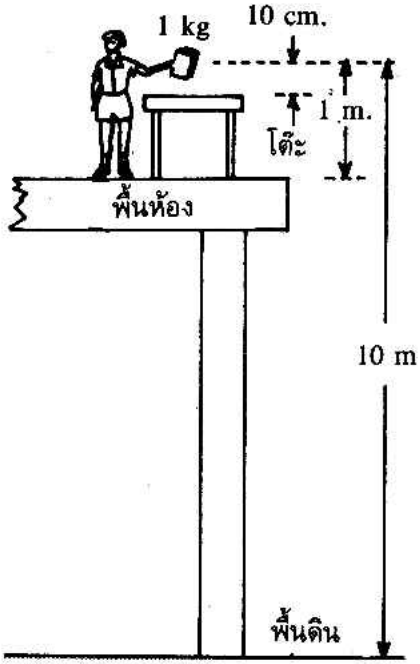
$$\text{งานในการยกวัตถุ} = \text{mgh} = mg(h_2 - h_1)$$
$$\text{ดังนั้น } Fh = mgh_2 - mgh_1 \quad \text{.....(9.14)}$$

ปริมาณ mgh_1 และ mgh_2 ในสมการ (9.14) คือ พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุเมื่ออยู่ที่ระดับ h_1 และ h_2 จากพื้นดินตามลำดับ โดยถือว่าพื้นดินเป็นระดับอ้างอิง ถ้าไม่ถือว่าพื้นดินเป็นระดับอ้างอิง แต่ถือว่าระดับ h_1 เป็นระดับอ้างอิง พลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ระดับนี้จึงเป็นศูนย์ การทำงานยังคงเท่าเดิมเมื่อยกวัตถุขึ้นไปสูง h เท่ากัน และพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ระดับ h_2 จะเท่ากับ mgh เมื่อเทียบกับระดับ h_1

ตามที่กล่าวมาจะเห็นว่า งานที่ทำในการยกวัตถุให้สูงขึ้นจากระดับเดิมจะเท่ากับผลต่างของพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ระดับทั้งสอง ซึ่งปริมาณนี้ก็คือพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่เพิ่มขึ้นนั่นเอง จึงอาจสรุปได้ว่า **งานที่ทำในการยกวัตถุให้สูงจากเดิมจะเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่เพิ่มขึ้น**

จากที่ได้พิจารณามา จะเห็นว่าพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมีค่าขึ้นกับความสูงของวัตถุเมื่อเทียบกับระดับอ้างอิง ส่วนระดับอ้างอิงจะเป็นระดับใดก็ได้แล้วแต่จะกำหนดตามความเหมาะสมในแต่ละกรณี

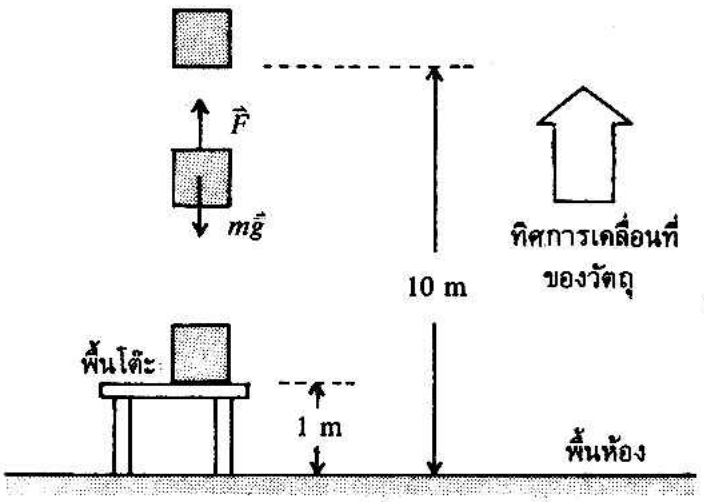
จากรูป 9.16 จะเห็นว่า เมื่อกำหนดระดับอ้างอิงต่างกัน พลังงานศักย์โน้มถ่วงของหนังสือเล่มเดียวกันจะมีค่าไม่เท่ากัน



ระดับอ้างอิง	E_p ของหนังสือ (จูล)
พื้นโต๊ะ	0.98
พื้นห้อง	9.8
พื้นดิน	98

รูป 9.16 พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุเมื่อเทียบกับตำแหน่งต่าง ๆ โดย $g = 9.8\ m/s^2$

ตัวอย่าง 9.3 ชายคนหนึ่งยกกล่องมวล 20 กิโลกรัม จากโต๊ะเรียนสูง 1 เมตร ขึ้นไปไว้ที่สูง 10 เมตร จากพื้นห้องเรียน จงคำนวณหาพลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องนี้เมื่อเทียบกับพื้นห้องเรียน และเมื่อเทียบกับพื้นโต๊ะเรียน



รูป 9.17 พลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องเมื่อเทียบกับตำแหน่งต่าง ๆ

วิธีทำ

จากสมการ $E_p = mgh$

เมื่อเทียบกับพื้นห้องเรียน

$$E_p = (20\text{kg}) \times (9.8\text{m/s}^2) \times (10\text{m})$$
$$= 1{,}960 \text{ J}$$

ตอบ ดังนั้นพลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องเมื่อเทียบกับพื้นห้องเรียนจะเท่ากับ 1,960 จูล

เมื่อเทียบกับพื้นโต๊ะ

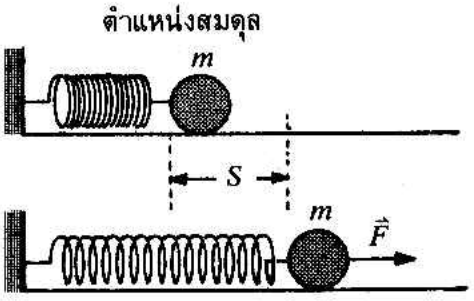
$$E_p = (20\text{kg}) \times (9.8\text{m/s}^2) \times \{(10-1)\text{m}\}$$
$$= 1{,}764 \text{ J}$$

ตอบ ดังนั้นพลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องเมื่อเทียบกับพื้นโต๊ะเรียนจะเท่ากับ 1,764 จูล

เราทราบแล้วว่า เมื่อออกแรงยกวัตถุให้มีระดับสูงขึ้นในแนวดิ่งด้วยความเร็วคงตัวงานที่ทำได้จะเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่เพิ่มขึ้น ถ้าเส้นทางการเคลื่อนที่ไม่อยู่ในแนวดิ่งแต่วัตถุถูกยกระดับให้สูงขึ้นเท่าเดิม เช่น การลากวัตถุขึ้นตามพื้นเอียง ในกรณีเช่นนี้งานที่ทำได้ยังคงเท่าเดิม

9.6.2 พลังงานศักย์ยืดหยุ่น

ถ้าเราดึงสปริงให้ยืดออก จะมีความรู้สึกว่าสปริงดึงมือเรา การอัดสปริงให้หดเข้าก็เช่นเดียวกัน เรารู้สึกว่ามีแรงจากสปริงดันมือเรา แรงดึงหรือแรงดันจากสปริงนี้เกิดขึ้นในสปริงเพื่อทำให้สปริงกลับสู่ตำแหน่งเดิม ซึ่งเรียกว่า ***ตำแหน่งสมดุล*** การที่เป็นเช่นนี้แสดงว่า ขณะที่เราดึงสปริงให้ยืดออกหรือกดให้หดนั้นมีพลังงานสะสมอยู่ปริมาณหนึ่ง พลังงานนี้จะเปลี่ยนมาเป็นพลังงานจลน์ขณะสปริงเคลื่อนที่เพื่อกลับสู่ตำแหน่งเดิม

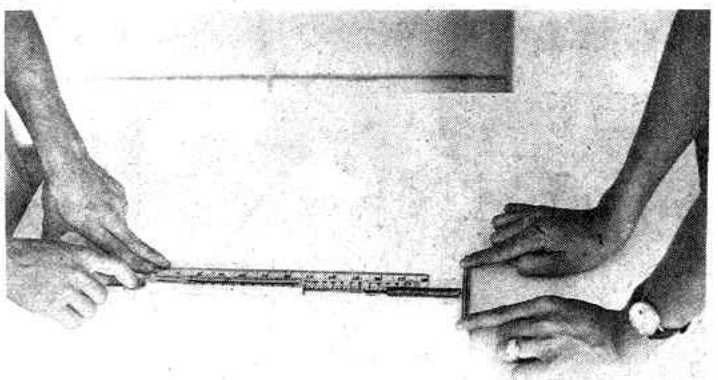


รูป 9.18 การดึงสปริงให้ยืดออก

พลังงานที่สะสมอยู่ในสปริง หรือวัตถุยืดหยุ่นอื่น ๆ ขณะที่ยืดออกหรือหดเข้าจากตำแหน่งสมดุลนี้ เรียกว่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่น พลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริงหาได้จากงานที่เราทำในการออกแรงดึง หรือกดสปริง แรงที่ใช้ดึงหรือกดสปริงจะมีความสัมพันธ์กับระยะทางที่สปริงยืดอย่างไร จะได้ศึกษาในการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง 9.2 ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะทางที่สปริงยืดออก

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะทางที่สปริงยืดออก



รูป 9.19 การจัดอุปกรณ์สำหรับการทดลอง 9.2

วิธีทดลอง ยึดปลายข้างหนึ่งของสปริงไว้ แล้วใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวปลายอีกข้างหนึ่ง วางสปริงและเครื่องชั่งสปริงในแนวขนานกับไม้บรรทัด ดังแสดงโดยรูป 9.19 โดยให้ปลายสุดของสปริงด้านที่เกี่ยวกับเครื่องชั่งสปริงอยู่ตรงขีดศูนย์ของไม้บรรทัด ออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงให้สปริงยืดออกครั้งละ 1 เซนติเมตร บันทึกขนาดของแรงดึงกับระยะทางที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล เขียนกราฟระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะทางที่สปริงยืดออก โดยให้ขนาดของแรงดึงอยู่ในแกนยืน และระยะที่สปริงยืดออกอยู่ในแกนนอน

- ☐ *กราฟที่ได้มีลักษณะอย่างไร*
- ☐ *จากลักษณะของกราฟ ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะที่ยืดออกเป็นอย่างไร*

ในการทดลองนี้จะสรุปได้ว่า ขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริง F จะแปรผันตรงกับระยะยืดจากตำแหน่งสมดุล s ของสปริง นั่นคือ

$$F \propto s$$

หรือ $$F = ks \quad \text{.....(9.15)}$$

สมการ (9.15) ยังคงเป็นจริง ในกรณีที่ F เป็นขนาดของแรงที่ใช้กดสปริงและ s เป็นระยะที่สปริงหด

k ในสมการ (9.15) เป็นค่าคงตัวเรียกว่า ***ค่าคงตัวสปริง*** ซึ่งหมายถึง แรงที่ทำให้สปริงยืดหรือหดต่อความยาวหนึ่งหน่วย และมีหน่วยเป็นนิวตันต่อเมตร ค่าคงตัวสปริงของสปริงแต่ละอันจะไม่เท่ากันขึ้นกับความแข็งของสปริง และเป็นค่าคงตัวในช่วงจำกัดช่วงหนึ่ง ซึ่งถ้าสปริงถูกดึงให้ยืดออกเกินช่วงนี้สปริงจะไม่คืนกลับสู่ตำแหน่งสมดุล ค่านี้อาจหาได้จากกราฟระหว่าง F ,กับ s โดยที่ค่าคงตัวสปริงก็คือความชันของกราฟนั่นเอง

จากกราฟจะสังเกตเห็นว่าแรง F เพิ่มอย่างสม่ำเสมอ งานที่ทำในการดึงสปริงให้ยืดออกเป็นระยะ s จากตำแหน่งสมดุล หาได้จากผลคูณระหว่างขนาดของแรงเฉลี่ยกับระยะทาง นั่นคือ

$$W = \frac{(0 + F)}{2} s$$

$$= \frac{1}{2} Fs$$

แทนค่า $F = ks$ จะได้

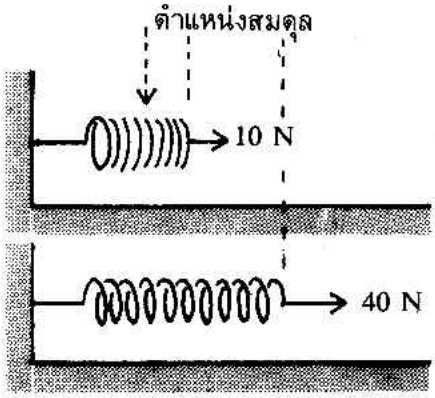
$$W = \frac{1}{2} ks^2$$

จะเห็นว่าปริมาณงานที่ทำในการดึงหรือกดสปริงให้มีระยะเปลี่ยนไป s จะเท่ากับ $\frac{1}{2} ks^2$ ปริมาณนี้ก็คือพลังงานศักย์ในสปริง ซึ่งเรียกว่า พลังงานศักย์ยืดหยุ่น E_p ของสปริง และอาจเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$E_p = \frac{1}{2} ks^2 \quad \text{.....(9.16)}$$

หน่วยของพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเป็นจูลเช่นเดียวกับหน่วยของงาน

ตัวอย่าง 9.4 นักเรียนคนหนึ่งออกแรงดึงสปริง ขณะที่สปริงยืดจากตำแหน่งสมดุล 0.1 เมตร แรงที่ใช้ดึงเป็น 10 นิวตัน ถ้าเขาเพิ่มขนาดของแรงดึงจนเป็น 40 นิวตัน ขณะนั้นสปริงมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่าใด



วิธีทำ จากสมการ $F = ks$

เมื่อ $F = 10$ นิวตัน $s = 0.1$ เมตร

จะได้ $k = \frac{F}{s}$

$$= \frac{10\ \text{N}}{0.1\ \text{m}}$$

$$= 100\ \text{N/m}$$

เมื่อเขาเพิ่มแรงดึงจนเป็น 40 นิวตัน จะหาระยะยืดออกได้เป็น

$$s = \frac{F}{k}$$

$$= \frac{40\ \text{N}}{100\frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

$$= 0.4\ \text{m}$$

จากสมการ $E_p = \frac{1}{2}\ ks^2$

นั่นคือ $E_p = \frac{1}{2} \times (100\ \frac{\text{N}}{\text{m}}) \times (0.4\ \text{m})^2$

$$= 8\ \text{J}$$

ตอบ ดังนั้น ขณะที่สปริงถูกดึงด้วยแรง 40 นิวตัน จะมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 8 จูล

9.7 กฎการอนุรักษ์พลังงาน

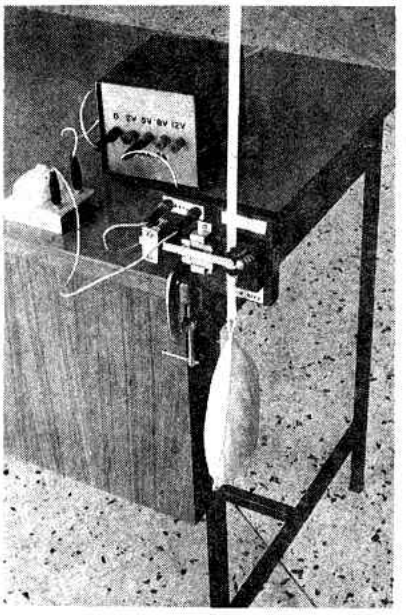
จากการศึกษาเรื่องงานและพลังงานเราทราบว่าวัตถุที่มีพลังงานศักย์หรือพลังงานจลน์สามารถทำงานได้ **ผลรวมของพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของวัตถุเรียกว่าพลังงานกลรวมของวัตถุ** การเคลื่อนที่ของวัตถุจะทำให้พลังงานกลเปลี่ยนแปลง การเปลี่ยนแปลงจะเป็นอย่างไร จะได้ศึกษาจากตัวอย่างการตกแบบเสรีของวัตถุ

ถ้าเราปล่อยวัตถุจากที่สูงระดับหนึ่งให้ตกแบบเสรี ณ ตำแหน่งต่าง ๆของการเคลื่อนที่ วัตถุจะมีความเร็วต่างกัน ซึ่งทำให้ทั้งพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์ของวัตถุมีการเปลี่ยนแปลงผลบวกของพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์ของวัตถุที่ตำแหน่งต่าง ๆ เรียกว่า พลังงานกลรวมของวัตถุ ซึ่งจะมีค่าเป็นเท่าใดและค่านี้จะคงตัวหรือไม่ จะได้ศึกษาจากการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง 9.3 ผลรวมของพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์ของวัตถุ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ เมื่อวัตถุตกแบบเสรี

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของพลังงานศักย์โน้มถ่วงกับพลังงานจลน์ของวัตถุ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ

วิธีทดลอง ตั้งเครื่องเคาะสัญญาณเวลาไว้ที่ขอบโต๊ะ ซึ่งอยู่สูงจากพื้นห้องประมาณ 1 เมตร ติดปลายหนึ่งของแถบกระดาษไว้กับถุงทราย นำอีกปลายหนึ่งสอดผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลาประคองถุงทรายไว้ให้ติดกับเครื่องเคาะสัญญาณเวลา แล้วดึงปลายบนของแถบกระดาษให้เหยียดตรงในแนวดิ่ง ดังรูป 9.20 เปิดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลา

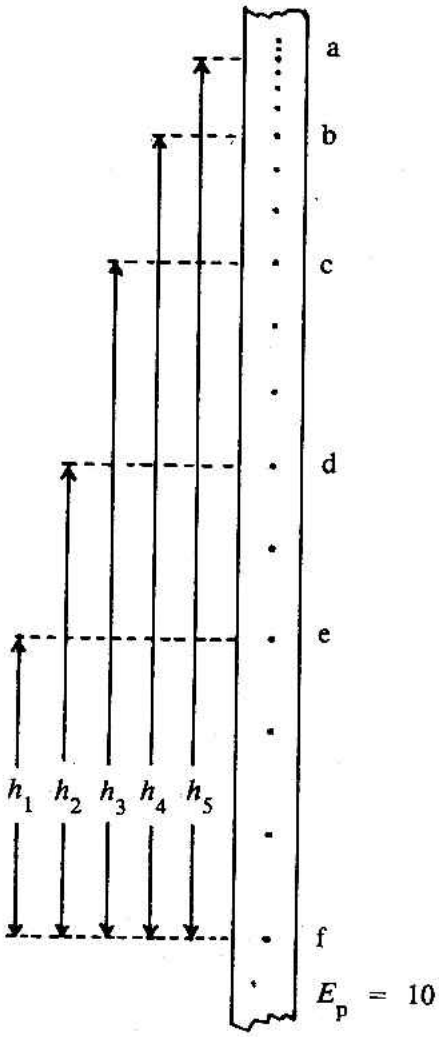


รูป 9.20 การจัดอุปกรณ์สำหรับการทดลอง 9.3

ทำงาน แล้วปล่อยให้ถุงทรายตกถึงพื้น นำแถบกระดาษที่ได้มาพิจารณา กำหนดจุด a ให้อยู่ถัดจากจุดแรก 1 – 2 จุด และจุด f ให้อยู่ห่างจากจุด a ประมาณ 70 เซนติเมตร โดยถือว่าจุด f เป็นจุดที่ระดับพลังงานศักย์เป็นศูนย์ในขณะที่จุด a อยู่ที่ระดับพลังงานศักย์สูงสุด ให้กำหนดจุดอีก 4 จุดอยู่ระหว่าง a, f ดังรูป 9.21

วัดความสูง ณ จุดที่กำหนด โดยเทียบกับจุด f เป็น h_1 h_2 h_3 h_4... ตามลำดับ หาอัตราเร็วของถุงทราย ณ จุดเหล่านั้น นำไปคำนวณหาพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์ของถุงทราย ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ดังกล่าว

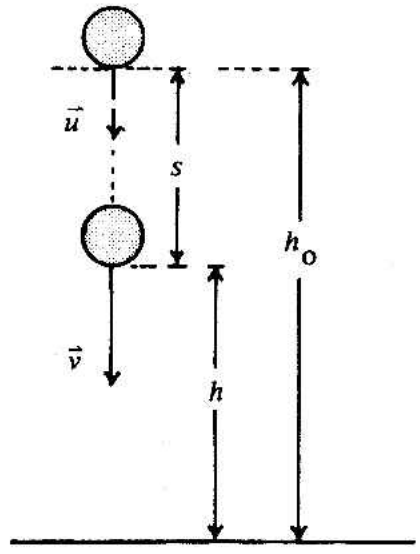
- ☐ *จากข้อมูลที่ได้ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ พลังงานศักย์โน้มถ่วง และพลังงานจลน์ของถุงทรายจะเปลี่ยนไปอย่างไร*
- ☐ *เมื่อเปรียบเทียบระหว่างสองตำแหน่งใด ๆ พลังงานศักย์โน้มถ่วงของถุงทรายที่เปลี่ยนไปกับพลังงานจลน์ของถุงทรายที่เปลี่ยนไปจะเท่ากันหรือไม่*
- ☐ *ผลบวกของพลังงานศักย์โน้มถ่วง และพลังงานจลน์ของถุงทราย ณ ตำแหน่งใด ๆ เท่ากันหรือไม่*



รูป 9.21 การกำหนดจุดบนแถบกระดาษ

นอกจากการทดลอง 9.3 เราอาจนำกฎเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ที่ได้เรียนมาแล้วมาศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์โน้มถ่วงกับพลังงานจลน์ และพลังงานกลรวมของวัตถุ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ได้ ดังนี้

ถ้าปล่อยวัตถุมวล m ให้ตกลงแบบเสรี เมื่ออยู่สูง h_0 จากพื้นดิน วัตถุมีอัตราเร็ว u เมื่อตกลงมาได้ระยะ s หรือเมื่อมาอยู่ที่ระดับสูง h จากพื้นดินวัตถุจะมีอัตราเร็ว v



รูป 9.22 การปล่อยวัตถุมวล m ให้ตกแบบเสรี

จากสมการ $v^2 = u^2 + 2gs$

$$v^2 - u^2 = 2gs$$

$$= 2g(h_0 - h)$$

เมื่อคูณด้วย $\frac{1}{2}m$ ทั้งสองข้างจะได้

$$\frac{1}{2}m(v^2 - u^2) = mg(h_0 - h)$$

หรือ $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = mgh_0 - mgh$

$$= -(mgh - mgh_0)$$

$$= -\Delta E_p$$

หรือ $\Delta E_k = -\Delta E_p$ .....(9.17)

สมการ (9.17) แสดงว่าพลังงานจลน์ของวัตถุที่เพิ่มขึ้นเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่ลดลง

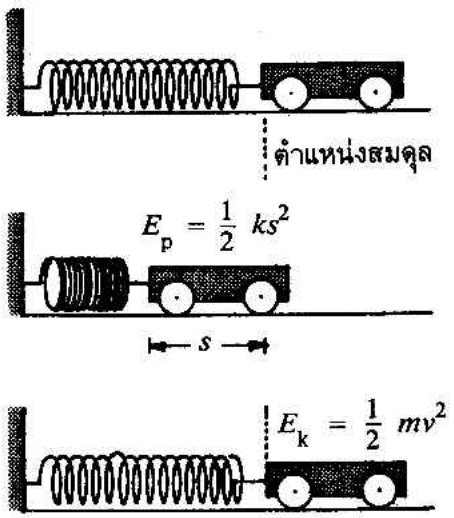
สมการ (9.17) อาจเขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mu^2 + mgh_0 \quad ...(9.18)$$

สมการ (9.18) แสดงว่า พลังงานกลรวมของวัตถุ ณ ตำแหน่งแรกและตำแหน่งที่สองมีค่าเท่ากัน

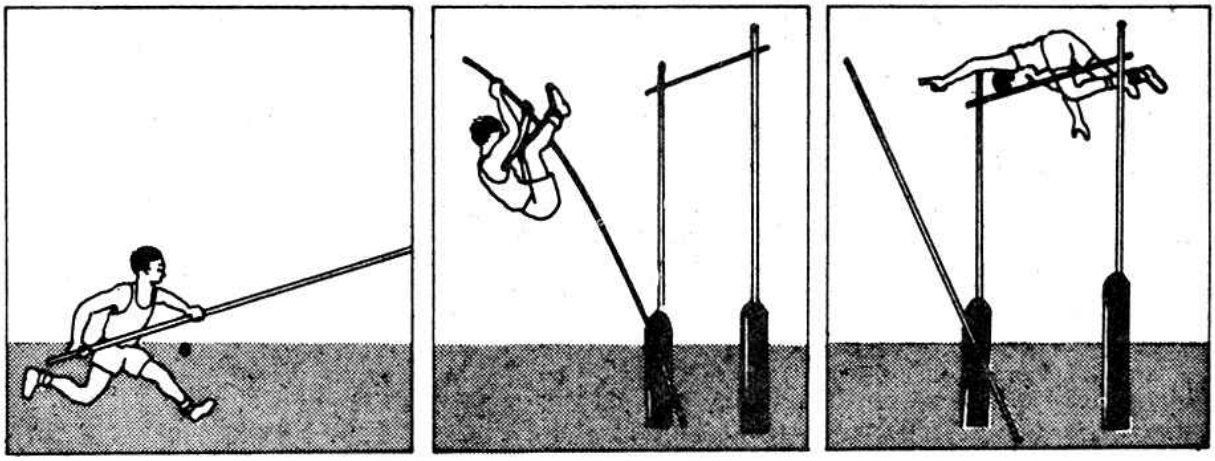
สรุปได้ว่า **การเคลื่อนที่แบบเสรีของวัตถุภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกโดยไม่มีแรงอื่นมากระทำ พลังงานกลรวมของวัตถุ ณ ตำแหน่งใด ๆ ย่อมมีค่าคงเดิมเสมอ** เมื่อวัตถุตก พลังงานศักย์โน้มถ่วงจะลดลง ค่าที่ลดลงจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ที่เพิ่มขึ้นทุก ๆ ตำแหน่งของการเคลื่อนที่ในทางตรงกันข้าม ถ้าเราขว้างวัตถุขึ้นไปจากพื้นดินทุก ๆ ช่วงที่วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นจะมีพลังงานศักย์โน้มถ่วงเพิ่มขึ้น ค่าที่เพิ่มขึ้นทุกขณะจะเปลี่ยนมาจากพลังงานจลน์ที่ลดลง

ในเรื่องของสปริงเราสามารถอธิบายได้เช่นเดียวกัน พิจารณารูป 9.23 ถ้าสปริงถูกกดให้หด พลังงานกลรวมของสปริงขณะนั้นมีค่าเท่ากับพลังงานศักย์ยืดหยุ่น เพราะพลังงานจลน์เป็นศูนย์ เมื่อปล่อยมือสปริงจะดีดกลับ โดยพลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะลดลง เปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ และเมื่อสปริงเคลื่อนที่กลับมาอยู่ ณ ตำแหน่งสมดุล พลังงานจลน์จะมีค่ามากที่สุด ส่วนพลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะเป็นศูนย์ ซึ่งจะสรุปได้ว่า ทุกขณะที่เคลื่อนที่ พลังงานกลรวมของสปริงจะมีค่าคงตัวเสมอ



รูป 9.23 แสดงการเปลี่ยนรูปของพลังงาน

ในการกระโดดค้ำถ่อดังรูป 9.24 การเคลื่อนที่ของนักกีฬาจากตำแหน่งหนึ่งไปอีกตำแหน่งหนึ่งจะมีการเปลี่ยนรูปของพลังงาน รูป 9.24 ก. นักกีฬามีพลังงานจลน์อย่างเดียว รูป 9.24 ข. นักกีฬามีพลังงานจลน์ลดลงกว่าเดิม เพราะเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วง และพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของถ่อ รูป 9.24 ค. นักกีฬาจะมีพลังงานศักย์โน้มถ่วงมากที่สุด



ก. ข. ค.

รูป 9.24 การกระโดดค้ำถ่อ

จากที่กล่าวมาแล้ว เราอาจสรุปได้ว่าในการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกหรือภายใต้แรงยืดหยุ่น พลังงานกลรวมของวัตถุจะมีค่าคงตัวเสมอ ความจริงนี้สอดคล้องกับกฎการอนุรักษ์พลังงานที่กล่าวว่า **พลังงานรวมของวัตถุจะไม่สูญหายไปไหน แต่อาจเปลี่ยนจากรูปหนึ่งไปเป็นอีกรูปหนึ่ง**

อย่างไรก็ตาม พลังงานที่เราศึกษาในบทนี้มีเพียง 2 รูปเท่านั้น คือ พลังงานจลน์และพลังงานศักย์ และได้ศึกษาถึงการเปลี่ยนรูประหว่างพลังงานทั้งสองเท่านั้น แต่ในธรรมชาติยังมีพลังงานอีกหลายรูป เช่น พลังงานเคมี พลังงานไฟฟ้า พลังงานความร้อน ฯลฯ พลังงานรูปต่าง ๆ เหล่านี้ สามารถเปลี่ยนจากรูปหนึ่งไปเป็นอีกรูปหนึ่งได้เช่นกัน

พลังงานเคมีเป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับพลังงานที่ยึดเหนี่ยวระหว่างอะตอม พลังงานนี้เรียกว่า พลังงานพันธะ เช่น พลังงานที่มีอยู่ในอาหาร ดินปืน น้ำมันเชื้อเพลิง พลังงานที่สะสมอยู่ในเซลล์ไฟฟ้า หรือแบตเตอรี่ เป็นต้น เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพันธะเคมี จะมีการปลดปล่อยพลังงานปริมาณหนึ่งออกมาในรูปพลังงานความร้อน หรือพลังงานไฟฟ้าซึ่งสามารถนำมาใช้ให้เป็นประโยชน์ได้

น้ำที่ขังอยู่หน้าเขื่อนกักเก็บน้ำ จะมีพลังงานศักย์โน้มถ่วง ซึ่งเมื่อปล่อยน้ำให้ไหลเข้าสู่กังหันของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานไฟฟ้าได้ พลังงานไฟฟ้านี้อาจเปลี่ยนไปเป็นพลังงานแสง พลังงานกล หรือพลังงานความร้อนได้ เช่น แสงจากหลอดไฟ การหมุนของพัดลม หรือความร้อนของเตาอบไฟฟ้า เป็นต้น

จากที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าวัตถุที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วง หรือแรงยืดหยุ่นโดยไม่มีแรงภายนอกมาเกี่ยวข้อง พลังงานกลของวัตถุจะคงตัว แต่ถึงแม้จะมีการเปลี่ยนรูปของพลังงาน พลังงานรวมของระบบก็ยังมีค่าคงเดิมเสมอ ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานนี้

9.8 การใช้พลังงาน

นักเรียนได้ทราบแล้วว่าพลังงานมีหลายรูป แต่ละรูปสามารถเปลี่ยนไปเป็นอีกรูปหนึ่งได้และการเปลี่ยนรูปพลังงานนั้นจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานเสมอ การที่เรานำพลังงานรูปหนึ่งมาใช้ก็คือ การเปลี่ยนรูปพลังงานไปเป็นอีกรูปหนึ่งนั่นเอง จากที่กล่าวมานี้บางคนอาจคิดว่าทำไมในปัจจุบันเราจึงมีปัญหาเกี่ยวกับการขาดแคลนพลังงานเพราะถ้าพิจารณาตามกฎอนุรักษ์พลังงานแล้วปัญหาดังกล่าวนี้ไม่ควรจะเกิดขึ้น กล่าวคือเมื่อพลังงานจากแหล่งใดถูกนำมาใช้จนเหลือน้อยลง เราก็จะเปลี่ยนรูปพลังงานจากแหล่งอื่นมาใช้แทนได้ด้วยปริมาณเท่าที่เราต้องการแต่ในทางปฏิบัติแล้วเทคโนโลยีการเปลี่ยนรูปพลังงานที่ใช้กันในปัจจุบันอยู่ในขอบเขตอันจำกัด คือเปลี่ยนได้เฉพาะพลังงานบางรูปเท่านั้น และประสิทธิภาพในการเปลี่ยนรูปพลังงานยังต่ำอยู่ เป็นต้นว่า การเปลี่ยนพลังงานเคมีในน้ำมันเชื้อเพลิงไปเป็นพลังงานกลของรถยนต์ พลังงานเคมีของน้ำมันจะไม่ได้เปลี่ยนเป็นพลังงานกลทั้งหมด แต่จะมีบางส่วนเปลี่ยนไปเป็นพลังงานความร้อนซึ่งไม่ได้ถูกนำมาใช้ประโยชน์

เนื่องจากปริมาณการใช้พลังงานในโลกเพิ่มขึ้นทุกปี โดยเฉพาะการใช้น้ำมันเชื้อเพลิงแต่น้ำมันที่มีอยู่ในโลกมีปริมาณจำกัด จึงมีผลทำให้ราคาน้ำมันเพิ่มสูงขึ้นเรื่อย ๆ สำหรับประเทศไทยเรานั้นกล่าวได้ว่า น้ำมันเกือบทั้งหมดที่ใช้กันเราสั่งซื้อจากต่างประเทศ ประกอบกับกิจการสำคัญต่าง ๆ เช่นการขนส่ง การผลิตกระแสไฟฟ้า การเกษตร การประมง ฯลฯ ล้วนแต่อาศัยพลังงานจากน้ำมันทั้งสิ้น ราคาน้ำมันที่เพิ่มสูงขึ้นในแต่ละครั้งจึงมีผลทำให้ราคาของสินค้าและค่าบริการต่าง ๆ เพิ่มสูงขึ้นตามไปด้วย จะเห็นได้ว่าน้ำมันทวีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของเรามากขึ้น การที่เรายอมให้น้ำมันมามีอิทธิพลต่อความเป็นอยู่ในชีวิตประจำวันของเราเช่นนี้จะทำให้เกิดความเดือดร้อนวุ่นวายเมื่อขาดแคลนน้ำมัน ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ทุกคนต้องร่วมมือกันประหยัดน้ำมันที่มีอยู่โดยใช้เท่าที่จำเป็นและใช้ให้ได้ประโยชน์อย่างคุ้มค่า นอกจากนั้นยังต้องร่วมมือกันเสาะแสวงหาแหล่งพลังงานอื่น ๆ ที่มีอยู่ภายในประเทศเพื่อมาทดแทนน้ำมัน แหล่งพลังงานทดแทนที่เราได้นำมาใช้เป็นบางส่วนได้แก่ แก๊สธรรมชาติ ถ่านลิกไนต์ พลังน้ำ ของเหลือใช้ทางการเกษตร ของเหลือใช้ทางอินทรีย์ ฯลฯ สำหรับพลังงานจากแสงอาทิตย์ พลังงานจากลม พลังงานจากคลื่นน้ำขึ้นน้ำลง ตลอดจนพลังงานจากความร้อนใต้ดินยังอยู่ในขั้นศึกษาทดลองเพื่อหาวิธีการที่จะนำมาใช้ให้ได้ประโยชน์สูงที่สุดซึ่งเรื่องนี้เป็นความหวังของเราทุกคน

จากที่กล่าวมา ทำให้เราทุกคนเห็นความสำคัญของพลังงาน และเข้าใจปัญหาความเดือดร้อนที่จะเกิดขึ้นเมื่อพลังงานขาดแคลน ดังนั้นเราจึงต้องร่วมมือกันประหยัดพลังงานกันอย่างจริงจัง ทั้งในทางตรงและทางอ้อม มิฉะนั้นในอนาคตเราอาจต้องใช้ชีวิตอยู่ในภาวะที่ลำบากกว่าปัจจุบันนี้ก็ได้ และควรระลึกอยู่เสมอว่า **"ประหยัดพลังงานวันนี้ดีกว่าไม่มีใช้ในวันข้างหน้า"**

9.9 เครื่องกล

จากบทที่ 8 ได้นำหลักการของสมดุลของแรงและโมเมนต์มาอธิบายเกี่ยวกับโครงสร้างบางชนิดและเครื่องกลบางประเภท ในหัวข้อนี้จะได้ศึกษาเครื่องกลที่เกี่ยวข้องกับงาน พลังงานและกำลัง ซึ่งจะทำให้เข้าใจการทำงานของเครื่องกลดีขึ้น

9.9.1 ประสิทธิภาพของเครื่องกลและเครื่องใช้ไฟฟ้า

ในการเปรียบเทียบความสามารถในการทำงานของมนุษย์หรือเครื่องจักรกลใด ๆ เรามักบอกในรูปปริมาณงานสูงสุดที่ทำได้ (พลังงานทั้งหมดที่มีอยู่) หรือในรูปกำลัง (งานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา) อย่างไรก็ดี เครื่องกลหรือเครื่องใช้ไฟฟ้าที่เรานำมาใช้ประโยชน์นั้น จะทำหน้าที่ถ่ายโอนพลังงานจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง โดยกรณีเครื่องกลจะมีการถ่ายโอนพลังงาน ในรูปของพลังงานกล คือ ไม่มีการแปลงเป็นพลังงานรูปอื่น แต่กรณีเครื่องใช้ไฟฟ้าจะมีการแปลงรูปพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานรูปอื่น เช่น พลังงานกล พลังงานความร้อน พลังงานแสง เป็นต้น เราอาจบอกความสามารถในการถ่ายโอนหรือแปลงรูปพลังงานของอุปกรณ์ดังกล่าวในรูปประสิทธิภาพของอุปกรณ์นั้น ๆ ได้ โดยกำหนดให้

ประสิทธิภาพของเครื่องกล หรือ อุปกรณ์ =

$$\frac{\text{กำลังที่ได้รับจากเครื่องกล หรือ อุปกรณ์}}{\text{กำลังที่ให้กับเครื่องกล หรือ อุปกรณ์}}$$

ในทางอุดมคติมักถือว่า ระหว่างการถ่ายโอนหรือแปลงรูปพลังงาน จะไม่มีการสูญเสียพลังงานไปภายนอกระบบ ดังนั้น กำลังที่ให้จะเท่ากับกำลังที่ได้รับ นั่นคือ

ประสิทธิภาพจะเท่ากับ 1หรือ เมื่อคิดเป็นร้อยละจะได้เท่ากับ 100 นั่นเอง

แต่ในทางปฏิบัติแล้วจะมีการสูญเสียพลังงานไปภายนอกระบบโดยไม่คืนกลับเสมอ ประสิทธิภาพจึงมีค่าน้อยกว่า 1 หรือน้อยกว่า 100 เปอร์เซ็นต์ การวัดหาประสิทธิภาพของเครื่องกลหรือเครื่องใช้ สามารถทำได้โดยการหางานที่ให้และงานที่ได้รับจากเครื่องกลในช่วงเวลาเดียวกัน แล้วหาประสิทธิภาพจาก

$$\text{ประสิทธิภาพ} = \frac{\text{งานที่ได้รับ}}{\text{งานที่ให้ในช่วงเวลาเดียวกัน}} \times 100 \quad .....(9.19)$$

โดยทั่วไปแล้วผู้ผลิตเครื่องมือจำหน่ายจะไม่ระบุประสิทธิภาพของเครื่องมือเครื่องใช้นั้นไว้ที่เครื่องมือ เพราะจะทำให้เกิดการเปรียบเทียบกันอย่างชัดเจนระหว่างสินค้าชนิดเดียวกันจากแต่ละผู้ผลิต ซึ่งนำไปสู่ผลเสียในการขายสินค้า ผู้บริโภคสินค้านั้นจะต้องนำสินค้ามาทดสอบเพื่อหาประสิทธิภาพเอง ตัวอย่างเช่น กาต้มน้ำไฟฟ้าหลาย ๆ เครื่อง ซึ่งต่างก็ระบุว่าใช้กำลัง 1,000 W เท่ากัน เมื่อเรานำมาต้มน้ำที่มีปริมาตรเท่ากันจนน้ำเดือด อาจพบว่าใช้ช่วงเวลาต่างกัน ซึ่งแสดงว่าประสิทธิภาพของกาต้มน้ำเหล่านั้นต่างกัน

9.9.2 หลักการของงาน

ในการอธิบายการทำงานของเครื่องกลต่าง ๆ จำเป็นต้องอาศัยหลักการของงาน ซึ่งกล่าวไว้ว่า

งานที่ทำโดยแรงพยายาม = งานที่ทำบนภาระ + งานที่สูญเสียไปกับความเสียดทาน

สำหรับระบบเครื่องกล ถ้างานของแรงเสียดทานมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับงานที่ทำบนภาระจนถือได้ว่า

งานที่ทำโดยแรงพยายาม = งานที่ทำบนภาระ

หรือ

งานที่ให้ = งานที่ได้รับ

ในการนำหลักการของงานไปอธิบายเครื่องกลอย่างง่ายซึ่งได้แก่ รอก, คาน, ล้อกับเพลา, พื้นเอียง และสกรู นั้นพิจารณาดังต่อไปนี้

รอกเป็นเครื่องกลที่นิยมใช้กันมากในโรงงาน และในงานสนาม เช่น การซ่อมเครื่องยนต์ การซ่อมหรือวางท่อประปา ท่อระบายน้ำ จะเห็นว่ามีการใช้รอกช่วยในการยกวัสดุที่มีมวลมาก ๆ รอกนี้มักจะติดตั้งอยู่กับปั้นจั่น หรือคานของโรงงาน

ออกแรงที่รอก $\vec{F}$ ในระยะทาง s ทำให้วัตถุมวล m เคลื่อนที่ได้ระยะทาง h (ระยะทาง = ขนาดของการกระจัด)

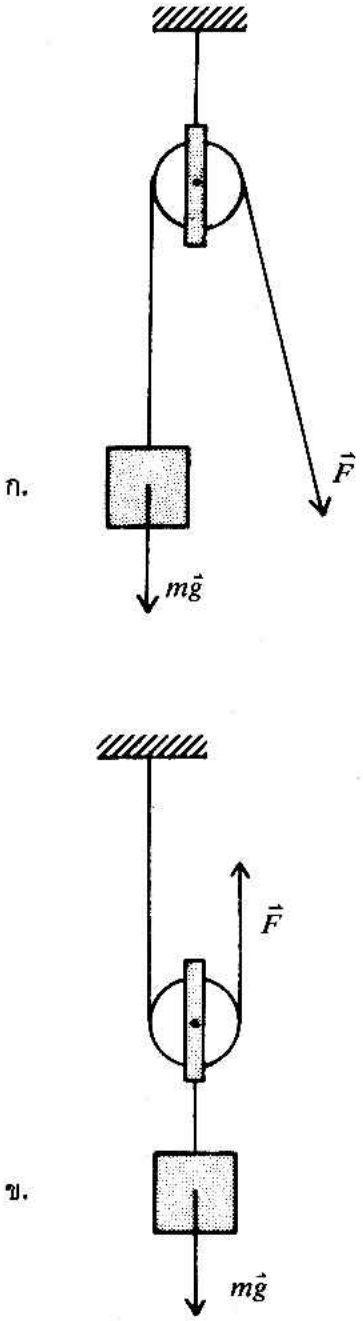
ดังนั้นถ้าพิจารณาการทำงานของรอกเดี่ยวในรูป 9.25 งานที่ให้แก่รอกคือ Fs ส่วนงานที่ได้จากรอกคือ mgh

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้ว่า

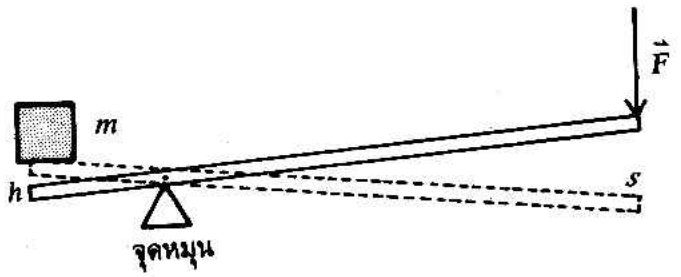
$$Fs = mg\,h$$

สำหรับการหาค่าของ F นั้นใช้หลักการของสมดุลในบทที่ 8 คำนวณหาค่าที่ต้องการได้ การใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานจะช่วยในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและความเป็นไปได้ของค่าต่าง ๆ เพราะงานที่ได้จากเครื่องกลจะไม่มากกว่างานที่ให้กับเครื่องกล

เครื่องกลประเภทคานมีใช้กันมากมาย ทั้งคานขนาดใหญ่ เช่น ชะแลง และคานขนาดเล็ก เช่น ค้อนงัดตะปู คีม กรรไกร ตะเกียบ พิจารณาการทำงานของคานโดยใช้หลักของงาน จะคล้ายกับการทำงานของรอก กล่าวคือ โดยใช้แรงกระทำในทิศลง (แรงกดปลายคาน) เพื่อยกวัตถุขึ้น ดังแสดงในรูป 9.26 ก. ซึ่งเป็นการออกแรง $\vec{F}$ มีการกระจัด $\vec{s}$ ทำให้วัตถุมวล m เคลื่อนที่มีการกระจัด h

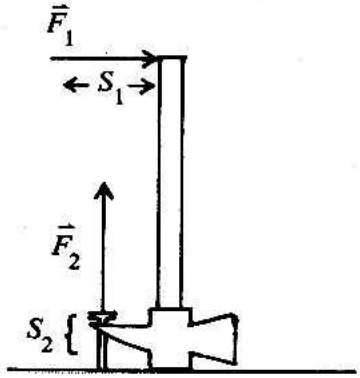


รูป 9.25 รอกเดี่ยว



รูป 9.26 ก. ตัวอย่างเครื่องกลประเภทคาน

อย่างไรก็ตามในบางกรณี เช่น ค้อนงัดตะปู คีม กรรไกร ตะเกียบ แรงที่เครื่องกลเหล่านี้กระทำอาจไม่อยู่ในทิศขึ้นก็ได้ ในกรณีเช่นนี้ ถ้าทราบแรงกระทำกับเครื่องกล แรงที่เครื่องกลทำบนภาระ และการกระจัด เช่น ถ้าทราบว่าออกแรง $\vec{F}_1$ กระทำกับด้ามค้อน มีการกระจัด $\vec{S}_1$ ทำให้ค้อน ส่งแรง $\vec{F}_2$ กระทำกับตะปูให้เคลื่อนออก มีการกระจัด $\vec{S}_2$ ดังรูป 9.26 ข. จะใช้หลักการของงานหาดังนี้



รูป 9.26 ข. ค้อนงัดตะปู

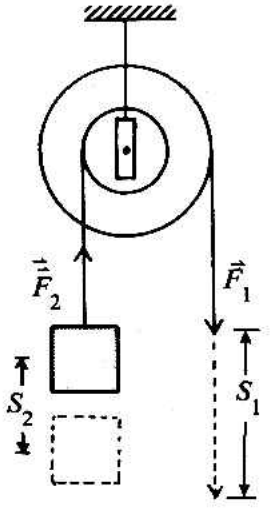
ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้ว่า

งานที่ให้กับค้อน = งานที่ได้รับจากค้อน

$$F_1S_1 = F_2S_2$$

เครื่องกลประเภทล้อและเพลานี้เป็นส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่องจักรกลชนิดต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น รถยนต์ เครื่องกลึง สว่านไฟฟ้า เลื่อยไฟฟ้า เครื่องกำเนิดไฟฟ้า พัดลม เครื่องผสมอาหาร ฯลฯ เพราะการทำงานของเครื่องจักรนั้นจะใช้การหมุนเป็นส่วนใหญ่ เพราะต้นกำลังที่ใช้คือเครื่องยนต์ กังหันน้ำ กังหันไอน้ำ กังหันแก๊ส และมอเตอร์ไฟฟ้า ซึ่งทำงานด้วยการหมุนทั้งสิ้นการนำกำลังจากต้นกำลังมาใช้งาน ก็ต้องใช้ระบบล้อและเพลา ระบบเกียร์

ระบบสายพาน มาช่วยในการทำงาน ดังแสดงในรูป 9.27 ถ้าออกแรงให้กับเครื่องกล $\vec{F}_1$ มีการกระจัด $\vec{s}_1$ เครื่องกลทำให้แรง $\vec{F}_2$ มีการกระจัด $\vec{s}_2$



รูป 9.27 ตัวอย่างของเครื่องกลประเภทล้อและเพลา

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน จะได้ว่า

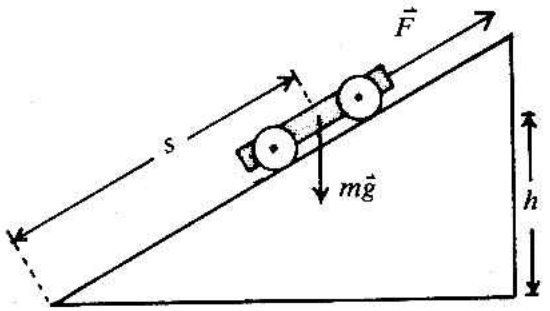
งานที่ให้กับล้อ = งานที่ได้จากเพลา

$$F_1 S_1 = F_2 S_2$$

สำหรับการใช้งานของเกียร์นิยมพิจารณาจากอัตราส่วนของจำนวนฟันเฟือง ส่วนการใช้งานของสายพานนั้นนิยมพิจารณาจากอัตราส่วนความเร็วรอบของล้อทั้งสอง ถ้านักเรียนสนใจรายละเอียดของเรื่องเหล่านี้ให้ศึกษาได้จากหนังสือช่าง หรืองานวิศวกรรม

เครื่องกลประเภทพื้นเอียงเป็นเครื่องกลที่มีอยู่ทั่วไปจนเราไม่เคยนึกว่าเป็นเครื่องกล เช่น ถนนที่ขึ้นและลงจากที่สูง บันได ทางขึ้นและลงจากเนิน ฯลฯ ถ้าไม่มีทางเหล่านี้การนำวัตถุ เช่น รถยนต์ ตัวคน สิ่งของ ขึ้นไปยังตำแหน่งที่สูงหรือต่ำจากเดิมต้องใช้แรงดึงอย่างมาก ถ้าไม่มีรอก

มาช่วย แรงที่ใช้ต้องเท่ากับน้ำหนักของวัตถุนั้น ๆ การที่มีถนนเอียง บันได ช่วยให้การเคลื่อนที่ไปยังที่สูงกว่า หรือที่ต่ำกว่าเป็นไปได้ด้วยความง่ายดาย ไม่ต้องใช้อุปกรณ์ หรือเครื่องกลอื่นใดมาช่วย



รูป 9.28 ตัวอย่างเครื่องกลประเภทพื้นเอียง

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้ว่า

งานที่ใช้ดึงรถ = งานที่ใช้ในการยกรถในแนวดิ่ง

$$F s = mg h$$

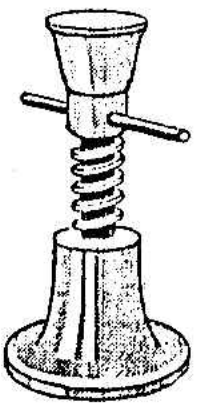
เครื่องกลประเภทสกรูมีหลักการทำงานคล้ายกับพื้นเอียง คือแทนที่จะให้วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นเอียง ก็ให้สกรูเป็นตัวเคลื่อนที่แทน ตัวอย่างที่พบเห็นกันทั่วไป คือ การใช้แม่แรงยกรถแบบสกรู(ยังมีแม่แรงแบบไฮดรอลิก ซึ่งการทำงานแตกต่างกับแบบสกรู และจะได้ศึกษาต่อไป)

ออกแรง $\vec{F}$ ที่ปลายคานซึ่งมีรัศมี R เพื่อยกวัตถุมวล m โดยมีระยะเกลียวเท่ากับ h

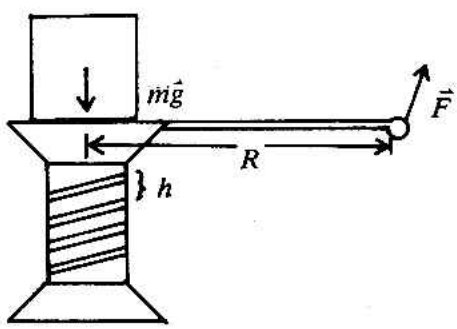
ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้ว่า

งานที่ใช้หมุนสกรูหนึ่งรอบ = งานที่ใช้ในการยกรถในแนวดิ่งได้ระยะ 1 เกลียว

$$F\, 2\pi R = mg h$$



ก.



ข.

รูป 9.29 ตัวอย่างของสกรู

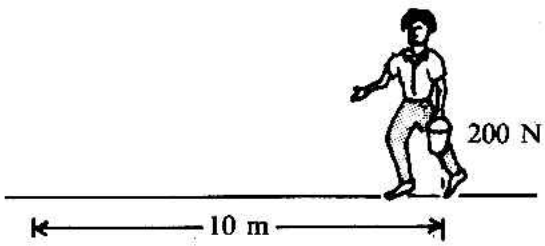
นอกจากการยกรถแล้ว สกรูยังใช้กันมากในโรงงานและอุปกรณ์ทั่วไป เช่น นอตยึดคานไม้เข้ากับเสา ปากกาจับชิ้นงานสำหรับงานตะไบ งานเจาะ สกรูยึดเครื่องยนต์ นอตยึดวัสดุต่าง ๆ เข้าด้วยกัน

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าเป็นการอธิบายการทำงานของเครื่องกลอย่างง่าย โดยถือว่า ไม่มีการสูญเสียพลังงาน ซึ่งจัดเป็นเครื่องกลในทางอุดมคติ คือมีประสิทธิภาพเท่ากับ 1 หรือ 100 เปอร์เซ็นต์ ในเชิงปฏิบัติเครื่องกลจะมีประสิทธิภาพน้อยกว่าที่กล่าวถึงข้างต้น กล่าวคืองานที่ได้รับจากเครื่องกลจะน้อยกว่างานที่ให้กับเครื่องกล เนื่องจากมีการสูญเสียพลังงาน เช่นการสูญเสียพลังงานในรูปงานของแรงเสียดทาน หรือพลังงานรูปอื่นที่ไม่ได้ใช้ประโยชน์

โดยสรุป ในการอธิบายการทำงานของเครื่องกล ประสิทธิภาพของเครื่องกลในทางปฏิบัติจะน้อยกว่าประสิทธิภาพของเครื่องกลในทางอุดมคติ

แบบฝึกหัดบทที่ 9
ความรู้พื้นฐาน

1. ชายคนหนึ่งหิ้วถังน้ำหนัก 200 นิวตัน เคลื่อนที่ไปบนพื้นราบได้ระยะทาง 10 เมตร ดังรูป 9.30 จงหางานในการหิ้วถังน้ำ

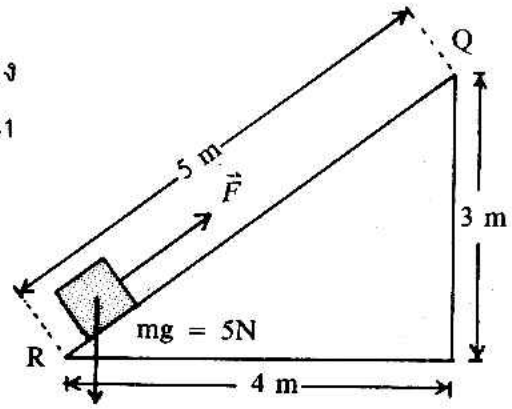


รูป 9.30 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 1

ก. 0 จูล
ข. 100 จูล
ค. 200 จูล
ง. 2,000 จูล

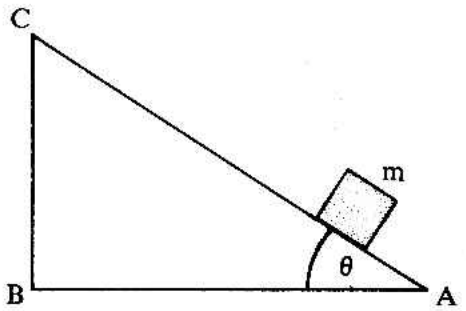
2. ชายคนหนึ่งถือของมวล 10 กิโลกรัม นั่งอยู่บนรถบรรทุก ถ้ารถบรรทุกแล่นไปบนถนนราบ ได้ระยะทาง 50 เมตร ชายคนนี้จะทำงานเท่าใด
3. การเข็นรถไปตามพื้นราบและการเข็นรถขึ้นไปตามพื้นเอียงด้วยอัตราเร็วที่สม่ำเสมอในระยะทางเท่ากัน กรณีใดต้องทำงานมากกว่า เพราะเหตุใด ถ้าถือว่าแรงเสียดทานที่กระทำต่อรถทั้งสองกรณี มีขนาดเท่ากัน
4. ชายคนหนึ่งดึงน้ำหนัก 5 นิวตัน เคลื่อนที่บนพื้นเอียงที่มีแรงเสียดทานน้อยมาก จาก R ถึง Q ดังรูป 9.31 จงหางานที่ทำ

ก. 0 จูล
ข. 15 จูล
ค. 20 จูล
ง. 25 จูล



รูป 9.31 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 4

5.



รูป 9.32 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 5

งานในการเคลื่อนมวล m จาก A ไป C ดังรูป 9.32 มีค่าเท่าใด (g ความเร่งเนื่องจาก ความโน้มถ่วงของโลก)

ก. $mg \times AC$

ข. $mg \times BC \times \sin\theta$

ค. $mg \times AC \times \sin\theta$

ง. $mg \times AB \times \sin\theta$

6. จงหางานของแรงในแนวระดับที่ใช้ในการลากกระสอบข้าวสารมวล 100 กิโลกรัม ไปบนพื้นราบฝืดเป็นระยะทาง 15.0 เมตร ด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นกับกระสอบข้าวสารเท่ากับ 0.05 (ให้ g = 10 m/s^2)

7. ชายคนหนึ่งออกแรง 124 นิวตัน ลากเลื่อนไปบนพื้นราบโดยแนวแรงทำมุม 35 องศากับพื้น จงหางานเนื่องจากแรงนี้ เมื่อเลื่อนเคลื่อนที่ไปตามพื้นราบเป็นระยะทาง 0.50 กิโลเมตร

8. ชายคนหนึ่งใช้เชือกลากกล่องไม้มวล 60.0 กิโลกรัม ไปบนพื้นราบฝืดด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอเป็นระยะทาง 1.0 กิโลเมตร โดยเชือกทำมุม 45 องศากับพื้น ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ระหว่างพื้นกับกล่องไม้เท่ากับ 0.02 จงหา

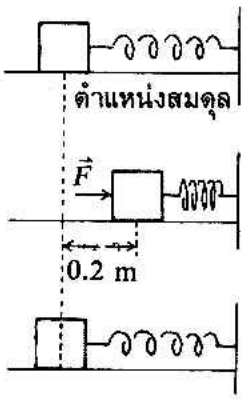
ก. งานที่ชายคนนี้ทำ

ข. งานเนื่องจากแรงเสียดทานระหว่างพื้นกับกล่องไม้ (ให้ g = 10 m/s^2)

9. จงหางานที่ต้องทำในการเข็นวัตถุมวล 25 กิโลกรัม ขึ้นไปตามพื้นเอียงลื่นสูง 2 เมตร (ให้ $g = 10\ m/s^2$)
10. นักกายกรรมหนัก 750 นิวตัน ไต่เชือกขึ้นสูง 5.0 เมตร ในเวลา 25 วินาที จงหา
    ก. งานที่เขาทำ
    ข. กำลังที่เขาใช้
11. นักกายกรรมหนัก 600 นิวตัน ไต่เชือกที่แขวนอยู่ในแนวดิ่งขึ้นไปสูง 10.0 เมตร จากพื้นดิน จงหา
    ก. งานที่นักกายกรรมทำ เมื่อถึงจุดสูงสุด
    ข. กำลังเฉลี่ยที่เขาใช้ ถ้าอัตราเร็วเฉลี่ยในการไต่เชือกของเขาเท่ากับ 0.50 เมตรต่อวินาที
    ค. พลังงานจลน์เฉลี่ยขณะที่เขากำลังเคลื่อนที่
    ง. พลังงานศักย์โน้มถ่วงเมื่อเขาอยู่ที่จุดสูง 10.0 เมตร จากพื้นดิน (ให้ $g = 10\ m/s^2$)
12. แดงและดำหิ้วตะกร้าที่มีขนาดเท่ากันและน้ำหนักเท่ากันขึ้นไปบนกำแพง ดังรูป 9.33 แดงปีนขึ้นบันไดที่ตั้งในแนวดิ่ง ดำปีนขึ้นตามพื้นเอียง ชายคนใดทำให้พลังงานในตะกร้าเพิ่มขึ้นมากกว่า เพราะอะไร
    ก. แดง เพราะแดงปีนขึ้นบันไดที่ชันกว่าดำ
    ข. แดง เพราะว่าเวลาที่แดงใช้น้อยกว่า
    ค. ดำ เพราะว่าดำปีนขึ้นตามพื้นเอียงที่ยาวกว่า
    ง. ชายทั้งสองทำให้พลังงานในตะกร้าเพิ่มขึ้นเท่ากัน เพราะตะกร้าถูกหิ้วขึ้นสู่ที่สูงเท่ากัน
13. อิเล็กตรอน 1 ตัว มีมวล 9.1×10^{-31} กิโลกรัม จงหาพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน 1 ตัว ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 2×10^6 เมตร/วินาที จะต้องใช้อิเล็กตรอนอัตราเร็วขนาดนี้กี่ตัว จึงจะมีพลังงานจลน์เป็น 1 จูล
14. ลูกปืนมวล 2.0 กรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 300 เมตรต่อวินาที ไปกระทบเป้าซึ่งเป็นไม้ ลูกปืนจมลงไปในเนื้อไม้ลึก 5.0 เซนติเมตร จงหาแรงเฉลี่ยของลูกปืนที่กระทำต่อไม้และงาน ที่ลูกปืนทำในการเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้

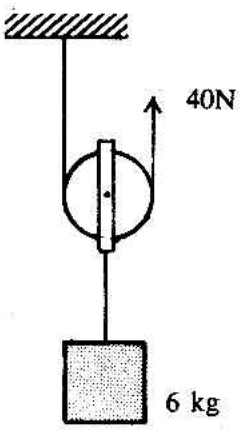
รูป 9.33 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 12

15. ลูกปืนมวล 0.002 กิโลกรัม เคลื่อนที่ออกจากลำกล้องปืนซึ่งยาว 0.80 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 400 เมตรต่อวินาที จงหา
    ก. พลังงานจลน์ของลูกปืน
    ข. แรงเฉลี่ยที่ดันให้ลูกปืนหลุดออกจากลำกล้อง
16. เครื่องชั่งสปริงแบ่งสเกลไว้ตั้งแต่ 0–20 นิวตัน บนสเกลที่ยาว 0.10 เมตร จงหา
    ก. พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง ขณะที่เครื่องชั่งสปริงอ่านค่าแรงได้ 6.0 นิวตัน
    ข. พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง ขณะที่เครื่องชั่งสปริงอ่านค่าแรงเต็มสเกล
17. วัตถุมวล 1.00 กิโลกรัม ติดอยู่กับปลายข้างหนึ่งของสปริงดังรูป 9.34 เมื่อสปริงถูกกดเข้า เป็นระยะ 0.20 เมตรจากตำแหน่งสมดุล แล้วถูกปล่อย จงหาอัตราเร็วของวัตถุขณะผ่านตำแหน่งสมดุลของสปริง เมื่อค่าคงตัวสปริงเท่ากับ 115 นิวตันต่อเมตร (พื้นลื่น)



รูป 9.34 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 17

18. ประสิทธิภาพของรอก ดังรูป 9.35 มีค่าเท่าใด
    ($g = 10\ m/s^2$)
    ก. 60%
    ข. 65%
    ค. 75%
    ง. 80%



รูป 9.35 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 18

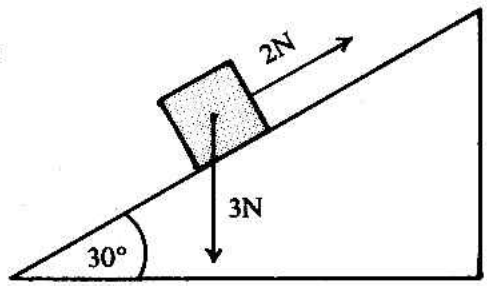
19. ประสิทธิภาพของพื้นเอียงในการใช้งาน ดังรูป 9.36 มีค่าเท่าใด ถ้าใช้เป็นเครื่องกลอันหนึ่ง ($g = 10\ m/s^2$)

ก. 75%

ข. 60%

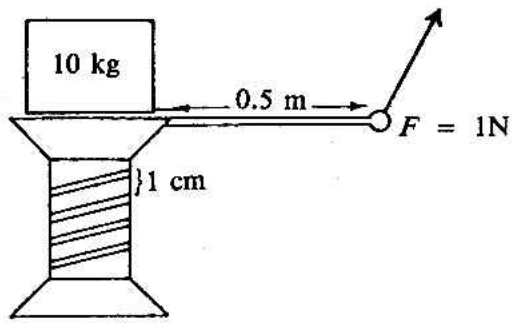
ค. 50%

ง. 30%



รูป 9.36 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 19

20. ประสิทธิภาพของเครื่องกล ดังรูป 9.37 มีค่าเท่าใด ($\pi = 3$, $g = 10\ m/s^2$)



รูป 9.37 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 20

ก. $\frac{1}{4} \times 100\%$

ข. $\frac{1}{3} \times 100\%$

ค. $\frac{1}{2} \times 100\%$

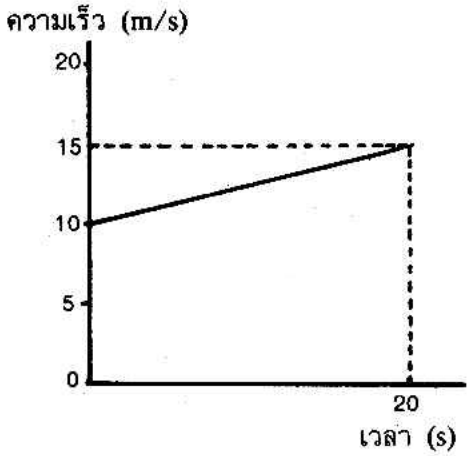
ง. $1 \times 100\%$

ความรู้ประยุกต์

1. แรงคงตัว 5.0 นิวตัน กระทำอย่างต่อเนื่องกับวัตถุมวล 2.0 กิโลกรัม ที่อยู่นิ่งบนพื้นราบลื่น ให้เคลื่อนที่ จงหา
   ก. งานที่แรงนี้ทำในเวลา 2.0 วินาทีแรก
   ข. งานที่แรงนี้ทำในระหว่างวินาทีที่ 9 และวินาทีที่ 10
2. เครื่องยนต์ของเรือลำหนึ่งมีกำลัง 3 กิโลวัตต์ สามารถทำให้เรือแล่นได้ด้วยอัตราเร็วคงตัว 9.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาแรงจากเครื่องยนต์ที่ทำให้เรือลำนี้แล่น

3. ชายคนหนึ่งยกกล่องที่มีขนาดเท่ากัน 6 ใบ มาซ้อนกัน กล่องแต่ละใบมีมวล 10.0 กิโลกรัม สูง 0.40 เมตร จงหา
   ก. พลังงานศักย์ของกล่องใบที่หนึ่ง
   ข. งานที่ชายคนนี้ทำในการนำกล่องใบที่สองซ้อนบนกล่องใบที่หนึ่ง แล้วนำกล่องใบที่สามซ้อนบนกล่องใบที่สอง แล้วทำเช่นนี้เรื่อยไปจนเสร็จงาน
   ค. พลังงานศักย์ของกล่องที่ตั้งซ้อนกันนี้โดยใช้สูตร mgh เมื่อใช้ m เป็นมวลของกล่องทั้งหมด และ h เป็นความสูงของศูนย์กลางมวลของกล่องที่ซ้อนกันนี้ (ให้ $g = 10\ m/s^2$) ผลที่ได้ในข้อ ข. และข้อ ค. แตกต่างกันหรือไม่ เพราะเหตุใด
4. รถบรรทุกลากรถพ่วงมวล 3,500 กิโลกรัม ให้แล่นไปบนถนนคดเคี้ยวด้วยอัตราเร็วคงตัว เพื่อขึ้นไปบนยอดเขา แรงต้านทานที่กระทำต่อรถพ่วงโดยเฉลี่ย 2,000 นิวตัน ถนนยาว 14 กิโลเมตร ยอดเขาสูง 1,500 เมตร และใช้เวลาทั้งหมด 30 นาที จงหากำลังที่ใช้ดึงรถพ่วง ($g = 10\ m/s^2$)
   ก. 15,555 วัตต์
   ข. 18,472 วัตต์
   ค. 29,167 วัตต์
   ง. 44,722 วัตต์
5. ก้อนหินมวล 50.0 กิโลกรัม ตกจากที่สูง 196 เมตร เหนือพื้นดิน จงหาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของก้อนหิน ($g = 10\ m/s^2$)
   ก. ขณะก้อนหินเริ่มตก
   ข. เมื่อเวลาผ่านไป 1.0 วินาที
   ค. เมื่อเวลาผ่านไป 5.0 วินาที
   ง. ขณะกระทบพื้นดิน

6. สปริงอันหนึ่ง มีค่าคงตัวสปริงเท่ากับ 150 นิวตันต่อเมตร จงหา
   ก. แรงที่ใช้ดึงสปริงขณะสปริงยืดออกจากเดิม 0.25 เมตร
   ข. งานที่ใช้ในการดึงสปริงในข้อ ก.
7. วัตถุมวล 3.0 กิโลกรัม ตกจากที่สูง 0.75 เมตร จากปลายบนของสปริงที่ตั้งอยู่ในแนวดิ่ง จงหาว่าเมื่อวัตถุตกลงกระทบปลายบนของสปริง ปลายสปริงจะถูกกดลงมาเป็นระยะทางเท่าใด ถ้าสปริงนี้มีค่าคงตัวสปริงเท่ากับ 2.0×10^3 นิวตันต่อเมตร
8. เครื่องสูบน้ำ สูบน้ำมวล 3,600 กิโลกรัม ขึ้นจากบ่อลึก 10 เมตร ในเวลา 1 ชั่วโมง แล้ว ฉีดน้ำออกไปด้วยอัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที จงหากำลังของเครื่องสูบน้ำ
   ก. 200 วัตต์
   ข. 300 วัตต์
   ค. 400 วัตต์
   ง. 500 วัตต์
9. ลิฟต์มวล 2,000 กิโลกรัม เคลื่อนที่ขึ้นจากสภาพนิ่งด้วยความเร่งคงตัว 4 เมตร/วินาที^{2} พลังงานจลน์ของลิฟต์หลังจากที่เคลื่อนที่จากเริ่มต้น 3 วินาที มีค่าเท่าใด
   ก. 1.44×10^2 จูล
   ข. 1.44×10^3 จูล
   ค. 1.44×10^4 จูล
   ง. 1.44×10^5 จูล
10. แรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุมวล 100 กิโลกรัม ทำให้มวลเคลื่อนที่มีความเร็ว ความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็วกับเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ แสดงได้จากกราฟ รูป 9.38



รูป 9.38 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 10

จงหางานของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเมื่อสิ้นเวลา 20 วินาที

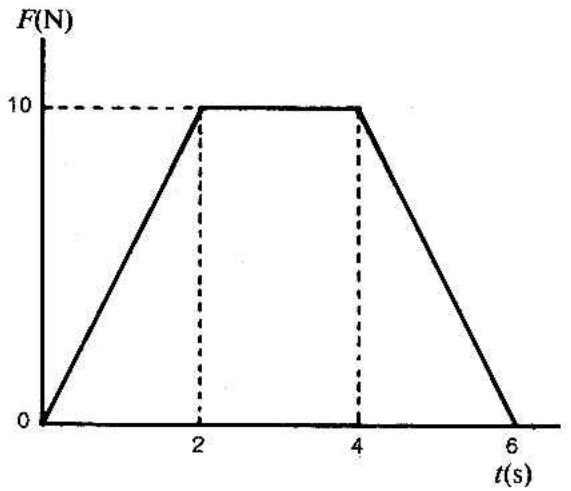
ก. 625 จูล

ข. 2,000 จูล

ค. 6,250 จูล

ง. 11,250 จูล

11.



รูป 9.39 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 11

วัตถุมวล 2 กิโลกรัมวางบนพื้นโต๊ะที่มีแรงเสียดทานน้อยมาก (ไม่คิดแรงเสียดทาน) มีแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุในแนวขนานกับพื้นโต๊ะ กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับเวลา แสดงดังรูป 9.39 พลังงานจลน์ของวัตถุเมื่อสิ้นวินาทีที่ 6 มีค่าเท่าใด

ก. 120 จูล

ข. 200 จูล

ค. 300 จูล

ง. 400 จูล

12. กรณีต่อไปนี้ มีการเปลี่ยนรูปพลังงานอย่างไร

ก. ลูกปืนเคลื่อนที่ไปกระทบกำแพงแล้วหยุด

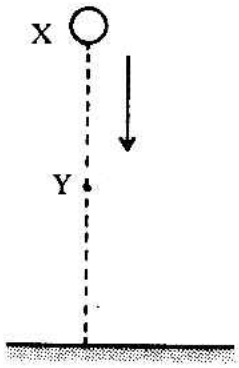
ข. มะพร้าวหล่นจากต้น แล้วหยุดนิ่งอยู่บนพื้นดิน

ค. ฟังเพลงจากวิทยุซึ่งใช้ถ่านไฟฉาย

ง. แสงแดดทำให้พืชเจริญเติบโต

13. เมื่อใช้ห้ามล้อให้รถที่กำลังแล่นหยุดนิ่ง พลังงานจลน์ของรถสูญเสียไปอย่างไร

14.



รูป 9.40 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 14

ลูกกลมอันหนึ่งตกลงกระทบพื้นตามแนวดิ่งผ่านจุด x และ y ซึ่ง y เป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง ตำแหน่ง x กับพื้น ถ้าให้ E_p เป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุ และ E_k เป็นพลังงานจลน์ของวัตถุที่ตำแหน่ง y ข้อใดถูกต้อง

ก. $E_k = 2E_p$

ข. $2E_k = E_p$

ค. $E_k = E_p$

ง. $E_k = 4E_p$

15. โยนวัตถุมวล 0.2 กิโลกรัม ขึ้นตามแนวดิ่ง เมื่อขึ้นไปได้สูง 3 เมตร วัตถุตกกลับมาที่เดิม ดังรูป 9.41 x, y และ z เป็นตำแหน่งต่าง ๆ ของวัตถุขณะอยู่สูงจากพื้น จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. พลังงานจลน์ของวัตถุที่ตำแหน่ง x, y และ z เท่ากัน
2. พลังงานกลรวมของวัตถุที่ตำแหน่ง x, y และ z เท่ากัน
3. โมเมนตัมของวัตถุที่ x, y และ z เท่ากัน

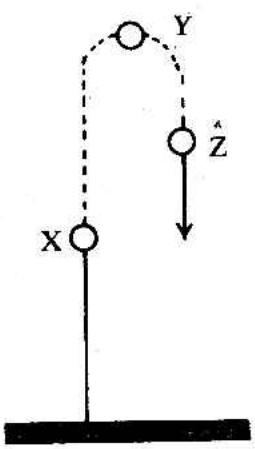
คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. ข้อ 1 เท่านั้น

ข. ข้อ 2 เท่านั้น

ค. ข้อ 2, 3

ง. ข้อ 1, 2 และ 3



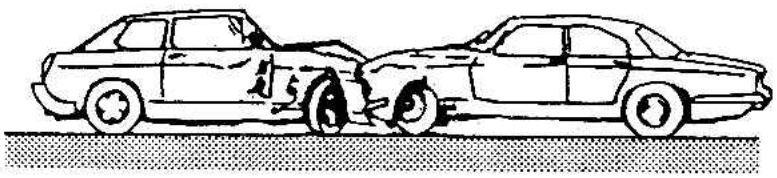
รูป 9.41 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 15

16. เราจะช่วยกันประหยัดพลังงานอย่างไร ให้นักเรียนบอกมา 3 วิธี

บทที่ 10

การชนและโมเมนตัม

จากการศึกษากฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน เราทราบว่าแรงทำให้วัตถุเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ ถ้าสังเกตการชนของวัตถุ 2 สิ่งในชีวิตประจำวัน จะเห็นว่า ก่อนการชนและภายหลังการชนทั้งวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าชนและวัตถุที่ถูกชนจะมีการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่เสมอ ซึ่งแสดงว่าในการชนของวัตถุจะต้องมีแรงเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย นอกจากที่กล่าวนี้ยังจะมีปริมาณใดอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับการชนของวัตถุ เราจะได้ศึกษาต่อไป

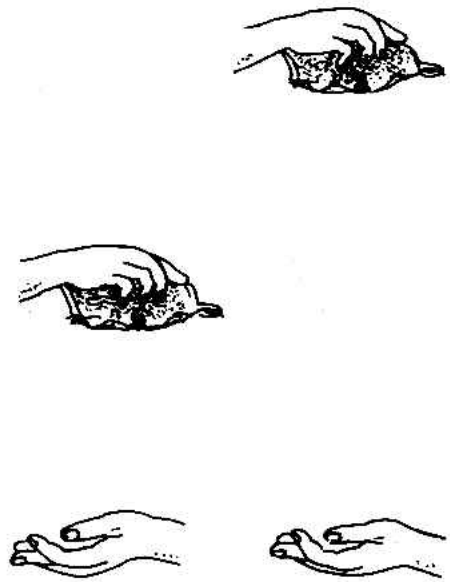


รูป 10.1 การชนของวัตถุ

10.1 โมเมนตัมคืออะไร

ในชีวิตประจำวัน หลายคนคงเคยเล่นห่วงยางหรือบาสเกตบอลมาแล้ว และคงจะบอกได้ว่า ในการรับห่วงยางหรือลูกบอลแต่ละครั้งผู้รับจะต้องออกแรงเสมอ ซึ่งแรงที่ใช้ในการรับห่วงยางหรือลูกบอลแต่ละครั้งอาจมีขนาดไม่เท่ากัน ในการออกแรงรับห่วงยางหรือลูกบอลในแต่ละครั้งขนาดของแรงที่รับไม่เท่ากันเป็นเพราะเหตุใด จะได้ศึกษาต่อไป

ให้ใช้มือขวาถือถุงทรายหนึ่งถุงอยู่เหนือมือซ้ายประมาณ 20 เซนติเมตร ปล่อยถุงทรายตกลงบนมือซ้าย โดยใช้มือซ้ายรับถุงทรายที่ตกลงมาให้หยุดนิ่งในมือโดยพยายามไม่ให้เคลื่อนที่ ทำการทดลองซ้ำโดยให้มือขวาอยู่เหนือมือซ้ายประมาณ 50 เซนติเมตร แล้วปล่อยถุงทรายถุงเดิม เปรียบเทียบแรงที่มือซ้ายรับถุงทรายเพื่อไม่ให้ถุงทรายเคลื่อนที่ในแต่ละครั้ง

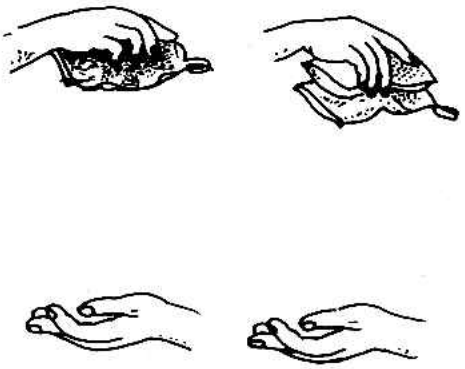


รูป 10.2 การปล่อยถุงทราย 1 ถุง จากตำแหน่งระดับความสูงต่างกัน

- ☐ *ในการออกแรงของมือซ้ายรับถุงทรายทั้งสองกรณีแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร*
- ☐ *ความเร็วของถุงทรายขณะที่ตกถึงมือซ้ายทั้งสองกรณีแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร*
- ☐ *ความเร็วของถุงทรายทั้งสองกรณีเกี่ยวข้องกับการออกแรงรับถุงทรายหรือไม่อย่างไร*

จากการออกแรงรับถุงทรายให้หยุดนิ่งดังกล่าว จะเห็นได้ว่าแรงที่ใช้รับถุงทรายที่มีความเร็วน้อย จะน้อยกว่าแรงที่ใช้รับถุงทรายที่มีความเร็วมากกว่า แสดงว่าความเร็วของวัตถุมีผลต่อการออกแรงเพื่อทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่หยุดนิ่ง

ทำการทดลองใหม่โดยให้มือขวาปล่อยถุงทราย 1 ถุง จากระดับที่อยู่เหนือมือซ้ายประมาณ 30 เซนติเมตร และใช้มือซ้ายรับถุงทรายให้หยุดนิ่งในมือโดยพยายามไม่ให้ถุงทรายเคลื่อนที่ แล้วทำการทดลองซ้ำอีกครั้งหนึ่ง แต่เปลี่ยนเป็นถุงทราย 2 ถุง มัดติดกัน โดยปล่อยถุงทรายที่ระยะความสูง 30 เซนติเมตรเท่ากัน เปรียบเทียบแรงที่มือซ้ายต้านถุงทรายเพื่อไม่ให้ถุงทรายเคลื่อนที่ในแต่ละครั้ง



รูป 10.3 การปล่อยถุงทรายมวลต่างกันจากตำแหน่งระดับความสูงเท่ากัน

- ☐ *แรงที่มือซ้ายรับถุงทรายทั้งสองกรณีแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร*
- ☐ *ความเร็วของถุงทรายขณะที่ตกถึงมือซ้ายทั้งสองกรณีแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร*
- ☐ *มวลของถุงทรายทั้งสองกรณีเกี่ยวข้องกับการออกแรงรับถุงทรายหรือไม่ อย่างไร*

จากการออกแรงรับถุงทรายที่มีมวลต่างกัน แต่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากันให้หยุดนิ่งจะเห็นได้ว่าแรงที่ใช้รับวัตถุที่มีมวลมาก จะมากกว่าแรงที่ใช้รับวัตถุที่มีมวลน้อย แสดงว่ามวลของวัตถุมีผลต่อการออกแรงเพื่อทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่หยุดนิ่ง

จากการออกแรงรับถุงทรายทั้งสองครั้งดังกล่าว สรุปได้ว่าการทำให้วัตถุหยุดเคลื่อนที่จะต้องใช้แรงมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับมวลและความเร็วของวัตถุ **ผลคูณระหว่างมวลและความเร็วของวัตถุ** เรียกว่า ***โมเมนตัม*** [1] ของวัตถุ **โมเมนตัมเป็นปริมาณหนึ่งซึ่งบอกสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุและเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศตามทิศของความเร็ว** ในการทำให้วัตถุซึ่งกำลังเคลื่อนที่ให้หยุดนิ่งพบว่าวัตถุที่มีโมเมนตัมมากต้องออกแรงต้านมากกว่าวัตถุที่มีโมเมนตัมน้อย

ถ้าให้ $\vec{P}$ = โมเมนตัมของวัตถุ

m = มวลของวัตถุ

$\vec{v}$ = ความเร็วของวัตถุ

เราจะเขียนสมการได้ว่า

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad \text{..... (10.1)}$$

จากสมการ (10.1) โมเมนตัมมีหน่วยเป็นกิโลกรัมเมตรต่อวินาที กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน ที่เรียกว่ากฎของความเฉื่อย ซึ่งอาจเขียนในรูปของโมเมนตัมได้ว่า **โมเมนตัมของวัตถุคงตัวเสมอ นอกจากจะมีแรงลัพธ์ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุนั้น**

คำถาม 10.1 รถบรรทุกชนิดเดียวกันและมีขนาดเท่ากัน 2 คัน คันหนึ่งบรรทุกของจนเต็ม อีกคันหนึ่งไม่มีของบรรทุก รถทั้งสองนี้แล่นด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ในการทำให้รถบรรทุกทั้งสองหยุดนิ่ง ในระยะทางเท่ากัน บนถนนสายเดียวกัน รถคันใดต้องใช้แรงต้านมากกว่า เพราะเหตุใด

---

[1] โมเมนตัมของวัตถุหรือระบบใด ๆ จำแนกได้ 2 ประเภท คือ โมเมนตัมเชิงเส้น (linear momentum) สำหรับการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่กับโมเมนตัมเชิงมุม (angular momentum) สำหรับการเคลื่อนที่แบบหมุน หรือ การเคลื่อนที่ภายใต้แรงสู่ศูนย์กลาง (central force) โดยทั่วไปเมื่อใช้คำว่า "โมเมนตัม" จะหมายถึง โมเมนตัมเชิงเส้น สมการ 10.1 จะเป็น สมการของโมเมนตัมเชิงเส้น

10.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

จากการศึกษาที่ผ่านมา เราทราบว่าวัตถุซึ่งกำลังเคลื่อนที่จะมีโมเมนตัม และโมเมนตัมของวัตถุหนึ่งขึ้นอยู่กับความเร็วของวัตถุ เมื่อความเร็วของวัตถุเปลี่ยนไปโมเมนตัมของวัตถุก็จะเปลี่ยนไปด้วย อะไรที่เป็นสาเหตุทำให้วัตถุมีโมเมนตัมเปลี่ยนไป

- ☐ *ในการเตะฟุตบอลที่หยุดนิ่งให้เคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร็วที่ต่างกัน จะต้องออกแรงแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร*
- ☐ *ในการรับลูกฟุตบอลซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่างกัน ผู้รับจะต้องออกแรงรับเพื่อให้ลูกฟุตบอลหยุดนิ่งด้วยแรงต่างกันหรือไม่ อย่างไร*

ก. เตะฟุตบอล

ข. ตีกอล์ฟ

ค. ตีเทนนิส

รูป 10.4 การเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ

ในการเตะฟุตบอลซึ่งเดิมหยุดนิ่งให้เคลื่อนที่ ถ้าเราออกแรงมากจะทำให้ลูกฟุตบอลเริ่มเคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร็วสูง แต่ถ้าออกแรงน้อย ลูกฟุตบอลก็จะเคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร็วน้อย การตีกอล์ฟ หรือตีเทนนิสก็เช่นเดียวกัน ถ้าเราต้องการให้วัตถุเคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร็วสูง เราจะต้องออกแรงมาก กรณีออกแรงรับลูกฟุตบอลซึ่งเคลื่อนที่มาด้วยความเร็วต่างกัน เพื่อให้ลูกฟุตบอลหยุดนิ่งเช่นเดียวกัน นั่นคือถ้าลูกฟุตบอลเคลื่อนที่มาด้วยความเร็วสูง ผู้รับจะต้องออกแรงรับด้วยขนาดของแรงมากกว่ากรณีลูกฟุตบอลเคลื่อนที่มาด้วยความเร็วน้อยกว่า ผลที่เกิดขึ้นนี้แสดงให้เห็นว่าแรงที่กระทำกับวัตถุมีผลต่อการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ

จากการศึกษากฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน เราทราบมาแล้วว่า เมื่อมีแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำกับวัตถุ จะทำให้วัตถุเกิดความเร่งในทิศเดียวกับแรงลัพธ์

ที่มากระทำ และขนาดของความเร่งนี้จะแปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ เราจะนำกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันมาศึกษาว่าแรงที่กระทำต่อวัตถุเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุอย่างไร

เมื่อมีวัตถุมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{u}$ มีแรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลา Δt ทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนเป็น $\vec{v}$ ดังรูป 10.5

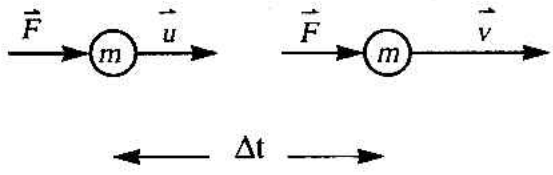
จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

และ $$\vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t}$$

ดังนั้น $$\vec{F} = \frac{\vec{m}(\vec{v}-\vec{u})}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t} \quad \text{.....(10.2)}$$



รูป 10.5 แรง $\vec{F}$ กระทำต่อมวล m ในเวลา Δt

จากสมการ (10.2)

$\vec{F}$ คือ แรงลัพธ์ที่คงตัวที่กระทำต่อวัตถุมวล m

$m\vec{u}$ คือ โมเมนตัมของวัตถุก่อนออกแรงกระทำ

$m\vec{v}$ คือ โมเมนตัมของวัตถุภายหลังที่ถูกแรงกระทำ

$m\vec{v}-m\vec{u}$ คือ โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา Δt

และ $\frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t}$ คือ โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไปใน 1 หน่วยเวลา หรือ อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ

ดังนั้นกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน อาจกล่าวได้อีกแบบหนึ่งว่า

แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุใดจะเท่ากับอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุนั้นทั้งขนาดและทิศทาง

นั่นคือ ถ้าโมเมนตัมของวัตถุไม่เปลี่ยนแปลงแสดงว่าไม่มีแรงลัพธ์ใดๆ กระทำต่อวัตถุนั้น นั่นเอง

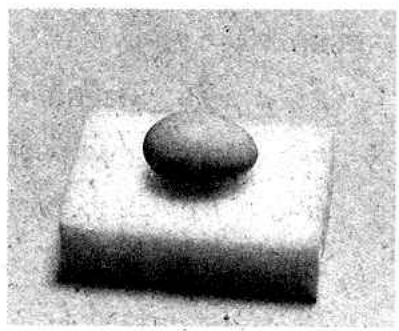
คำถาม 10.2 ถ้าทำให้วัตถุซึ่งกำลังเคลื่อนที่ให้มีขนาดของความเร็วเพิ่มขึ้น ทิศของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุกับทิศของความเร็วเดิมของวัตถุจะเป็นอย่างไร และถ้าต้องการทำให้วัตถุนั้น มีขนาดของความเร็วลดลงหรือหยุดการเคลื่อนที่ ทิศของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุกับทิศของความเร็วเดิมของวัตถุจะเป็นอย่างไร โดยทั้งสองกรณีวัตถุจะไม่เปลี่ยนทิศการเคลื่อนที่ จงเขียนแวกเตอร์ประกอบคำอธิบายในแต่ละกรณี

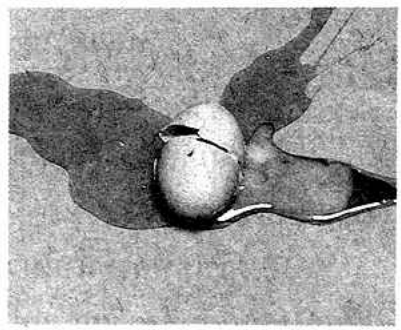
10.3 การดลและแรงดล

เราได้ทราบแล้วว่า เมื่อมีแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำกับวัตถุจะทำให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนไป ถ้าต้องการให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนแปลงค่าหนึ่ง ขนาดของแรงที่กระทำกับวัตถุจะเกี่ยวข้องกับช่วงเวลาที่ออกแรงกระทำกับวัตถุหรือไม่อย่างไร ศึกษาได้จากสถานการณ์ต่อไปนี้

ปล่อยไข่ใบหนึ่งให้ตกลงบนฟองน้ำหนา ๆ และปล่อยไข่อีกใบหนึ่งที่มีขนาดเท่ากันกับไข่ใบแรกให้ตกลงบนพื้นแข็งจากที่ระดับความสูงประมาณ 1 เมตรเท่ากัน

- ☐ *ความเร็วของไข่ขณะตกกระทบฟองน้ำกับพื้นแข็งต่างกันหรือไม่อย่างไร*
- ☐ *ผลที่เกิดขึ้นเมื่อไข่ตกกระทบกับฟองน้ำกับตกกระทบบนพื้นแข็งต่างกันหรือไม่ อย่างไร*
- ☐ *โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปของไข่ทั้งสองเมื่อตกลงบนฟองน้ำกับตกลงบนพื้นแข็งแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร ถ้ามวลของไข่เท่ากัน*
- ☐ *ช่วงเวลาที่ไข่เปลี่ยนความเร็วขณะกระทบฟองน้ำจนหยุดนิ่งต่างกับช่วงเวลาที่กระทบพื้นแข็งแล้วหยุดนิ่งหรือไม่ อย่างไร*





รูป 10.6 ไข่ตกลงบนฟองน้ำกับตกบนพื้นแข็งที่ระดับความสูงเท่ากัน

จากการทดลองปล่อยไข่ให้ตกลงบนฟองน้ำและตกลงบนพื้นแข็งจากที่ระดับความสูงเดียวกันซึ่งมีความสูงไม่มากนัก จะเห็นว่าไข่ที่ตกลงบนพื้นแข็งจะแตก ส่วนไข่ใบที่ตกลงบนฟองน้ำจะไม่แตก แสดงว่าแรงที่กระทำกับไข่เมื่อไข่ตกกระทบกับพื้นแข็งมากกว่าแรงที่กระทำกับไข่ที่ตกลงบนฟองน้ำ ถ้าคิดว่าไข่ทั้งสองใบมีมวลเท่ากันจะเห็นว่าโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปของไข่ทั้งสองใบจะเท่ากันแต่ช่วงเวลาการเปลี่ยนโมเมนตัมของไข่ทั้งสองใบต่างกัน กล่าวคือช่วงเวลาในการเปลี่ยนโมเมนตัมของไข่ที่ตกลงบนฟองน้ำมากกว่า แสดงว่าแรงที่กระทำกับวัตถุนอกจากจะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนโมเมนตัมแล้วยังขึ้นอยู่กับช่วงเวลาที่แรงกระทำกับวัตถุเพื่อเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุอีกด้วย

จากสมการ (10.2) จะเห็นว่า ถ้าต้องการให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนไปค่าหนึ่ง เราอาจทำได้โดยออกแรงที่มีค่ามากกระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ หรือออกแรงที่มีค่าน้อยแต่กระทำกับวัตถุเป็นเวลานานก็ได้ นั่นคือทั้งแรงและช่วงเวลาที่แรงกระทำต่อวัตถุมีผลต่อการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ

ถ้าให้ $\vec{F}$ เป็นแรงคงตัวที่กระทำกับวัตถุในช่วงเวลา Δt

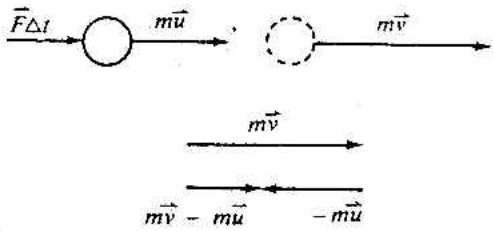
ผลคูณของ $\vec{F}$ กับ Δt หรือ $\vec{F}\Delta t$ เรียกว่า ***การดล***

จากสมการ (10.2) เราจะได้ว่า

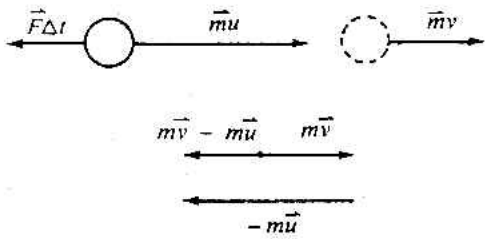
$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{u} \qquad \text{..... (10.3)}$$

การดลเป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศเดียวกับแรงลัพธ์ $\vec{F}$ ที่กระทำกับวัตถุ และมีหน่วยเป็นนิวตัน วินาที หรือ กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

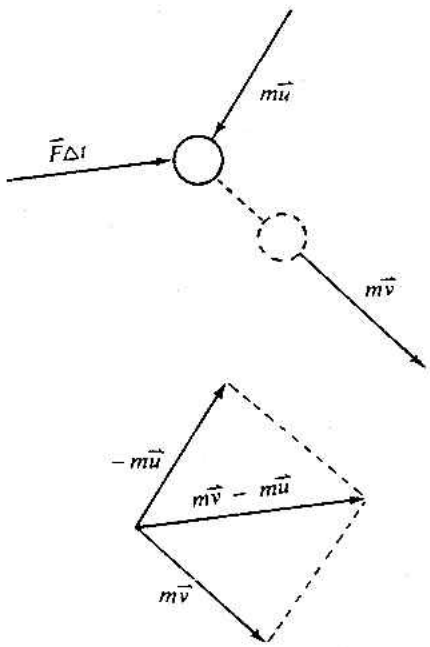
เมื่อมีแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลา Δt ทำให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนจาก $m\vec{u}$ เป็น $m\vec{v}$ แสดงได้ดังรูป 10.7



ก. ทิศของแรง $\vec{F}$ อยู่ทิศเดียวกับ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



ข. ทิศของแรง $\vec{F}$ อยู่ทิศสวนทางกับ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



ค. ทิศของแรง $\vec{F}$ ไม่อยู่ทิศเดียวกับ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$

รูป 10.7 แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุที่มีโมเมนตัม $m\vec{u}$ ทำให้โมเมนตัมเปลี่ยนเป็น $m\vec{v}$

จากสมการ (10.3) จะเห็นว่า **การดลมีค่าเท่ากับโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป** ในกรณีที่วัตถุเปลี่ยนโมเมนตัมในแนวตรง การดลกับโมเมนตัมจะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน โดยอาจมีทิศไปทางเดียวกันหรือสวนทางกัน ดังรูป 10.7 ก และ 10.7 ข ซึ่งในกรณีนี้เราสามารถใช้เครื่องหมาย + และ – กำหนดทิศของปริมาณเหล่านั้น

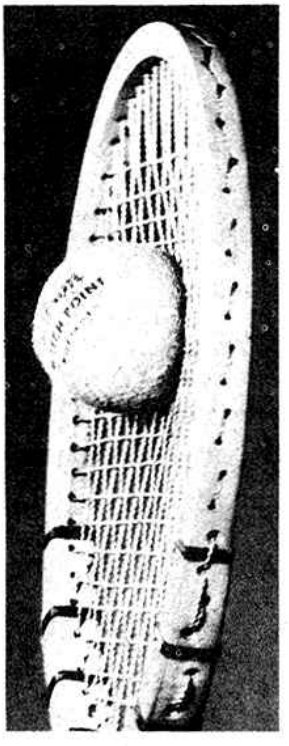
ดังนั้น สมการ (10.2) และ (10.3) จึงเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t} \quad \text{..... (10.4)}$$

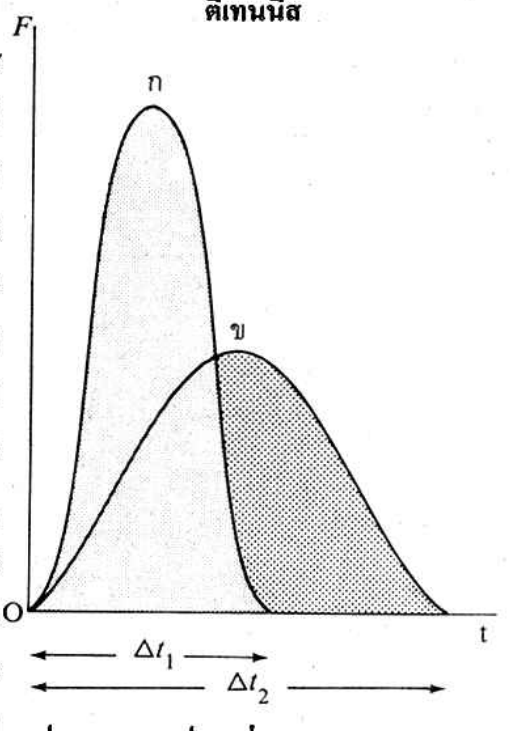
$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{u} \quad \text{..... (10.5)}$$

โดยทั่วไปเมื่อวัตถุสองสิ่งกระทบกัน เช่น ลูกบอลกระทบกำแพง ลูกเทนนิสกระทบไม้ตีเทนนิส ค้อนกระทบตะปู รถชนกัน เป็นต้น ในแต่ละกรณีแรงที่กระทำซึ่งกันและกันในช่วงเวลาของการกระทบมีขนาดไม่คงตัว

ตัวอย่างที่ได้จากลูกเทนนิสกระทบไม้ตีเทนนิส และบันทึกแรงกับเวลาแล้วนำมาเขียนกราฟ จะได้กราฟดังรูป 10.9 จากกราฟ ก อธิบายได้ว่า ก่อนลูกเทนนิสกระทบไม้ตีเทนนิสขนาดของแรงที่กระทำต่อลูกเทนนิสเป็นศูนย์ และในช่วงเวลาของการกระทบขนาดของแรงจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จนถึงค่าสูงสุดค่าหนึ่ง ต่อจากนั้นขนาดของแรงก็ลดลงอย่างรวดเร็วจนกระทั่งเป็นศูนย์เมื่อลูกเทนนิสสะท้อนออกจากไม้ตีเทนนิส พื้นที่ใต้กราฟ ก คือขนาดของการดลที่ลูกเทนนิสได้รับจากไม้ตีเทนนิส ในช่วงเวลา Δt_1 ถ้าการดลที่เกิดขึ้นต่อลูกเทนนิสเท่าเดิม และลูกเทนนิสหยุนได้มากกว่าเดิมทำให้ช่วงเวลาของการกระทบมากขึ้นเป็น Δt_2 ดังนั้นแรงสูงสุดจะมีขนาดลดลง ถ้าเขียนกราฟระหว่างขนาดของแรงกับเวลาในการกระทบ จะได้ดังกราฟ ข ซึ่งมีพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟ ก เพราะขนาดของการดลเท่ากัน



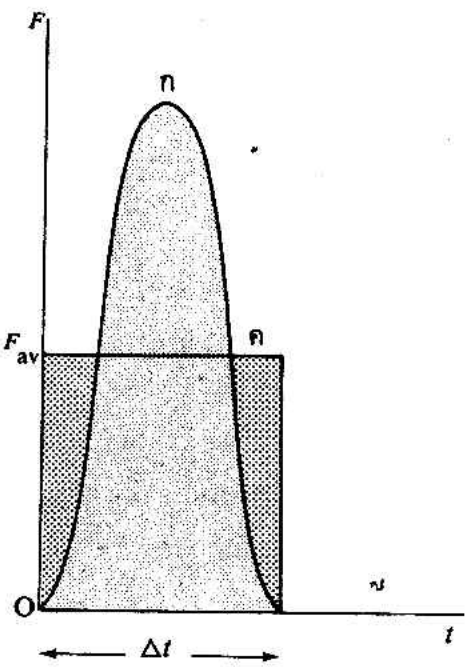
รูป 10.8 ลูกเทนนิสขณะกระทบไม้ตีเทนนิส



รูป 10.9 กราฟระหว่างขนาดของแรงและเวลาในขณะที่วัตถุกระทบกัน

จากกราฟ ก ในรูป 10.9 จะเห็นว่าขนาดของแรงที่ไม้ตีเทนนิสกระทำต่อลูกเทนนิสไม่คงตัวในช่วงเวลาในการกระทบ Δt, แต่การคำนวณหาการดลจากสมการ 10.5 ขนาดของแรง F ที่ใช้จะต้องมีค่าคงตัวค่าหนึ่ง ซึ่งเมื่อเขียนกราฟระหว่างขนาดของแรง F นี้กับเวลา t จะได้ดังกราฟในรูป 10.10 โดยพื้นที่ใต้กราฟรูป 10.10 เท่ากับพื้นที่ใต้กราฟรูป 10.9 ก ขนาดของแรง F จากกราฟรูป 10.10 นี้เรียกว่า ***ขนาดของแรงเฉลี่ย*** ในช่วงเวลา Δt

แนวคิดเรื่องการดลจะเป็นประโยชน์มากเมื่อเราศึกษากรณีที่แรงมีค่ามากกระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้นๆ เช่น รถยนต์ชนกัน การตอกตะปูด้วยค้อน การตีลูกเทนนิสหรือลูกปิงปอง ลูกบิลเลียดชนกัน เป็นต้น **แรงค่ามากที่กระทำในช่วงเวลาสั้นๆ** นี้เรียกว่า ***แรงดล*** ถ้าเราหาค่าแรงดลจากสมการ (10.4) หรือ (10.5) แล้ว แรงดลที่ได้นี้ถือว่าเป็น ***แรงดลเฉลี่ย***



รูป 10.10 การหาแรงเฉลี่ยจากการดล

คำถาม 10.3 การห้อยโหนของนักแสดงกายกรรมจำเป็นต้องมีตาข่ายขึงไว้เบื้องล่าง ตาข่ายนี้ใช้รองรับนักแสดงเมื่อเกิดตกลงมา ถ้าผู้แสดงตกลงบนตาข่ายกับตกลงบนพื้นด้วยความเร็วก่อนกระทบเท่ากัน กรณีใดจะได้รับอันตรายมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

ตัวอย่าง 10.1 ลูกบอลมวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 35 เมตรต่อวินาที ในแนวระดับเข้าหากำแพง เมื่อกระทบแล้วลูกบอลสะท้อนออกมาในแนวระดับด้วยความเร็ว 25 เมตรต่อวินาที จงหาการดลที่แรงกระทำต่อลูกบอล

วิธีทำ

กำหนดให้ความเร็วของลูกบอลที่เข้าหากำแพงมีเครื่องหมาย +
ดังนั้น ความเร็วของลูกบอลที่ออกจากกำแพงจะมีเครื่องหมาย –
หาการดลที่กำแพงกระทำต่อลูกบอลจากสมการ

$$F\Delta t = mv - mu$$

ก่อนลูกบอลกระทบกำแพง

โมเมนตัมของลูกบอล $= (0.4\ \text{kg}) \times (+35\ \text{m/s})$

$= +14\ \text{kg m/s}$

หลังลูกบอลสะท้อนออกจากกำแพง

โมเมนตัมของลูกบอล $= (0.4\ \text{kg}) \times (-25\ \text{m/s})$

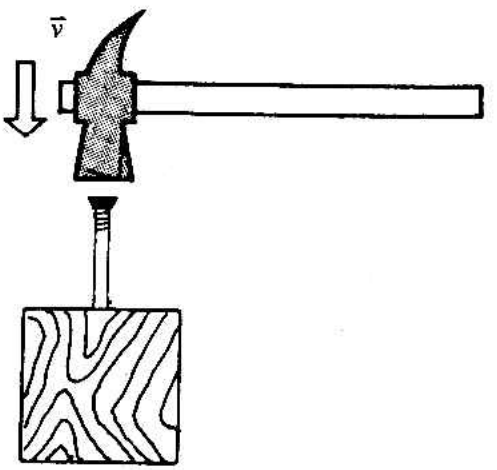
$= -10\ \text{kg m/s}$

$F\Delta t = (-10\ \text{kg m/s}) - (+14\ \text{kg m/s})$

$= -24\ \text{kg m/s}$

ตอบ การดลของแรงที่กำแพงกระทำต่อลูกบอลมีขนาด 24 นิวตัน วินาที มีทิศพุ่งออกจากกำแพง

ตัวอย่าง 10.2 ใช้ค้อนมวล 0.5 กิโลกรัม ตอกตะปู ในขณะที่ค้อนเริ่มกระทบหัวตะปู ค้อนมีขนาดความเร็ว 8.0 เมตรต่อวินาที หลังจากกระทบหัวตะปูแล้ว ค้อนสะท้อนกลับด้วยขนาดความเร็วเท่าเดิม ถ้าช่วงเวลาที่ค้อนกระทบหัวตะปูเป็น 1 มิลลิวินาที แรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อตะปูเป็นเท่าใด และการดลที่ค้อนกระทำต่อตะปูเป็นเท่าใด



รูป 10.11 ค้อนกำลังเคลื่อนที่เข้ากระทบหัวตะปู

วิธีทำ การหาแรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อตะปูนั้น จะต้องหาแรงดลเฉลี่ยที่ตะปูกระทำต่อค้อนก่อน แล้วใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน สรุปว่าแรงดลเฉลี่ยนี้มีขนาดเท่ากับแรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อตะปูในทิศตรงข้าม

ถ้ากำหนดให้ ความเร็วของค้อนในทิศเข้าหาตะปูมีเครื่องหมาย +

ดังนั้น ความเร็วของค้อนที่สะท้อนออกจากหัวตะปูมีเครื่องหมาย – แรงดลเฉลี่ยที่หัวตะปูกระทำต่อค้อนหาได้จาก

$$F = \frac{mv - mu}{\Delta t}$$

$\Delta t = 10^{-3}$ s

ก่อนกระทบหัวตะปู

โมเมนตัมของค้อน $= (0.5 \text{ kg}) \times (+8.0 \text{ m/s})$

$= +4.0 \text{ kg m/s}$

หลังจากสะท้อนออกจากหัวตะปู

โมเมนตัมของค้อน $= (0.5 \text{ kg}) \times (-8.0 \text{ m/s})$

$= -4.0 \text{ kg m/s}$

ดังนั้น $F = \dfrac{(-4.0 \text{ kg m/s}) - (+4.0 \text{ kg m/s})}{10^{-3} \text{ s}}$

$= -8.0 \times 10^3 \text{ N}$

นั่นคือ แรงดลเฉลี่ยที่หัวตะปูกระทำต่อค้อนมีขนาด 8.0×10^3 นิวตัน มีทิศพุ่งออกจากหัวตะปู

ตอบ แรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูมีขนาด 8.0×10^3 นิวตัน มีทิศเข้าหาหัวตะปู

การดลที่ค้อนกระทำต่อตะปูหาได้จาก $F\Delta t$

แรง F ที่ค้อนกระทำต่อตะปู $= +8.0 \times 10^3 \text{ N}$

ช่วงเวลา Δt ในการกระทบ $= 10^{-3}$ s

ดังนั้น การดล $= (+8.0 \times 10^3 \text{ N}) \times (10^{-3} \text{ s})$

$= +8.0 \text{ N s}$

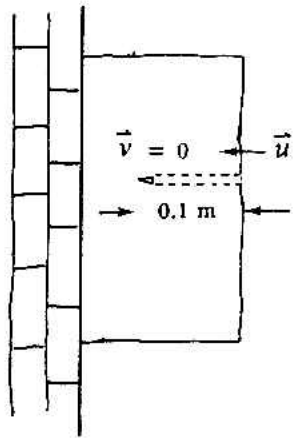
ตอบ การดลที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูเท่ากับ 8.0 นิวตัน วินาที ในทิศเข้าหาหัวตะปู

ตัวอย่าง 10.3 กระสุนปืนมวล 0.05 กิโลกรัม เคลื่อนที่เข้ากระทบแท่งไม้ที่ยึดแน่นกับผนัง ขณะเริ่มกระทบเนื้อไม้ กระสุนปืนมีอัตราเร็ว 400 เมตรต่อวินาที และสามารถทะลุเข้าไปในเนื้อไม้เป็นระยะ 0.1 เมตร ถ้าแรงต้านของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืนมีค่าคงตัว จงคำนวณหา

ก. การดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืน

ข. เวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้

ค. แรงต้านของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืน



รูป 10.12 กระสุนปืนเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้

วิธีทำ กำหนดให้ ความเร็วของกระสุนปืนในทิศพุ่งเข้าหาเนื้อไม้มีเครื่องหมาย +

ก. หาการดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืน

จาก $F\Delta t = mv - mu$

กระสุนปืนขณะเริ่มกระทบเนื้อไม้มีโมเมนตัม

$mu = (0.05\ \text{kg}) \times (+400\ \text{m/s})$

$= +20\ \text{kg m/s}$

กระสุนปืนเมื่อเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้ได้ระยะ 0.1 เมตร มีโมเมนตัม

$mv = (0.05\ \text{kg}) \times (0\ \text{m/s})$

$= 0$

ดังนั้น $F\Delta t = (0.05\ \text{kg} \times 0) - (0.05\ \text{kg} \times 400\ \text{m/s})$

$= -20\ \text{kg m/s}$

ตอบ การดลของแรงที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืนเท่ากับ 20 นิวตัน วินาที ในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของกระสุนปืน

ข. หาเวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้

จาก $s = \dfrac{(u + v)t}{2}$

ระยะที่กระสุนปืนเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้ = 0.1 m

ดังนั้น $0.1\ \text{m} = \frac{(400\ \text{m/s} + 0)t}{2}$

จะได้ $t = \frac{1}{2{,}000} = 5 \times 10^{-4}\ \text{s}$

ตอบ เวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้เท่ากับ 5×10^{-4} วินาที

ค. คำนวณหาแรงต้านเฉลี่ยของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืนได้จาก

$$F = \frac{mv - mu}{\Delta t}$$

เวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้ได้ระยะ 0.1 เมตร เป็น 5×10^{-4} s

ดังนั้น $F = \frac{0 - (+20\ \text{kg m/s})}{5 \times 10^{-4}\ \text{s}}$

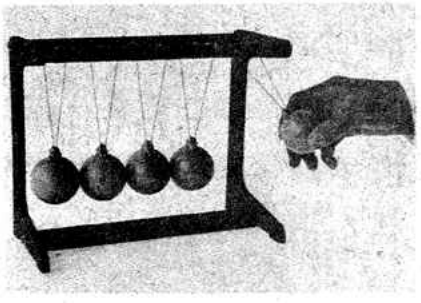
$= -4 \times 10^{4}\ \text{N}$

ตอบ แรงต้านเฉลี่ยของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืนเท่ากับ 40,000 นิวตัน มีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของกระสุนปืน

10.4 การชน

ในการเล่นลูกหิน คงเคยสังเกตเห็นว่าเมื่อยิงลูกหินลูกหนึ่งไปชนกับลูกหินอีกลูกหนึ่งซึ่งหยุดนิ่งอยู่ หลังจากการชน ลูกหินที่เข้าชนอาจหยุดนิ่งส่วนลูกหินที่ถูกชนเคลื่อนที่ออกไป หรือบางครั้งลูกหินทั้งสองเคลื่อนที่ไปทางทิศเดียวกันหรือทิศตรงกันข้าม เหตุใดวัตถุที่ถูกชนจึงเคลื่อนที่ได้และวัตถุที่วิ่งเข้าชนมีการเปลี่ยนทิศการเคลื่อนที่ด้วย ให้ศึกษาจากสถานการณ์ต่อไปนี้

ใช้ชุดสาธิตการคงตัวของโมเมนตัมซึ่งประกอบด้วยลูกกลมพลาสติกจำนวน 5 ลูก เรียงชิดติดกันในแนวเดียวกัน ดึงลูกกลมพลาสติกลูกที่หนึ่งซึ่งอยู่ด้านริมสุดขึ้นดังรูป 10.13 แล้วปล่อยให้เคลื่อนที่เข้าชนลูกที่สอง สังเกตการเคลื่อนที่ของลูกกลมพลาสติกต่าง ๆ หลังการชน

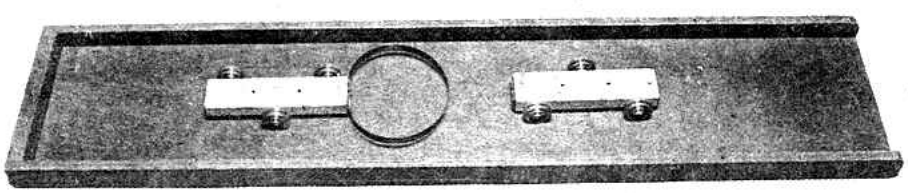


รูป 10.13 การดึงลูกกลมพลาสติกของชุดสาธิตการคงตัวของโมเมนตัม

หลังจากลูกกลมพลาสติกลูกที่หนึ่งชนลูกที่สอง จะสังเกตเห็นว่าลูกกลมพลาสติกทุกลูกจะหยุดนิ่ง ยกเว้นลูกที่ห้าจะเคลื่อนที่ออกไปจนสูงประมาณระดับเดียวกับตำแหน่งที่ปล่อยลูกที่หนึ่ง แสดงว่าลูกกลมพลาสติกซึ่งเคลื่อนที่เข้าชนจะถ่ายโอนโมเมนตัมให้กับลูกกลมพลาสติกที่ถูกชน และจะถ่ายโอนต่อกันไปจนกระทั่งถึงลูกสุดท้ายจะไม่มีการถ่ายโอนอีก จึงทำให้ลูกสุดท้ายเคลื่อนที่ได้ สำหรับลูกที่วิ่งเข้าชนหลังการชนจะหยุดนิ่ง นั่นคือเมื่อมีการชนเกิดขึ้นทั้งวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าชน และวัตถุที่ถูกชนจะมีโมเมนตัมเปลี่ยนไปจากเดิม โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าชนและวัตถุที่ถูกชนมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะได้ศึกษาต่อไป

10.4.1 การชนในแนวตรง

นำรถทดลองมา 2 คัน ติดแผ่นเหล็กสปริงกับรถทดลองคันหนึ่ง แล้ววางรถทดลองทั้งสองให้อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป 10.14 ผลักรถทดลองคันที่ไม่ติดแผ่นสปริงเคลื่อนที่เข้าชนรถทดลองคันที่ติดแผ่นเหล็กสปริง สังเกตแนวการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสองก่อนการชนและหลังการชน



รูป 10.14 การวางรถทดลอง 2 คัน ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

จากการสังเกตแนวการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสองก่อนการชน และหลังการชน จะเห็นว่าแนวการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองจะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน การชนของวัตถุที่ก่อนการชนและหลังการชนมีแนวการเคลื่อนที่อยู่ในเส้นตรงเดียวกันนี้ เรียกว่า ***การชนในแนวตรง***[1]

☐ *การชนในแนวตรง แนวการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลของวัตถุที่วิ่งเข้าชนผ่านศูนย์กลางมวลของวัตถุที่ถูกชนหรือไม่*

การชนในแนวตรงจะเกิดขึ้นได้เมื่อแนวการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าชนผ่านศูนย์กลางมวลของวัตถุที่ถูกชน

การชนในแนวตรง นอกจากจะมีการถ่ายโอนโมเมนตัมระหว่างกันแล้วยังมีการถ่ายโอนพลังงานจลน์ระหว่างกันอีกด้วย การถ่ายโอนโมเมนตัมและพลังงานจลน์จะเป็นอย่างไร ศึกษาจากการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง 10.1 การชนของวัตถุในแนวตรง

จุดประสงค์

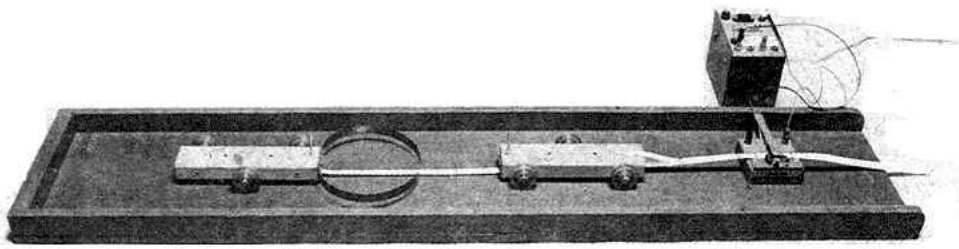
1. เพื่อศึกษาผลรวมของโมเมนตัม และผลรวมของพลังงานจลน์จากการชนแบบยืดหยุ่นของรถทดลองก่อนและภายหลังการชน
2. เพื่อศึกษาผลรวมของโมเมนตัม และผลรวมของพลังงานจลน์จากการชนแบบไม่ยืดหยุ่นของรถทดลองก่อนและภายหลังการชน

---

[1] Head-on collision หนังสือบางเล่มอาจใช้ว่า การชนในหนึ่งมิติ

ตอนที่ 1 **การศึกษาโมเมนตัมและพลังงานจลน์จากการชนแบบยืดหยุ่น**

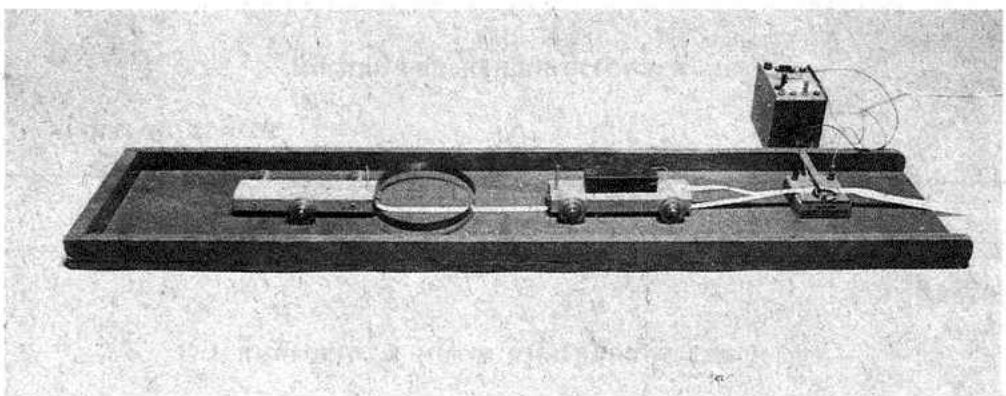
วิธีทดลอง สอดปลายทั้งสองของแผ่นเหล็กสปริงเข้ากับร่องของรถทดลองคันที่ 1 แผ่นเหล็กสปริงจะโค้งงอเป็นรูปวงรียื่นออกมานอกรถ วางรถทดลองคันนี้บนตอนกลาง ๆ ของรางไม้แล้วนำเครื่องเคาะสัญญานเวลาที่มีกระดาษคาร์บอน 2 แผ่น ซ้อนกันมาวางทางปลายรางด้านที่ไม่มีขอบกั้น จากนั้นนำรถทดลองคันที่ 2 มาวางระหว่างรถทดลองคันที่ 1 กับเครื่องเคาะสัญญานเวลา โดยวางค่อนไปทางเครื่องเคาะสัญญานเวลา ติดปลายหนึ่งของแถบกระดาษกับรถทดลองคันที่ 1 นำปลายที่เหลือลอดใต้รถคันที่ 2 แล้วจึงสอดแถบกระดาษนี้ใต้กระดาษคาร์บอนแผ่นล่างของเครื่องเคาะสัญญานเวลา ใช้แถบกระดาษอีกแถบหนึ่งติดกับรถทดลองคันที่ 2 แล้วสอดปลายที่เหลือใต้กระดาษคาร์บอนแผ่นบนของเครื่องเคาะสัญญานเวลา ดังรูป 10.15



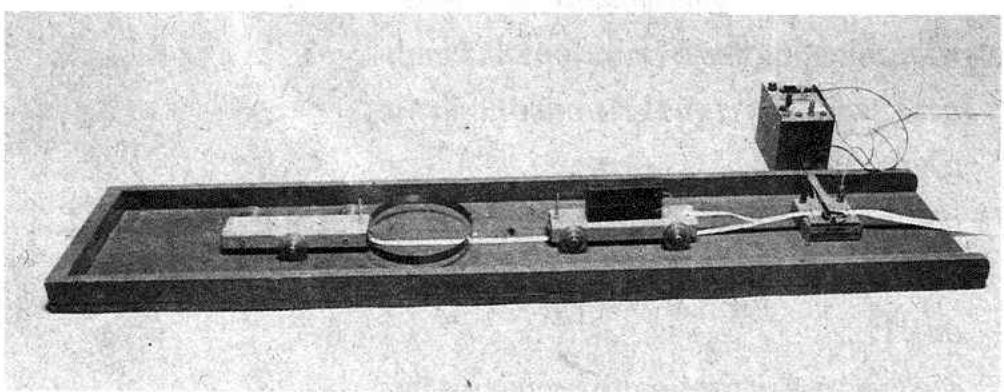
รูป 10.15 การติดตั้งอุปกรณ์สำหรับการทดลองการชนแบบยืดหยุ่น

เมื่อติดแถบกระดาษกับรถทดลองทั้งสองเรียบร้อยแล้ว กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทำงาน ใช้มือผลักรถทดลองคันที่ 2 ไปชนรถคันที่ 1 สังเกตการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสองคันหลังจากการชน ดึงแถบกระดาษออกจากรถทดลองพร้อมทั้งเขียนข้อความบนแถบกระดาษทั้งสอง เพื่อบ่งว่าเป็นแถบกระดาษจากรถทดลองคันที่ 1 หรือรถทดลองคันที่ 2

ทำการทดลองซ้ำโดยเพิ่มมวลของรถทดลองคันที่ 2 เป็น 2 และ 3 เท่าของรถทดลองคันที่ 1 ด้วยการวางแท่งเหล็ก 1 และ 2 แท่ง ลงบนรถทดลองคันที่ 2 (มวลของแท่งเหล็ก 1 แท่งเท่ากับมวลของรถทดลอง 1 คัน) ดังรูป 10.16



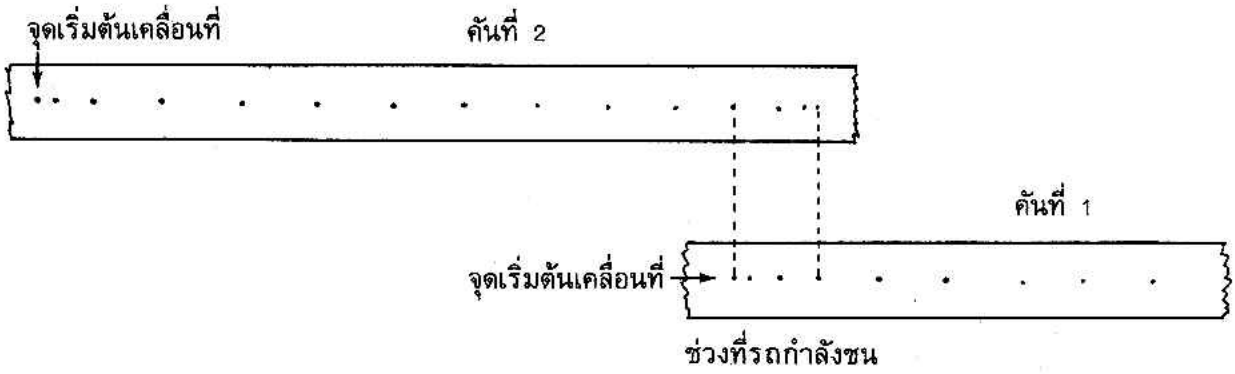
ก. รถทดลองคันที่ 2 มีมวลเป็น 2 เท่า



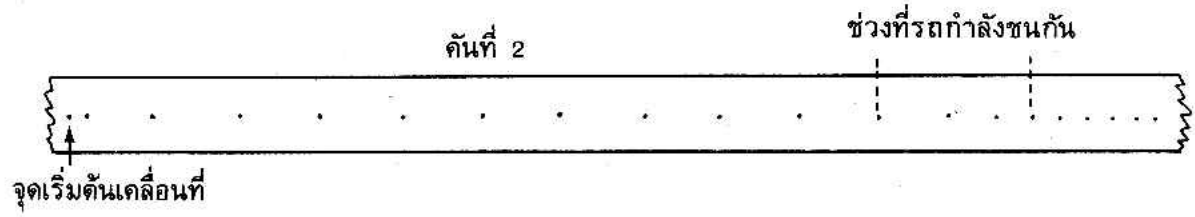
ข. รถทดลองคันที่ 2 มีมวลเป็น 3 เท่า

รูป 10.16 มวลของรถทดลองคันที่ 2 เป็น 2 และ 3 เท่าของมวลรถทดลองคันที่ 1

จากแถบกระดาษที่ได้จากการทดลองแต่ละครั้ง นำมาหาขนาดของความเร็วของรถทดลองก่อนการชนและหลังการชน ชั่งมวลของรถทดลอง คำนวณหาโมเมนตัม ผลรวมของโมเมนตัม พลังงานจลน์ และผลรวมของพลังงานจลน์ทั้งก่อนการชนและหลังการชน ออกแบบตารางบันทึกผลการทดลอง พร้อมทั้งบันทึกผลในตาราง



ก. มวลของรถทดลองทั้งสองคันเท่ากัน



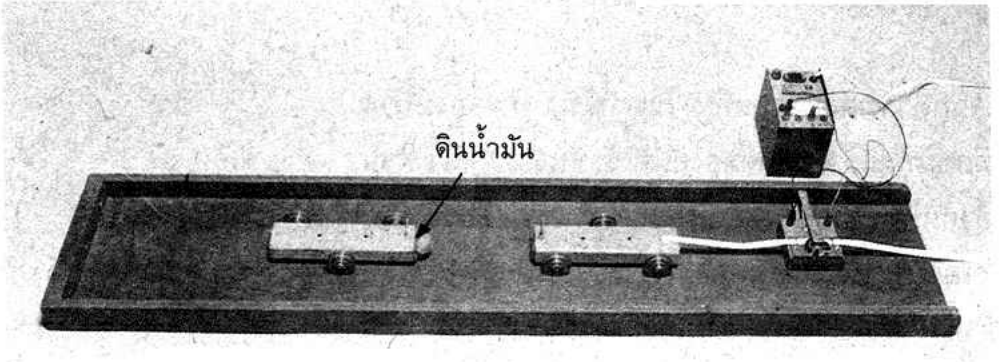
ข. มวลของรถทดลองคันที่ 2 เป็น 2 เท่าของคันที่ 1

รูป 10.17 จุดบนแถบกระดาษทั้งสองก่อนการชนและหลังการชน

- ☐ *หลังจากการชนแล้วในแต่ละกรณี รถทดลองทั้งสองคันเคลื่อนที่อย่างไร ขนาดความเร็วก่อนการชนและหลังการชนของรถทดลองแต่ละคันเป็นอย่างไร*
- ☐ *ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและผลรวมของโมเมนตัมหลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร*
- ☐ *ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนการชนและผลรวมของพลังงานจลน์หลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร*

ตอนที่ 2 การศึกษาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์จากการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

วิธีทดลอง ติดดินน้ำมันที่หน้ารถทดลองคันที่ 1 นำไปวางบนตอนกลาง ๆ ของรางไม้ แล้วนำเครื่องเคาะสัญญาณเวลามาวางทางปลายรางด้านที่ไม่มีขอบกั้น จากนั้นนำรถทดลองคันที่ 2 มาวางระหว่างรถทดลองคันที่ 1 กับเครื่องเคาะสัญญาณเวลาโดยวางค่อนไปทางเครื่องเคาะสัญญาณเวลา ติดปลายหนึ่งของแถบกระดาษกับรถทดลองคันที่ 2 แล้วสอดปลายที่เหลือใต้กระดาษคาร์บอนของเครื่องเคาะสัญญาณเวลา ดังรูป 10.18 กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทำงาน ใช้มือผลักรถทดลองคันที่ 2 ให้ไปชนรถทดลองคันที่ 1 สังเกตการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสองคันหลังการชน



รูป 10.18 การติดตั้งอุปกรณ์การทดลองการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

ทำการทดลองซ้ำโดยเพิ่มมวลของรถทดลองคันที่ 2 เป็น 2 และ 3 เท่าของรถทดลองคันที่ 1 ด้วยการวางแท่งเหล็ก 1 และ 2 แท่ง ลงบนรถทดลองคันที่ 2 จากแถบกระดาษที่ได้ จากการทดลองแต่ละครั้ง นำมาหาขนาดของความเร็ว คำนวณหาโมเมนตัม ผลรวมของโมเมนตัม พลังงานจลน์และผลรวมของพลังงานจลน์ ทั้งก่อนการชนและหลังการชน ออกแบบตารางบันทึกผลการทดลอง พร้อมทั้งบันทึกผลลงในตาราง

- ☐ *หลังจากชนกันแล้วในแต่ละกรณีรถทดลองแต่ละคันเคลื่อนที่อย่างไร ขนาดของความเร็วก่อนการชนและหลังการชนของรถทดลองแต่ละคันเป็นอย่างไร*
- ☐ *ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและผลรวมของโมเมนตัมหลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร*
- ☐ *ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนการชนและผลรวมของพลังงานจลน์หลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร*
- ☐ *เมื่อรถทดลองชนกันแล้วรูปร่างของดินน้ำมันเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร*

จากการทดลองตอนที่ 1 ในกรณีที่รถทดลองมีมวลเท่ากันเมื่อชนกันแล้ว รถทดลองคันที่เข้าชนจะหยุดนิ่ง ส่วนรถทดลองคันที่ถูกชนจะเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงเดียวกันกับแนวการเคลื่อนที่ของรถทดลองที่วิ่งเข้าชนด้วยความเร็วเท่ากับความเร็วของรถทดลองที่เคลื่อนที่เข้าชน ในกรณีที่รถทดลองคันที่เข้าชนมีมวลมากกว่ารถทดลองที่ถูกชน หลัง

การชนรถทั้งสองจะเคลื่อนที่ในทิศเดียวกับทิศการเคลื่อนที่ของรถที่เคลื่อนที่เข้าชน เมื่อพิจารณาโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของรถทดลองทั้งสองก่อนการชนและภายหลังการชนทุกกรณี สรุปได้ว่า ผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองก่อนการชนเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองภายหลังการชน และผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองก่อนการชนเท่ากับผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองหลังการชน

จากการทดลองตอนที่ 2 หลังการชนในทุกกรณี รถทดลองทั้งคันที่เคลื่อนที่เข้าชนกับคันที่ถูกชนจะเคลื่อนที่ติดกันไปในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของรถทดลองที่เคลื่อนที่เข้าชน แต่จะมีขนาดความเร็วลดลง เมื่อพิจารณาโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของรถทดลองทั้งสองก่อนการชนและภายหลังการชนทุกกรณี สรุปได้ว่า ผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองก่อนการชนเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองภายหลังการชน แต่ผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองก่อนการชนและหลังการชนมีค่าไม่เท่ากัน

จากการทดลอง 10.1 ทั้งตอนที่ 1 และตอนที่ 2 จะเห็นได้ว่าโมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว แต่พลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัวเฉพาะการชนในตอนที่ 1 และมีค่าไม่คงตัวในตอนที่ 2 **การชนที่ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัว** เรียกว่า ***การชนแบบยืดหยุ่น*** **ส่วนการชนที่ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบมีค่าไม่คงตัว** เรียกว่า ***การชนแบบไม่ยืดหยุ่น***

☐ *เหตุใดพลังงานจลน์ของระบบของการชนแบบไม่ยืดหยุ่นจึงมีค่าไม่คงตัว*

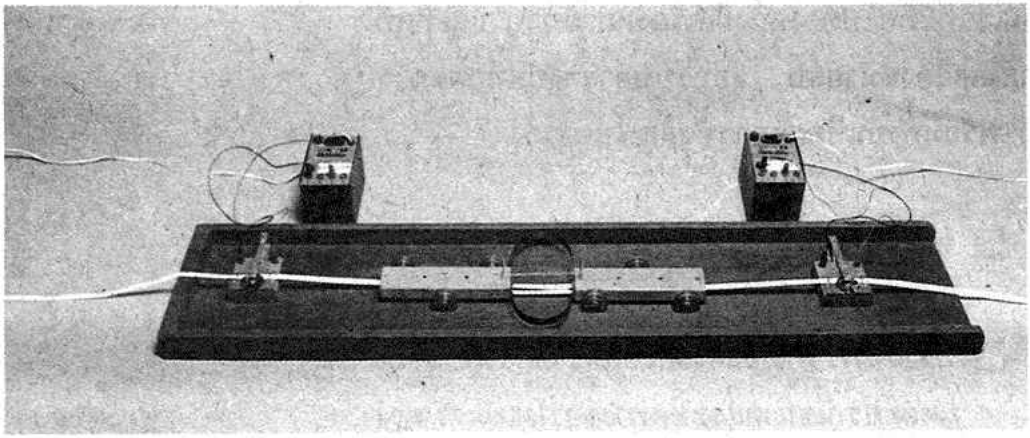
สาเหตุที่พลังงานจลน์ของระบบมีค่าไม่คงตัวเป็นเพราะ รถทดลองคันที่ 2 ต้องใช้พลังงานจลน์ส่วนหนึ่งไปเปลี่ยนรูปร่างของดินน้ำมันที่ติดอยู่กับรถคันที่ 1 ระบบจึงมีการสูญเสียพลังงานจลน์ส่วนหนึ่งไป ตัวอย่างการชนแบบไม่ยืดหยุ่นได้แก่ รถยนต์ชนกัน การตอกเสาเข็ม เป็นต้น

การศึกษาโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของระบบที่กล่าวมาแล้ว เป็นการศึกษาการชนกันของวัตถุ การศึกษาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของระบบอีกรูปแบบหนึ่งที่ไม่ได้เกิดจากการชน แต่เกิดจากการดีดตัวแยกจากกันของวัตถุ โมเมนตัมและพลังงานจลน์ของระบบจะเหมือนหรือแตกต่างจากการชนของวัตถุหรือไม่ อย่างไร ศึกษาจากการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง 10.2 การดีดตัวแยกจากกันของวัตถุในแนวตรง

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองก่อนและหลังจากการดีดตัวแยกออกจากกัน

วิธีทดลอง สอดปลายทั้งสองของแผ่นเหล็กสปริงเข้ากับร่องของรถทดลองคันที่ 1 แล้วนำรถทดลองคันที่ 2 มาอัดกับแผ่นเหล็กสปริงของรถทดลองคันที่ 1 โดยใช้ด้ายผูกโยงรถทดลองทั้งสองเข้าด้วยกัน ให้รถทดลองทั้งสองคันอัดแผ่นเหล็กสปริงเข้าไปพอสมควร ดังรูป 10.19 แล้ววางรถทั้งสองไว้ประมาณกลางรางไม้ โดยให้รถทดลองคันที่ 1 อยู่ทางปลายรางไม้ด้านที่มีขอบกั้น วางเครื่องเคาะสัญญาณเวลา 2 เครื่อง ไว้ที่ปลายรางไม้ข้างละเครื่อง



รูป 10.19 การติดตั้งเครื่องมือศึกษาการดีดตัวของรถทดลอง

ติดปลายหนึ่งของแถบกระดาษกับรถทดลองคันที่ 1 แล้วนำปลายอีกข้างหนึ่งของแถบกระดาษลอดใต้ท้องรถทดลองคันที่ 2 แล้วสอดปลายนี้ใต้กระดาษคาร์บอนของเครื่องเคาะสัญญาณเวลาซึ่งอยู่ทางด้านปลายรางไว้ที่อยู่ใกล้กับรถทดลองคันที่ 2 นำแถบกระดาษอีกแถบหนึ่ง ติดปลายแถบกระดาษกับรถทดลองคันที่ 2 แล้วสอดปลายอีกข้างหนึ่งลอดใต้ท้องรถทดลองคันที่ 1 และสอดใต้กระดาษคาร์บอนของเครื่องเคาะสัญญาณเวลาซึ่งอยู่ทางด้านเดียวกับรถทดลองคันที่ 1

กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทั้งสองเครื่องทำงาน แล้วตัดด้ายที่ผูกรถทดลองทั้งสอง สังเกตการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสอง เขียนข้อความบนแถบกระดาษ เพื่อบ่งว่าแถบกระดาษใดเป็นของรถทดลองคันใด

ทำการทดลองแบบเดิมซ้ำอีก 2 ครั้ง โดยเพิ่มแท่งเหล็กบนรถทดลองคันที่ 2 ให้มีมวลเป็น 2 และ 3 เท่าของรถคันที่ 1

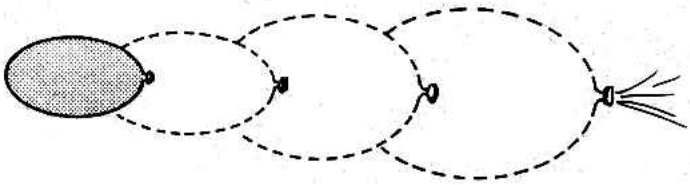
จากแถบกระดาษที่ได้จากการทดลองแต่ละครั้ง นำมาหาขนาดของความเร็ว คำนวณหาโมเมนตัม ผลรวมของโมเมนตัม พลังงานจลน์และผลรวมของพลังงานจลน์ทั้งก่อนการดีดตัวและหลังจากการดีดตัวของรถทดลอง พร้อมทั้งกำหนดเครื่องหมายแสดงทิศของความเร็วและโมเมนตัม โดย

ให้ความเร็วที่มีทิศไปทางหนึ่งมีเครื่องหมายบวก และทิศที่ตรงข้ามมีเครื่องหมายลบ ออกแบบตารางบันทึกผลการทดลอง พร้อมทั้งบันทึกผลการทดลองในตาราง

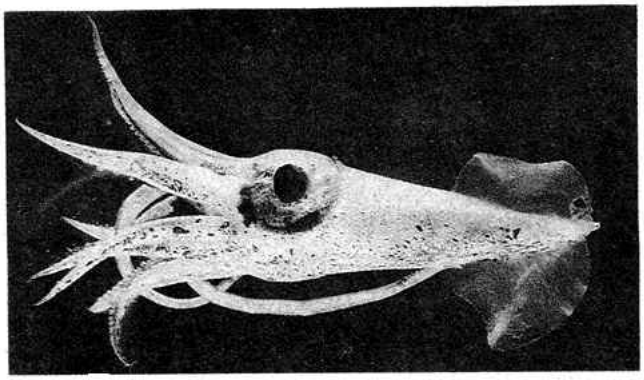
- ☐ *หลังจากรถทดลองทั้งสองดีดตัวแยกจากกัน ในแต่ละกรณีรถทดลองทั้งสองเคลื่อนที่อย่างไร*
- ☐ *หลังจากรถทดลองทั้งสองดีดตัวแยกจากกัน ในแต่ละกรณีขนาดและทิศทางของโมเมนตัมของรถทดลองทั้งสองเป็นอย่างไร*
- ☐ *หลังจากรถทดลองทั้งสองดีดตัวแยกจากกัน ในแต่ละกรณีผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองทั้งสองมีค่าเท่าใด*

จากการทดลอง 10.2 ในแต่ละกรณีจะเห็นได้ว่าก่อนการดีดตัวของรถทดลอง ผลรวมของโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของระบบเป็นศูนย์ เพราะรถทดลองหยุดนิ่ง หลังจากการดีดตัวของรถทดลองแต่ละกรณีขนาดโมเมนตัมของรถทดลองทั้งสองเท่ากัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน ผลรวมของโมเมนตัมของระบบจึงเป็นศูนย์ ส่วนผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบไม่เป็นศูนย์ ทั้งนี้เนื่องจากก่อนตัดเส้นด้ายพลังงานจลน์ของรถทดลองแต่ละคันเป็นศูนย์ เมื่อตัดเส้นด้ายแล้วสปริงจะดีดตัวออกและถ่ายโอนพลังงานศักย์ยืดหยุ่นให้แก่รถทดลองทั้งสอง พลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานจลน์เป็นสาเหตุให้รถทดลองทั้งสองคันเคลื่อนที่แยกไปคนละทาง ดังนั้นผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบภายหลังรถทดลองแยกตัวออกจากกันจึงไม่เป็นศูนย์ จึงสรุปได้ว่า**การดีดตัวของวัตถุด้วยพลังงานภายในระบบ โมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว แต่พลังงานจลน์ของระบบไม่คงตัว**

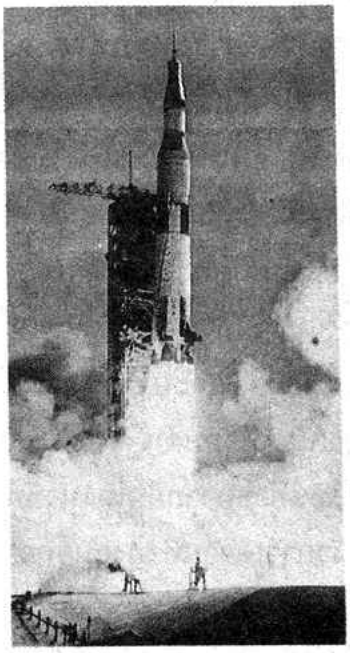
ตัวอย่างของปรากฏการณ์ที่คล้ายกับการทดลองนี้ได้แก่ การเคลื่อนที่ของปืนหลังการยิง การเคลื่อนที่ของจรวด การเคลื่อนที่ของปลาหมึก การเคลื่อนที่ของลูกโป่งอิสระขณะปล่อยอากาศออก



ก. การเคลื่อนที่ของลูกโป่ง



ข. การเคลื่อนที่ของปลาหมึก



ค. การเคลื่อนที่ของจรวด

รูป 10.20 การเคลื่อนที่ของสิ่งต่าง ๆ

คำถาม 10.4 จงอธิบายการเคลื่อนที่ของสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้ โดยใช้กฎการอนุรักษ์ของโมเมนตัมของระบบ

ก. การเคลื่อนที่ของตัวปืนหลังการยิง

ข. การเคลื่อนที่ของปลาหมึก (ปลาหมึกเคลื่อนที่ไปข้างหน้าได้โดยการพ่นน้ำออกทางด้านท้าย)

ค. การเคลื่อนที่ของลูกโป่งอิสระขณะปล่อยอากาศออก

10.4.2 การชนในสองมิติ

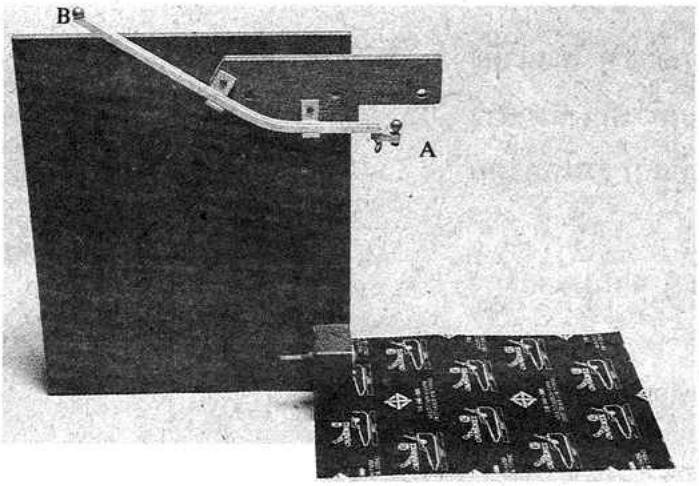
การชนที่ศึกษามาแล้วนั้นเป็นการชนในแนวตรงหรือการชนในหนึ่งมิติ การชนของวัตถุโดยทั่วไปหลังจากการชนวัตถุทั้งสองอาจจะกระเด็นไปคนละทาง โดยไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันหรือเคลื่อนที่แยกจากกันในแนวที่ทำมุมกัน การชนลักษณะนี้เรียกว่า ***การชนในสองมิติ*** ซึ่งสามารถสังเกตได้โดยการใช้ถาดลดแรงเสียดทานพร้อมแท่งไม้ 2 แท่ง วางแท่งไม้ทั้งสองในถาด แล้วผลักแท่งไม้แท่งหนึ่งเข้าชนอีกแท่งหนึ่ง ทดลองผลักแท่งไม้หลาย ๆ ครั้งด้วยแรงที่มีขนาดและทิศต่าง ๆ กัน ภายหลังการชนบางครั้งแท่งไม้ทั้งสองเคลื่อนที่ในแนวเดียวกัน ซึ่งเป็นการชนในหนึ่งมิติ และบางครั้งแท่งไม้ทั้งสองเคลื่อนที่แยกจากกันในแนวที่ทำมุมกัน ซึ่งเป็นการชนในสองมิติ การที่วัตถุเคลื่อนที่ออกจากกันในแนวที่ทำมุมกันหลังจากการชน เพราะแนวการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าชนไม่ผ่านศูนย์กลางมวลของวัตถุที่ถูกชน

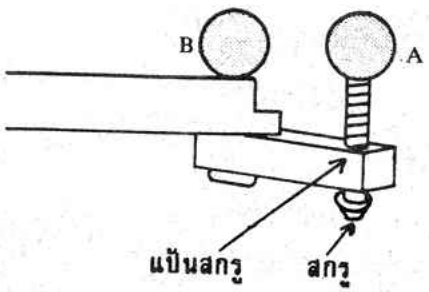
การชนในสองมิตินั้น ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและหลังการชนจะเป็นอย่างไรศึกษาได้จากการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง 10.3 การชนของลูกกลมโลหะในสองมิติ

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของผลรวมของโมเมนตัมของวัตถุก่อนและหลังการชนเมื่อวัตถุชนกันในสองมิติ

วิธีทดลอง ใช้ชุดทดลองการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง แล้วปรับปลายรางด้านล่างให้อยู่ในแนวระดับดังรูป 10.21 ก วางลูกกลมโลหะ A บนสกรูซึ่งติดกับแป้นสกรูที่ปลายรางด้านล่าง นำลูกกลมโลหะ B มาวางที่ปลายรางด้านล่าง หมุนสกรูจนลูกกลมโลหะ A อยู่ระดับเดียวกับลูกกลมโลหะ B ดังรูป 10.21 ข





ก. ชุดทดลองการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง ข. ตำแหน่งสกรูและแป้นสกรู

รูป 10.21 การจัดตั้งเครื่องมือศึกษาการชนในสองมิติ

เบนแป้นสกรูไปทางด้านข้างให้ทำมุมกับปลายรางเล็กน้อย ย้ายลูกกลมโลหะ B ไปวางที่ปลายรางด้านบน ใช้ปลายดินสอค่อย ๆ เขี่ยลูกกลมโลหะ B ให้กลิ้งลงมาตามรางและเข้าชนลูกกลมโลหะ A สังเกตดูว่าลูกกลมโลหะทั้งสองกระทบพื้น ณ ตำแหน่งใด และเวลาที่ตกถึงพื้นพร้อมกันหรือไม่

นำกระดาษขาววางบนพื้นให้ขอบกระดาษด้านกว้างอยู่ชิดกับฐานไม้ และให้แผ่นกระดาษคลุมบริเวณที่ลูกกลมทั้งสองตกลงบนพื้น ใช้กระดาษกาวหรือดินน้ำมันตรึงกระดาษไว้กับพื้น แล้ววางกระดาษคาร์บอนซ้อนบนกระดาษขาวอีกชั้นหนึ่ง เมื่อลูกกลมโลหะทั้งสองตกลงบนกระดาษคาร์บอนก็จะเกิดรอยบนกระดาษขาวให้เห็นตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะตกบนกระดาษขาวได้

วางลูกกลมโลหะ A บนสกรู และวางลูกกลมโลหะ B ที่ปลายรางด้านบน ใช้ปลายดินสอค่อย ๆ เขี่ยให้ลูกกลมโลหะ B กลิ้งลงมาตามรางและเข้าชนลูกกลมโลหะ A

เขียนตำแหน่ง A_1 ตรงตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะ A ตกกระทบบนกระดาษ

เขียนตำแหน่ง B_1 ตรงตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะ B ตกกระทบบนกระดาษ

ปล่อยลูกกลมโลหะจากใต้สกรูให้ตกตรง ๆ ในแนวดิ่ง หรืออาจใช้ด้ายร้อยเข็มทำเป็นลูกดิ่งห้อยจากตำแหน่งดังกล่าว

เขียนตำแหน่ง A ตรงตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะตกกระทบบนกระดาษ

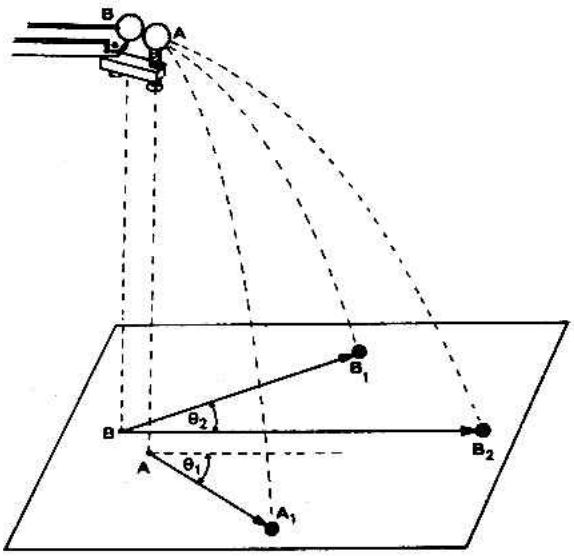
ปล่อยลูกกลมโลหะตกลงมาตรง ๆ จากปลายรางด้านล่าง

เขียนตำแหน่ง B ตรงตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะตกกระทบบนกระดาษ

วางลูกกลมโลหะ B บนปลายรางด้านบนและเบนแป้นสกรูออกให้พ้นแนวทางการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะนี้ ใช้ปลายดินสอค่อย ๆ เขี่ยให้ลูกกลมโลหะกลิ้งลงมาตามราง

เขียนตำแหน่ง B_2 ตรงตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะตกกระทบบนกระดาษ

แกะกระดาษกาวหรือดินน้ำมันออก และนำกระดาษขาวมาลากเส้นตรง AA_1 BB_1 และ BB_2 ดังรูป 10.22



รูป 10.22 ตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะตกลงบนกระดาษขาว

☐ *เมื่อลูกกลมโลหะ B กลิ้งลงมาตามรางเข้าชนลูกกลมโลหะ A ลูกกลมโลหะทั้งสองตกถึงพื้นพร้อมกันหรือไม่*

การทดลอง 10.3 นี้ จะสังเกตเห็นว่าภายหลังลูกกลมโลหะ B ชนลูกกลมโลหะ A ลูกกลมโลหะทั้งสองจะตกถึงพื้นพร้อมกันเสมอ นอกจากนี้ถึงแม้ว่าลูกกลมโลหะ B จะเคลื่อนที่โดยไม่ชนลูกกลมโลหะ A ก็ยังคงตกถึงพื้นด้วยเวลาเท่าเดิม ถ้าปลายรางด้านล่างสูงจากพื้นเท่าเดิม

เมื่อพิจารณาก่อนการชน การกระจัดในแนวระดับของลูกกลมโลหะ B คือ $\overrightarrow{BB}_2$

ภายหลังการชน การกระจัดในแนวระดับของลูกกลมโลหะ A คือ $\overrightarrow{AA}_1$ และการกระจัดของลูกกลมโลหะ B คือ $\overrightarrow{BB}_1$

☐ *การกระจัดลัพธ์ของการกระจัด* $\overrightarrow{AA}_1$ *และ* $\overrightarrow{BB}_1$ *โดยวิธีหางต่อหัวเท่ากับการกระจัด* $\overrightarrow{BB}_2$ *หรือไม่อย่างไร*

ในการทดลองนี้เมื่อพิจารณาก่อนการชน ลูกกลมโลหะ B เคลื่อนที่ไปบนรางที่อยู่ในแนวระดับ ความเร็วของลูกกลมโลหะ B ก่อนการชนจึงเป็นความเร็วในแนวระดับ ภายหลังการชนจะเห็นว่าไม่มีแรงในแนวระดับกระทำต่อลูกกลมโลหะทั้งสอง แสดงว่าลูกกลมโลหะทั้งสองไม่มีการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ในแนวระดับ ความเร็วในแนวระดับของลูกกลมโลหะทั้งสองจึงมีค่าคงตัวและเนื่องจากเวลาในการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะที่ตกถึงพื้น Δt เท่ากัน ดังนั้นความเร็วในแนวระดับของลูกกลมโลหะ B ก่อนการชนเท่ากับ $\frac{\overrightarrow{BB}_2}{\Delta t}$ และความเร็วในแนวระดับของลูกกลมโลหะ A และ B ภายหลังการชนเท่ากับ $\frac{\overrightarrow{AA}_1}{\Delta t}$ และ $\frac{\overrightarrow{BB}_1}{\Delta t}$ ตามลำดับ

☐ *ผลรวมของความเร็ว* $\frac{\overrightarrow{AA}_1}{\Delta t}$ *กับ* $\frac{\overrightarrow{BB}_1}{\Delta t}$ *เท่ากับความเร็ว* $\frac{\overrightarrow{BB}_2}{\Delta t}$ *หรือไม่ อย่างไร*

ลูกกลมโลหะ A และ B ที่ใช้ในการทดลองนี้มีมวล m เท่ากัน โมเมนตัมในแนวระดับของลูกกลมโลหะ B ก่อนการชนเท่ากับ $m\frac{\overrightarrow{BB}_2}{\Delta t}$ ส่วนโมเมนตัมในแนวระดับของลูกกลมโลหะ A และ B ภายหลังการชนเท่ากับ $m\frac{\overrightarrow{AA}_1}{\Delta t}$ และ $m\frac{\overrightarrow{BB}_1}{\Delta t}$ ตามลำดับ

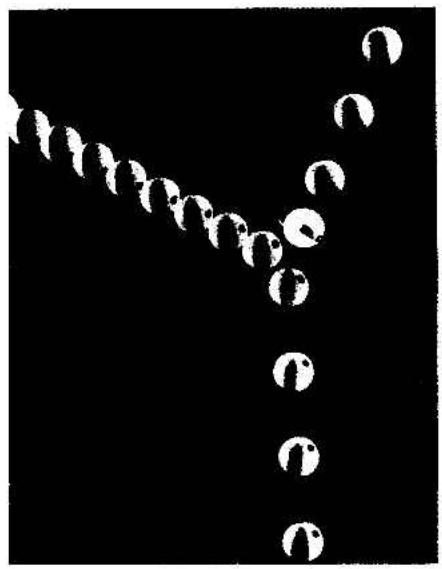
☐ *ผลรวมของโมเมนตัม* $m\frac{\overrightarrow{AA}_1}{\Delta t}$ *กับ* $m\frac{\overrightarrow{BB}_1}{\Delta t}$ *เท่ากับ โมเมนตัม* $m\frac{\overrightarrow{BB}_2}{\Delta t}$ *หรือไม่ อย่างไร*

จากการทดลอง 10.3 นี้ โมเมนตัมในแนวระดับของลูกกลมโลหะ B เมื่อไม่มีการชนคือโมเมนตัมของลูกกลมโลหะ B ก่อนการชน จึงสรุปได้ว่าโมเมนตัมก่อนการชนของลูกกลมโลหะ B เท่ากับผลรวมของโมเมนตัมหลังการชนของลูกกลมโลหะ A และ B

เมื่อพิจารณาโมเมนตัมของลูกกลมโลหะทั้งสองก่อนการชน โมเมนตัมของลูกกลมโลหะ A เป็นศูนย์ ดังนั้นผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนของลูกกลมโลหะ A และ B จึงเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของลูกกลมโลหะ B เมื่อไม่มีการชน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า การชนในสองมิติ ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนของวัตถุเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของวัตถุภายหลังการชน ซึ่งข้อสรุปนี้เป็นเช่นเดียวกับการชนในหนึ่งมิติ

การชนในสองมิติมีทั้งการชนแบบยืดหยุ่นและการชนแบบไม่ยืดหยุ่น ผลรวมของโมเมนตัมของระบบ และผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบ ก่อนการชนและภายหลังการชนจะมีผลเช่นเดียวกับการชนในหนึ่งมิติ กล่าวคือ **การชนแบบยืดหยุ่น ผลรวมของโมเมนตัมของระบบ และผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัว ส่วนการชนแบบไม่ยืดหยุ่น ผลรวมของโมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว แต่ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบ มีค่าไม่คงตัว**

คำถาม 10.5 จากรูป 10.23 เป็นรูปถ่ายของลูกบิลเลียดสองลูกชนกันใน 2 มิติ ถ่ายโดยใช้แสงที่เป็นจังหวะถ่ายซ้ำลงบนฟิล์มแผ่นเดิม ให้เห็นตำแหน่งลูกบิลเลียดทุก ๆ 1/30 วินาที ลูกบิลเลียดที่มีจุดดำวิ่งมาจากขอบล่างของภาพเข้าชนลูกบิลเลียดอีกลูกหนึ่งซึ่งหยุดนิ่ง หลังจากการชนลูกบิลเลียดที่วิ่งเข้าชนกระเด็นไปทางซ้าย ส่วนลูกบิลเลียดที่ถูกชนกระเด็นไปทางขวา ถ้าลูกบิลเลียดแต่ละลูกมีมวล 173 กรัม ให้วัดระยะทางจากภาพ คำนวณหาความเร็วของลูกบิลเลียดก่อนชนและภายหลังชน จงแสดงให้เห็นว่าผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและภายหลังการชนของระบบเท่ากัน



รูป 10.23 รูปถ่ายลูกบิลเลียด 2 ลูกชนกัน

เมื่อพิจารณาจากการทดลอง 10.1 และ 10.2 ซึ่งต่างก็เป็นระบบที่ประกอบด้วยวัตถุ 2 สิ่ง ช่วงเวลาที่ใช้หาความเร็วก่อนการชน และช่วงเวลาที่ใช้หาความเร็วภายหลังการชนเป็นช่วงเวลาสั้นมาก ผลของแรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ นี้จะทำให้วัตถุเปลี่ยนความเร็วน้อยมาก จึงอาจคิดได้ว่าแรงภายนอกที่กระทำต่อระบบเป็นศูนย์

ถ้าระบบหนึ่งประกอบด้วยวัตถุมวล m กำลังเคลื่อนที่ไปบนพื้นระดับด้วยความเร็ว $\vec{v}$

- ☐ *โมเมนตัมของวัตถุนี้เป็นเท่าใด*
- ☐ *วัตถุนี้จะเคลื่อนที่ไปบนพื้นระดับด้วยความเร็วคงตัวตลอดไปหรือไม่ เพราะเหตุใด*

โดยทั่วไปพื้นโต๊ะมีแรงเสียดทานต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุ ดังนั้นขนาดโมเมนตัมของวัตถุจะลดลงเรื่อย ๆ และจะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อวัตถุหยุดการเคลื่อนที่ ถ้าโต๊ะไม่มีแรงเสียดทานวัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ คงตัวตลอดไปตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน โมเมนตัมของวัตถุจะคงตัวตลอดการเคลื่อนที่ สรุปได้ว่าระบบที่ประกอบด้วยวัตถุเดียว จะมีโมเมนตัมคงตัวเมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบ

ดังนั้นจึงสามารถสรุปเป็นกฎได้ว่า **ถ้าไม่มีแรงลัพธ์กระทำต่อระบบแล้ว โมเมนตัมของระบบจะมีค่าคงตัว** ซึ่งเรียกว่า ***กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม*** กฎนี้ใช้ได้ทั่วไปไม่ว่าระบบที่กำลังพิจารณาจะเป็นระบบที่ประกอบด้วยวัตถุจำนวนมาก หรือเป็นระบบที่มีขนาดเท่าใดก็ตาม ตัวอย่างเช่น ระบบสุริยะที่มีขนาดใหญ่มหาศาล หรือแม้แต่อะตอมที่มีขนาดเล็กมาก ๆ

การชนที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการชนของวัตถุที่มีการสัมผัสกันโดยตรง การชนในวิชาฟิสิกส์มิได้หมายถึงเฉพาะกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่มาสัมผัสกันเท่านั้น แต่ยังหมายถึงกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่มาใกล้กันและส่งแรงกระทำซึ่งกันและกันโดยวัตถุในระบบไม่สัมผัสกัน เช่น ถ้าผูกแท่งแม่เหล็กไว้บนรถทดลองสองคันโดยให้ขั้วเหมือนกันหันเข้าหากัน เมื่อรถทดลองทั้งสองเคลื่อนที่เข้ามาใกล้กันถึงระยะหนึ่ง แรงผลักจากแท่งแม่เหล็กทั้งสองจะทำให้รถทั้งสองถอยห่างออกจากกัน การชนในลักษณะนี้วัตถุทั้งสองจะถ่ายโอนโมเมนตัมและพลังงานซึ่งกันและกัน การถ่ายโอนดังกล่าวก็จะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมและกฎการอนุรักษ์พลังงานเช่นเดียวกัน

คำถาม 10.6 ลูกกลมโลหะ A และ B มีมวล m เท่ากัน ลูกกลมโลหะ A เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ เข้าชนลูกกลมโลหะ B ซึ่งอยู่นิ่ง ถ้าการชนนี้เป็นการชนในสองมิติ และเป็นการชนแบบยืดหยุ่น ภายหลังการชนลูกกลมโลหะทั้งสองเคลื่อนที่แยกออกจากกัน จงแสดงให้เห็นว่าหลังการชนวัตถุทั้งสองจะแยกออกจากกันเป็นมุม 90 องศา

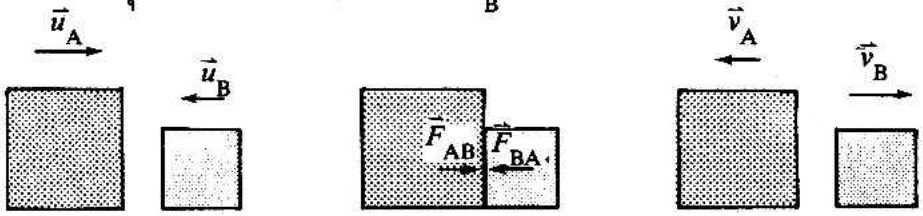
10.5 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตันและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

การศึกษาการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุที่ผ่านมาเป็นการศึกษาจากการชนของวัตถุโดยการทดลองแล้วสรุปเป็นกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม นอกจากวิธีการดังกล่าวแล้วยังสามารถใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตันมาอธิบายและสรุปเป็นกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมได้ ซึ่งจะศึกษาต่อไป

ให้วัตถุ A มวล m_A เคลื่อนที่เข้าชนวัตถุ B ซึ่งมีมวล m_B

ก่อนการชน วัตถุ A เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{u}_A$
วัตถุ B เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{u}_B$

ภายหลังการชน วัตถุ A เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}_A$
วัตถุ B เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}_B$



รูป 10.24 การชนกันระหว่างวัตถุ A และ B

ขณะที่วัตถุ A ชนกับวัตถุ B จะมีแรงกิริยา-ปฏิกิริยาเกิดขึ้น แรงทั้งสองนี้มีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงข้าม ซึ่งเป็นไปตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน

ให้ $\vec{F}_{AB}$ แทนแรงที่วัตถุ A กระทำต่อวัตถุ B

$\vec{F}_{BA}$ แทนแรงที่วัตถุ B กระทำต่อวัตถุ A

Δt แทนช่วงเวลาที่วัตถุ A ชนกับวัตถุ B

จะได้ $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

หรือ $\vec{F}_{AB}\,\Delta t = -\vec{F}_{BA}\,\Delta t$ ..... (10.6)

$\vec{F}_{AB}\,\Delta t$ คือการดลที่เกิดขึ้นกับวัตถุ B

$\vec{F}_{BA}\,\Delta t$ คือการดลที่เกิดขึ้นกับวัตถุ A

จากสมการ (10.5) $\vec{F}\,\Delta t = m\vec{v} - m\vec{u}$

ดังนั้น $\vec{F}_{AB}\,\Delta t = m_B\vec{v}_B - m_B\vec{u}_B$

และ $\vec{F}_{BA}\,\Delta t = m_A\vec{v}_A - m_A\vec{u}_A$

แทนค่าในสมการ (10.6) จะได้

$$m_B\vec{v}_B - m_B\vec{u}_B = -(m_A\vec{v}_A - m_A\vec{u}_A)$$

$$m_A\vec{u}_A + m_B\vec{u}_B = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$$

นั่นคือ **ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนของระบบเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมหลังการชนของระบบ เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำ**

จากการใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตันพิจารณาผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและภายหลังการชน จะเห็นว่าข้อสรุปเกี่ยวกับกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมที่ได้จะต้องไม่พิจารณาแรงลัพธ์ภายนอกที่มากระทำต่อระบบ

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมสามารถนำไปอธิบายเหตุการณ์บางอย่างได้ เช่น การยิงปืน ก่อนการยิงโมเมนตัมของปืนและลูกกระสุนปืนเท่ากับศูนย์ ขณะยิงลูกกระสุนปืนจะเคลื่อนที่ไปข้างหน้า ดังนั้นโมเมนตัมของลูกกระสุนปืนจึงมีทิศไปข้างหน้า ตัวปืนจึงเคลื่อนที่เข้าหาตัวผู้ยิงด้วยขนาดโมเมนตัมเท่ากับโมเมนตัมของลูกกระสุนปืน ทั้งนี้เพราะผลรวมของโมเมนตัมของระบบจะต้องมีค่าคงตัว

ถ้าลูกกระสุนปืนมีมวล m เคลื่อนที่ออกจากปากกระบอกปืนด้วยความเร็ว $\vec{v}$

ตัวปืนมีมวล M เคลื่อนที่ถอยหลังด้วยความเร็ว $\vec{V}$

นั่นคือ โมเมนตัมของลูกกระสุนปืน $= m\vec{v}$

โมเมนตัมของตัวปืน $= M\vec{V}$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมมตัมก่อนการยิงปืน = ผลรวมของโมเมนตัมภายหลังการยิงปืน

ดังนั้น $0 = m\vec{v} + M\vec{V}$

หรือ $-M\vec{V} = m\vec{v}$

นั่นคือ โมเมนตัมของตัวปืนมีขนาดเท่ากับโมเมนตัมของลูกกระสุนปืน และมีทิศตรงข้ามกัน

คำถาม 10.7 จรวดขณะอยู่ในอากาศได้พ่นแก๊สออกทางด้านท้ายด้วยความเร็วสูง จงอธิบายว่าจรวดเคลื่อนที่ไปได้อย่างไร

ตัวอย่าง 10.4 นักเล่นสเกต 2 คนมีมวล 50 และ 60 กิโลกรัม ตามลำดับ กำลังเล่นสเกตบนลานน้ำแข็ง ถ้าคนแรกกำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที แล้วพุ่งเข้าชนคนที่สอง ปรากฏว่าภายหลังการชนคนที่สองเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 3 เมตรต่อวินาที คนแรกจะเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วเท่าใด เมื่อไม่คิดแรงเสียดทานและการชนเป็นการชนในแนวตรง

วิธีทำ

กำหนดให้ ความเร็วที่มีทิศไปทางตะวันออก มีเครื่องหมาย +
ดังนั้น ความเร็วที่มีทิศไปทางตะวันตก มีเครื่องหมาย –
หลังการชนนักเล่นสเกตคนแรกเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$
จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชน = ผลรวมของโมเมนตัม
หลังการชน

ก่อนการชน โมเมนตัมของนักเล่นสเกตคนแรก

$$= (50\ \text{kg}) \times (+5\ \text{m/s})$$

$$= +250\ \text{kg m/s}$$

โมเมนตัมของนักเล่นสเกตคนที่สอง

$$= 0$$

หลังการชน โมเมนตัมของนักเล่นสเกตคนแรก

$$= (50\ \text{kg}) \times v$$

$$= 50v\ \text{kg}$$

โมเมนตัมของนักเล่นสเกตคนที่สอง

$$= (60\ \text{kg}) \times (+3\ \text{m/s})$$

$$= +180\ \text{kg m/s}$$

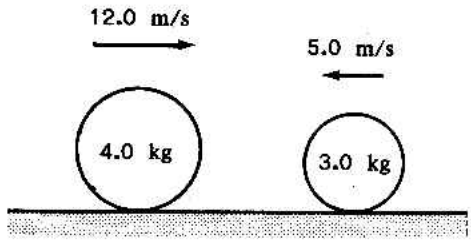
ดังนั้น $+250\ \text{kg m/s} + 0 = 50v\ \text{kg} + 180\ \text{kg m/s}$

$$v = +1.4\ \text{m/s}$$

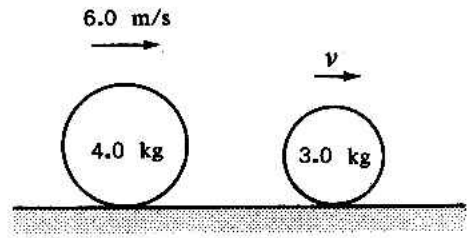
ตอบ หลังการชนนักเล่นสเกตคนแรกจะเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออก ด้วยความเร็ว 1.4 เมตรต่อวินาที

ตัวอย่าง 10.5 มวลขนาด 4.0 และ 3.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่เข้าหากันบนพื้นไม้ที่ไม่มีความเสียดทาน ด้วยความเร็ว 12.0 และ 5.0 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ หลังจากชนกันมวล 4.0 กิโลกรัมยังคงเคลื่อนที่ไปทางทิศเดิมด้วยความเร็ว 6 เมตรต่อวินาที การชนของวัตถุทั้งสองนี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ยืดหยุ่น ถ้าการชนของวัตถุทั้งสองเป็นการชนในแนวตรง

วิธีทำ การที่จะทราบว่าการชนของวัตถุเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ยืดหยุ่นนั้น จะต้องพิจารณาผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบภายหลังการชนว่าเท่ากันหรือไม่ ซึ่งการคำนวณหาพลังงานจลน์จะต้องคำนวณหาความเร็วของมวล 3.0 กิโลกรัม หลังการชน โดยใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม



ก่อนการชน



ภายหลังการชน

รูป 10.25 การชนกันระหว่างมวล 4.0 และ 3.0 กิโลกรัม

พิจารณาจากรูป 10.25

กำหนดให้ความเร็วของวัตถุไปทางขวามีเครื่องหมาย +

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุไปทางซ้ายมีเครื่องหมาย –

ความเร็วของมวล 3.0 กิโลกรัมหลังการชนเป็น v

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชน

= ผลรวมของโมเมนตัมหลังการชน

ก่อนการชน

โมเมนตัมของมวล 4.0 กิโลกรัม

$= (4.0\ \text{kg}) \times (+12.0\ \text{m/s})$

$= +48.0\ \text{kg m/s}$

โมเมนตัมของมวล 3.0 กิโลกรัม

$= (3.0\ \text{kg}) \times (-5.0\ \text{m/s})$

$= -15.0\ \text{kg m/s}$

หลังการชน

โมเมนตัมของมวล 4.0 กิโลกรัม

$= (4.0\ \text{kg}) \times (+6.0\ \text{m/s})$

$= +24.0\ \text{kg m/s}$

โมเมนตัมของมวล 3.0 กิโลกรัม

$= (3.0\ \text{kg}) \times v$

$= 3.0\ v\ \text{kg}$

ดังนั้น $(+48.0\ \text{kg m/s}) + (-15.0\ \text{kg m/s})$

$= (+24.0\ \text{kg m/s}) + (3.0\ v\ \text{kg})$

$v = +3.0\ \text{m/s}$

นั่นคือ ภายหลังการชนมวล 3.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปทางขวา ด้วยความเร็ว 3.0 เมตรต่อวินาที

พิจารณาผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและภายหลังการชน

ก่อนการชน

พลังงานจลน์ของมวล 4.0 กิโลกรัม

$= \frac{1}{2}\ (4.0\ \text{kg}) \times (12.0\ \text{m/s})^2$

$= 288.0\ \text{J}$

พลังงานจลน์ของมวล 3.0 กิโลกรัม

$= \frac{1}{2}\ (3.0\ \text{kg}) \times (5.0\ \text{m/s})^2$

$= 37.5\ \text{J}$

ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชน

$= 288.0\ \text{J} + 37.5\ \text{J}$

$= 325.5\ \text{J}$

หลังการชน

พลังงานจลน์ของมวล 4.0 กิโลกรัม

$= \frac{1}{2}\ (4.0\ \text{kg}) \times (6.0\ \text{m/s})^2$

$= 72.0\ \text{J}$

พลังงานจลน์ของมวล 3.0 กิโลกรัม

$= \frac{1}{2}\ (3.0\ \text{kg}) \times (3.0\ \text{m/s})^2$

$= 13.5\ \text{J}$

ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบหลังการชน

$= 72.0\ \text{J} + 13.5\ \text{J}$

$= 85.5\ \text{J}$

ตอบ ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบภายหลังการชนน้อยกว่าผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชน ซึ่งเป็นการชนของวัตถุแบบไม่ยืดหยุ่น

ตัวอย่าง 10.6 รถยนต์มวล 1,200 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ชนกับรถบรรทุกมวล 3,200 กิโลกรัม ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที หลังจากการชนรถทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป ความเร็วของรถทั้งสองภายหลังการชนเป็นเท่าใด ไม่คิดความเสียดทานระหว่างถนนกับรถยนต์ทั้งสอง

วิธีทำ

กำหนดให้ ภายหลังการชนรถทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในทิศทำมุมกับทิศตะวันออกเฉียงไปทางทิศเหนือ เป็นมุม θ

ก่อนการชน

โมเมนตัมของรถยนต์

= (1,200 kg) × (20 m/s)

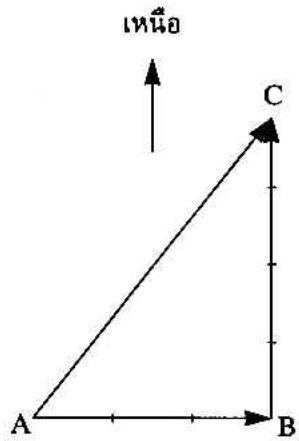
= 24,000 kg m/s ไปทางทิศตะวันออก

โมเมนตัมของรถบรรทุก

= (3,200 kg) × (10 m/s)

= 32,000 kg m/s ไปทางทิศเหนือ

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนหาได้โดยการรวมเวกเตอร์แบบหางต่อหัว ดังรูป 10.26 โดยใช้มาตราส่วน 8,000 kg m/s : ความยาว 1 เซนติเมตร



รูป 10.26 การรวมโมเมนตัมของระบบ

$\overrightarrow{AB}$ แทนโมเมนตัมของรถยนต์ก่อนการชนมีขนาด

= 24,000 kg m/s

$\overrightarrow{BC}$ แทนโมเมนตัมของรถบรรทุกก่อนการชนมีขนาด

= 32,000 kg m/s

ดังนั้น $\overrightarrow{AC}$ แทนผลรวมของโมเมนตัมของรถทั้งสองก่อนการชน โดยขนาดของผลรวมโมเมนตัมของรถทั้งสอง

$= \sqrt{(24{,}000 \text{ kg m/s})^2 + (32{,}000 \text{ kg m/s})^2}$

= 40,000 kg m/s

หลังการชน

โมเมนตัมของรถทั้งสอง

$$= (1{,}200 \text{ kg} + 3{,}200 \text{ kg}) \times v$$

$$= 4{,}400\ v \text{ kg}$$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชน

= ผลรวมของโมเมนตัมหลังการชน

ดังนั้น $40{,}000 \text{ kg m/s} = 4{,}400\ v \text{ kg}$

$$v = 9.1 \text{ m/s}$$

หลังการชนรถทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไปในทิศทำมุม θ กับทิศตะวันออกเฉียงไปทางทิศเหนือ ตามทิศของผลรวมโมเมนตัม

$$\tan \theta = \frac{32{,}000 \text{ kg m/s}}{24{,}000 \text{ kg m/s}}$$

$$= 1.3333$$

$$\theta = 53^\circ$$

ตอบ หลังการชนรถทั้งสองเคลื่อนที่ในทิศทำมุม 53 องศา กับทิศตะวันออกเฉียงไปทางทิศเหนือ ด้วยความเร็ว 9.1 เมตรต่อวินาที

ตัวอย่าง 10.7 วัตถุ ก มวล 1 กิโลกรัม และวัตถุ ข มวล 2 กิโลกรัม วางอยู่บนโต๊ะราบที่ไม่มีความเสียดทาน ระหว่างวัตถุทั้งสองมีสปริงคั่นอยู่ โดยสปริงไม่ได้ยึดติดกับวัตถุทั้งสอง ออกแรงอัดวัตถุ ก และวัตถุ ข เข้าหากัน แล้วปล่อยให้สปริงดีดวัตถุทั้งสองจากสภาพหยุดนิ่ง ปรากฏว่าวัตถุ ข เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 0.5 เมตรต่อวินาที จงหา

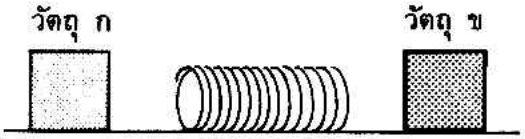
ก. ความเร็วของวัตถุ ก ขณะที่สปริงดีดตัว

ข. พลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริง ขณะที่ออกแรงอัดวัตถุ ก และ ข เข้าหากัน

วิธีทำ ก. เนื่องจากวัตถุ ก และ ข จะเคลื่อนที่ออกจากกันในทิศตรงข้ามหลังจากเอาแรงที่อัดวัตถุ ก และ ข ออกไป

กำหนดให้ ความเร็วของวัตถุที่มีทิศไปทางขวา มีเครื่องหมาย +
ความเร็วของวัตถุที่มีทิศไปทางซ้าย มีเครื่องหมาย –
หลังจากเอาแรงที่อัดวัตถุออกไป วัตถุ ก เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v

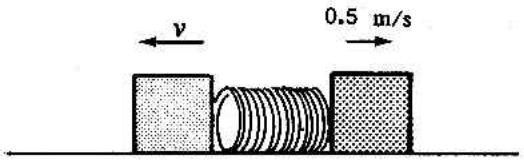
จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม
ผลรวมของโมเมนตัมก่อนสปริงดีดตัว
= ผลรวมของโมเมนตัมหลังการดีดตัว



ก. ก่อนออกแรงอัด

ก่อนการดีดตัว

โมเมนตัมของวัตถุ ก = 0
โมเมนตัมของวัตถุ ข = 0



ข. ขณะที่เอาแรงที่อัดวัตถุออกไป

รูป 10.27 วัตถุ ก และวัตถุ ข วางบนพื้นราบโดยมีสปริงคั่นกลาง

หลังการดีดตัว

$$\text{โมเมนตัมของวัตถุ ก} = (1\ \text{kg}) \times v$$
$$= v\ \text{kg}$$
$$\text{โมเมนตัมของวัตถุ ข} = (2\ \text{kg}) \times (+0.5\ \text{m/s})$$
$$= +1.0\ \text{kg m/s}$$
$$\text{ดังนั้น } 0 + 0 = v\ \text{kg} + (+1.0\ \text{kg m/s})$$
$$v = -1\ \text{m/s}$$

ตอบ นั่นคือ วัตถุ ก เคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกับวัตถุ ข ด้วยความเร็ว 1 เมตรต่อวินาที

ข. เนื่องจากพลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริงถ่ายโอนให้กับวัตถุ ก และ ข และเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ในวัตถุ ก และ ข

พลังงานจลน์ของวัตถุ ก

$$= \frac{1}{2} \times (1 \text{ kg}) \times (1 \text{ m/s})^2$$

$$= 0.5 \text{ J}$$

พลังงานจลน์ของวัตถุ ข

$$= \frac{1}{2} \times (2 \text{ kg}) \times (0.5 \text{ m/s})^2$$

$$= 0.25 \text{ J}$$

ดังนั้นผลรวมของพลังงานจลน์ของวัตถุหลังการดีดตัว

$$= (0.5 \text{ J}) + (0.25 \text{ J})$$

$$= 0.75 \text{ J}$$

จะได้พลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริง

$$= 0.75 \text{ J}$$

ตอบ พลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริงเท่ากับ 0.75 จูล

ตัวอย่าง 10.8 ลูกระเบิดลูกหนึ่งตกลงในแนวดิ่ง ขณะที่อยู่สูงจากพื้นดิน 2,000 เมตร และมีความเร็ว 60 เมตรต่อวินาที ได้ระเบิดขึ้นและแยกออกเป็นสองเสี่ยงเท่า ๆ กัน ทันทีทันใดหลังการระเบิด ชิ้นส่วนหนึ่งเคลื่อนที่ลงในแนวดิ่งด้วยความเร็ว 80 เมตรต่อวินาที จงหาว่าหลังจากนั้น 10 วินาที ชิ้นส่วนของระเบิดทั้งสองอยู่ห่างกันเท่าใด

วิธีทำ ขั้นแรกจะต้องหาความเร็วของชิ้นส่วนระเบิดอีกชิ้นหนึ่งภายหลังจากการระเบิด โดยใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม แล้วนำมาคำนวณหาระยะทางที่ชิ้นส่วนของระเบิดแต่ละชิ้นที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา 10 วินาที

กำหนดให้ ปริมาณแวกเตอร์ที่มีทิศในแนวดิ่งลง มีเครื่องหมาย +
ดังนั้น ปริมาณแวกเตอร์ที่มีทิศในแนวดิ่งขึ้น มีเครื่องหมาย –
ลูกระเบิดมีมวล m เมื่อระเบิดแล้วแต่ละชิ้นส่วนจะมีมวล $\frac{m}{2}$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการระเบิด

= ผลรวมของโมเมนตัมหลังการระเบิด

ก่อนการระเบิด

โมเมนตัมของลูกระเบิด

$= m \times (+60 \text{ m/s})$

$= +60m \text{ m/s}$

หลังการระเบิด

โมเมนตัมของชิ้นส่วนระเบิดชิ้นที่หนึ่ง

$= \frac{m}{2} \times (+80 \text{ m/s})$

$= +40m \text{ m/s}$

โมเมนตัมของชิ้นส่วนระเบิดชิ้นที่สอง

$= \frac{m}{2} \times v$

$= \frac{mv}{2}$

ดังนั้น $+60m \text{ m/s} = (+40\ m \text{ m/s}) + \frac{mv}{2}$

$v = +40 \text{ m/s}$

แสดงว่าระเบิดชิ้นส่วนที่สองเคลื่อนที่ลงในแนวดิ่งด้วยความเร็ว 40 เมตรต่อวินาที หาระยะทางที่ชิ้นส่วนของระเบิดเคลื่อนที่ได้ในเวลา 10 วินาที

จากสมการ

$s = ut + \frac{1}{2} at^2$

ชิ้นส่วนของระเบิดชิ้นที่หนึ่ง

$u = +80 \text{ m/s}$

$a = g = 10 \text{ m/s}^2$

$t = 10 \text{ s}$

ดังนั้น $s = \{(+80 \text{ m/s}) \times (10 \text{ s})\} + \{\frac{1}{2} \times (10 \text{ m/s}^2) \times (10 \text{ s})^2\}$

$= +1,300 \text{ m}$

ชิ้นส่วนของระเบิดชิ้นที่สอง

$u = +40 \text{ m/s}$

$a = g = 10 \text{ m/s}^2$

$t = 10 \text{ s}$

ดังนั้น $s = \{ (+40 \text{ m/s}) \times (10 \text{ s}) \} + \{ \frac{1}{2} \times (10 \text{ m/s}^2) \times (10 \text{ s})^2 \}$

$= +900 \text{ m}$

ดังนั้นหลังจากการระเบิด ชิ้นส่วนของระเบิดทั้งสอง

อยู่ห่างกัน $= (+1{,}300 \text{ m}) - (+900 \text{ m})$

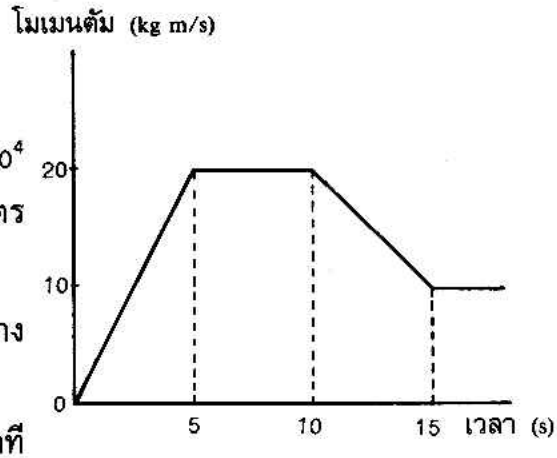
$= +400 \text{ m}$

ตอบ ภายหลังการระเบิดแล้ว 10 วินาที ชิ้นส่วนระเบิดทั้งสองอยู่ห่างกัน 400 เมตร

แบบฝึกหัดบทที่ 10

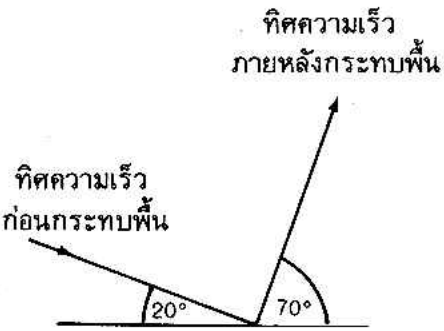
ความรู้พื้นฐาน

1. จงหาโมเมนตัมของรถบรรทุกที่มีมวล 1.5×10^4 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมงไปทางทิศตะวันออก
2. จากรูป 10.28 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมกับเวลาของวัตถุหนึ่ง
   ก. ขนาดของการดลที่กระทำต่อวัตถุในช่วง 5 วินาทีแรก มีค่าเท่าใด
   ข. ขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุใน 5 วินาทีแรก มีค่าเท่าใด
3. ลูกกลมลูกหนึ่งมวล 2 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 1 เมตรต่อวินาที ไปกระทบผนัง และกระดอนกลับด้วยอัตราเร็ว 1 เมตรต่อวินาที ถ้าแรงเฉลี่ยที่กระทำต่อผนังในช่วงเวลาที่มีการชนเป็น 4 นิวตัน เวลาดังกล่าวมีค่าเท่าใด
   ก. 0.5 วินาที
   ข. 1.0 วินาที
   ค. 2.0 วินาที
   ง. 4.0 วินาที
4. ลูกกระสุนปืนมวล 0.05 กิโลกรัม ถูกยิงออกจากตัวปืนมวล 5 กิโลกรัม ด้วยอัตราเร็ว 500 เมตรต่อวินาที ลูกกระสุนปืนถูกแรงกระทำเป็นเวลา 0.01 วินาที แรงเฉลี่ยที่กระทำต่อลูกปืนมีค่าเท่าใด
   ก. 25 นิวตัน
   ข. 250 นิวตัน
   ค. 2,500 นิวตัน
   ง. 25,000 นิวตัน

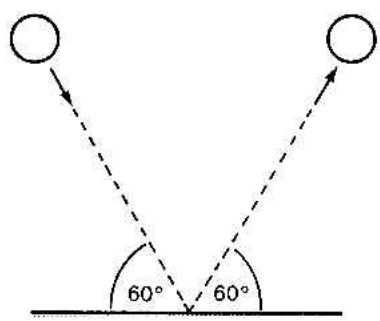


รูป 10.28 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมกับเวลา

5. วัตถุมวล 4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว 5 เมตรต่อวินาที ในแนวระดับ ไปชนกำแพงแนวดิ่ง หลังจากชนแล้ววัตถุกระดอนกลับในแนวเดิมด้วยอัตราเร็วคงเดิม แต่ทิศทางตรงกันข้าม จงหาโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปภายหลังการชน และถ้าเวลาที่วัตถุชนกำแพง 0.5 วินาที จงหาแรงเฉลี่ยที่วัตถุนั้นกระทำต่อกำแพง
6. ลูกปืนมวล 20 กรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 240 เมตรต่อวินาที กระทบกล่องที่ทำด้วยไม้ แล้วเคลื่อนที่เข้าไปในกล่องและหยุดนิ่ง ในเวลา 1.5×10^{-4} วินาที ถ้ากล่องไม่เคลื่อนที่ทั้งก่อนและหลังกระทบ จงหาค่าการดลที่เกิดจากกล่องไม้และแรงต้านเฉลี่ยของกล่องไม้ที่กระทำต่อลูกปืน
7. ชายคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัม ขับรถยนต์ไปตามถนนตรงสายหนึ่งด้วยความเร็วคงตัว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงไปทางทิศเหนือ ถ้าเขาบังคับให้รถหยุดได้ภายใน 10 วินาที จงหาแรงเฉลี่ยที่กระทำต่อชายผู้นั้น
8. ลูกกลมโลหะมวล 0.5 กิโลกรัม วิ่งไปชนพื้นด้วยความเร็ว 8 เมตรต่อวินาที แล้วกระดอนออกด้วยความเร็ว 6 เมตรต่อวินาที ในทิศทำมุมกับพื้น ดังรูป 10.29 จงหาขนาดของโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป
9. จากรูป 10.30 แสดงเส้นทางของลูกบิลเลียดมวล 0.4 กิโลกรัม วิ่งไปชนขอบโต๊ะ อัตราเร็วของลูกบิลเลียดก่อนและหลังชนเท่าเดิม เท่ากับ 0.1 เมตรต่อวินาที จงหา
   ก. โมเมนตัมของลูกบิลเลียดเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด เมื่อมีการชน
   ข. เวลาที่ลูกบิลเลียดชนขอบโต๊ะเท่ากับ 0.2 วินาที ขอบโต๊ะออกแรงเฉลี่ยกระทำต่อลูกบิลเลียด มีค่าเท่าใด



รูป 10.29 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 8



รูป 10.30 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 9

10. ลูกกลม 2 ลูก ชนกันและกระดอนออกจากกัน จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง

    1. โมเมนตัมของระบบคงตัว
    2. พลังงานจลน์ของระบบคงตัว
    3. พลังงานรวมของระบบคงตัว

    ก. ข้อ 1 เท่านั้น

    ข. ข้อ 2 เท่านั้น

    ค. ข้อ 1, 3 เท่านั้น

    ง. ข้อ 1, 2 และ 3

11. วัตถุมวล m_1 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_1 เมตรต่อวินาที ชนวัตถุมวล m_2 กิโลกรัม ซึ่งอยู่นิ่ง หลังจากชนแล้วเคลื่อนที่ไปด้วยกันด้วยอัตราเร็วเดียวกัน อัตราเร็วดังกล่าว มีค่าเท่าใด

    ก. v_1

    ข. $\left[\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right] v_1$

    ค. $\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

    ง. $\frac{m_2 v_1}{m_1 + m_2}$

12. รถสินค้าขบวนหนึ่งมีมวล 1.0×10^4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปตามรางด้วยความเร็ว 2.0 เมตรต่อวินาที เข้าชนรถสินค้าขบวนหนึ่งมีมวล 2.0×10^4 กิโลกรัม ที่จอดนิ่งอยู่ หลังจากชนแล้วรถทั้งสองขบวนเคลื่อนที่ไปพร้อมกัน จงหาความเร็วของรถทั้งสองนี้หลังการชน

13. ยิงลูกปืนมวล 0.01 กิโลกรัมออกไปด้วยความเร็ว 200 เมตรต่อวินาที ถ้าปืนมีมวล 2.0 กิโลกรัม จงหาความเร็วของปืนภายหลังการยิงทันที

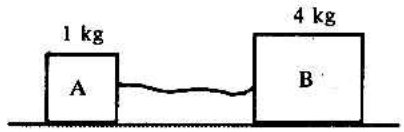
14. วัตถุ A มวล 1 กิโลกรัม และวัตถุ B มวล 4 กิโลกรัม วางบนพื้นที่ไม่มีความเสียดทาน มีเชือกผูกต่อกัน โดยเชือกไม่ตึง ดังรูป 10.31 ถ้าออกแรงผลักวัตถุ A ให้เริ่มเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตร ต่อวินาที อัตราเร็วสุดท้ายของวัตถุ A และ B มีค่าเท่าใด

ก. 2 เมตรต่อวินาที

ข. 4 เมตรต่อวินาที

ค. 8 เมตรต่อวินาที

ง. 10 เมตรต่อวินาที



รูป 10.31 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 14

15. วัตถุระเบิดลูกหนึ่งวางบนพื้น เมื่อระเบิดออกเป็น 3 ชิ้นส่วน จงพิจารณาข้อความ ต่อไปนี้

1. ผลรวมของความเร็วของชิ้นส่วนทั้งสามเท่ากับศูนย์
2. ผลรวมของโมเมนตัมของชิ้นส่วนทั้งสามเท่ากับศูนย์
3. ผลบวกของพลังงานจลน์ของชิ้นส่วนทั้งสามเท่ากับศูนย์

คำตอบ

ก. ข้อ 1 เท่านั้น ค. ข้อ 1 และ 2

ข. ข้อ 2 เท่านั้น ง. ข้อ 2 และ 3

16. วัตถุตกแบบเสรี และกระทบพื้นราบด้วยอัตราเร็ว 2 เมตรต่อวินาที และสะท้อนกลับทางเดิมด้วยอัตราเร็วเท่าเดิม จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. พลังงานจลน์ของวัตถุก่อนและหลังการชนคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลง
2. ความเร็วของวัตถุก่อนและหลังการชนคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลง
3. โมเมนตัมของวัตถุก่อนและหลังการชนคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลง

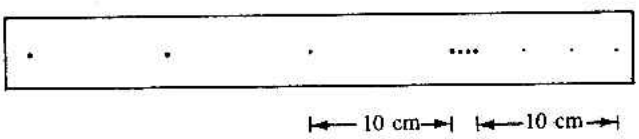
คำตอบที่ถูกต้อง

ก. ข้อ 1 เท่านั้น ค. ข้อ 2, 3

ข. ข้อ 3 เท่านั้น ง. ข้อ 1, 2 และ 3

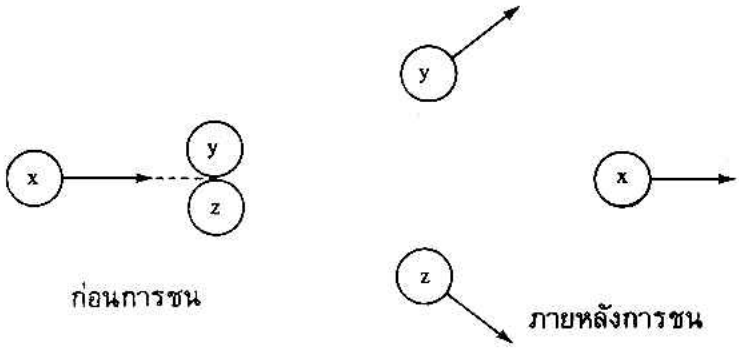
ความรู้ประยุกต์

1. ลูกบอลมวล 0.20 กิโลกรัมเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาทีชนฝาผนังในทิศตั้งฉาก แล้วกระดอนออกมาด้วยความเร็ว 8.0 เมตรต่อวินาทีในแนวเดิม ถ้าลูกบอลกระทบฝาผนังเป็นเวลา 2.0×10^{-3} วินาที และคิดว่าแรงที่ฝาผนังกระทำต่อลูกบอลคงตัว จงหา
   ก. โมเมนตัมของลูกบอลก่อนกระทบและหลังกระทบฝาผนัง
   ข. ขนาดของการดลที่ลูกบอลได้รับ
   ค. ขนาดและทิศของแรงดลที่ฝาผนังกระทำต่อลูกบอล
2. ลูกปืนมวล 0.10 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 500 เมตรต่อวินาทีทะลุเข้าไปใน กระสอบทราย เป็นระยะทาง 0.10 เมตร ถ้าคิดว่าแรงที่ทรายกระทำต่อลูกปืนคงตัว จงหา
   ก. แรงต้านการเคลื่อนที่ของลูกปืน
   ข. เวลาที่ลูกปืนเคลื่อนที่อยู่ในกระสอบทราย
3. จากการทดลองเพื่อศึกษากฎการอนุรักษ์ของโมเมนตัม โดยการชนกันของรถทดลอง 2 คัน แต่ละคันมีมวล 3 กิโลกรัม และเคลื่อนที่บนพื้นที่ขัดเชยแรงเสียดทานแล้ว จุดบนแถบกระดาษที่ติดกับรถทดลองที่วิ่งไปชนรถอีกคันปรากฏดังรูป 10.32 กำหนดเวลา 1 ช่วงจุด เท่ากับ $\frac{1}{50}$ วินาที



รูป 10.32 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 3

   ก. ก่อนชน โมเมนตัมของรถทดลองคันที่วิ่งเข้าไปชนมีค่าเท่าใด
   ข. โมเมนตัมภายหลังชนอัตราเร็วของรถทดลองคันที่ถูกชนมีค่าเท่าใด



รูป 10.33 สำหรับแบบฝึดหัดข้อ 4

4. มวลของลูกกลม x y และ z เท่ากัน เท่ากับ m ลูกกลม x วิ่งด้วยอัตราเร็ว v เข้าชนลูกกลม y และ z ซึ่งอยู่นิ่ง ภายหลังการชน ลูกกลมทั้ง 3 เคลื่อนที่มีทิศทางดังแสดงในรูป 10.33 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบเท่ากับศูนย์
2. ผลรวมของโมเมนตัมของระบบเท่ากับศูนย์
3. ผลรวมของโมเมนตัมของระบบเท่ากับ mv

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด

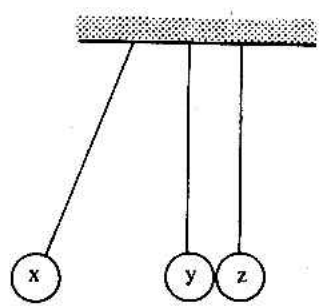
ก. ข้อ 1 เท่านั้น ค. ข้อ 3 เท่านั้น
ข. ข้อ 2 เท่านั้น ง. ข้อ 1 และ 3

5. ชุดสาธิตการคงตัวของโมเมนตัมประกอบด้วยวัตถุทรงกลม x y และ z ทำด้วยวัสดุอย่างเดียวกันมีขนาดเท่ากัน แขวนไว้ในแนวดิ่ง เมื่อดึงวัตถุ x ออกไปข้าง ๆ แล้วปล่อยให้เคลื่อนที่ ดังรูป 10.34 ข้อใดที่อธิบายการเคลื่อนที่ของทรงกลม x y และ z หลังจากถูกชนทันทีทันใด

1. x หยุดนิ่ง
2. y หยุดนิ่ง
3. y และ z เคลื่อนที่ขึ้นไปด้วยกัน

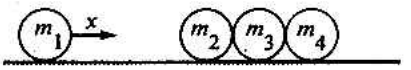
คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. ข้อ 1 เท่านั้น ค. ข้อ 1, 2 เท่านั้น
ข. ข้อ 3 เท่านั้น ง. ข้อ 1, 2 และ 3



รูป 10.34 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 5

6. วัตถุมวล m_1 m_2 m_3 และ m_4 เท่ากันและเหมือนกันทุกประการ มวล m_2 m_3 และ m_4 วางนิ่งบนพื้นราบที่ไม่มีความเสียดทาน มวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว x เข้าชน มวล m_2 ดังรูป 10.35 ถ้าการชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่น ภายหลังการชนทันทีทันใด ความเร็วของมวล m_1 m_2 m_3 และ m_4 คือข้อใด (กำหนดทิศความเร็วทางขวาเป็น + ทิศความเร็วไปทางซ้ายเป็น –)



รูป 10.35 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 6

	m_1	m_2	m_3	m_4
ก.	0	0	0	$+x$
ข.	0	0	$+\frac{x}{2}$	$+\frac{x}{2}$
ค.	0	$+\frac{x}{3}$	$+\frac{x}{3}$	$+\frac{x}{3}$
ง.	$-x$	0	0	$+x$

7. A และ B เป็นชาย 2 คน ยืนบนรถที่จอดนิ่งบนพื้นราบที่ไม่มีความฝืดดังรูป 10.36 เมื่อ A โยนลูกบอลให้เคลื่อนที่ในแนวระดับไปให้ B จงตอบคำถาม ขณะที่ลูกบอลอยู่ในอากาศ ข้อใดถูกต้อง

ก. รถเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือ

ข. รถเคลื่อนที่ไปทางขวามือ

ค. รถหยุดนิ่ง

ง. รถเคลื่อนที่ไปทางซ้าย แล้วเคลื่อนที่ไปทางขวามือ

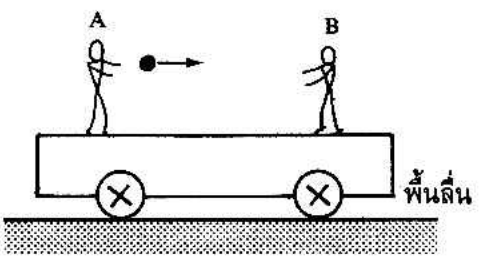
ขณะที่ B จับลูกบอลได้ ข้อใดถูกต้อง

ก. รถเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือ

ข. รถเคลื่อนที่ไปทางขวามือ

ค. รถหยุดนิ่ง

ง. รถเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือแล้วเคลื่อนที่ไปทางขวามือ



รูป 10.36 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 7

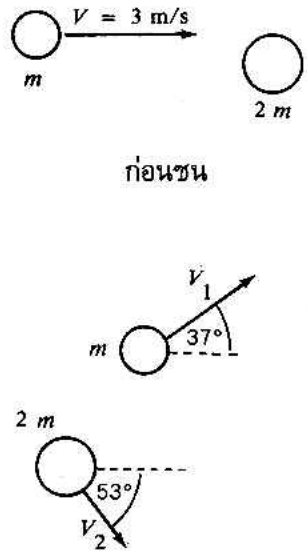
8. ลูกปืนมวล 20 กรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 80 เมตรต่อวินาที เข้าชนกล่องไม้ที่มีมวล 750 กรัม ภายหลังชน ลูกปืนฝังอยู่ในกล่องไม้และกล่องไม้เลื่อนไปได้ระยะทาง 60 เซนติเมตร แล้วหยุดนิ่ง จงหาแรงเสียดทานระหว่างพื้นกับกล่องไม้

9. รถยนต์คันหนึ่งมวล 1800 กิโลกรัม วิ่งไปชนรถยนต์อีกคันหนึ่ง มวล 1500 กิโลกรัม ซึ่ง จอดนิ่ง ภายหลังชน รถทั้งสองไถลไปด้วยกันได้ไกล 9.0 เมตร ถ้าแรงเสียดทาน ของพื้นทั้งหมดมีค่า 0.8 เท่าของน้ำหนักรถทั้งสอง จงหาว่ารถยนต์คันแรกวิ่งไปชนรถที่จอดนิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใด

10. ลูกกลม 2 ลูก มวล m และ $2m$ กิโลกรัม ตามลำดับ มีขนาดและทิศของความเร็วก่อนชนและภายหลังชนตามรูป 10.37 จงหาขนาดของความเร็วของลูกกลมทั้งสองภายหลังชน

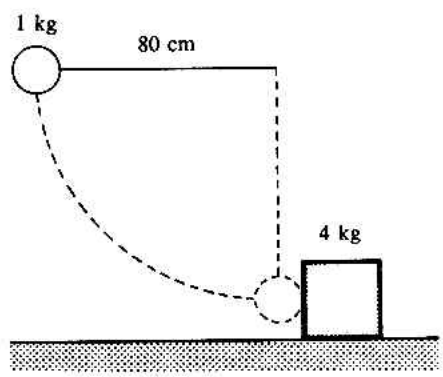
11. รถบรรทุกของมวล 5.0×10^5 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 8 เมตรต่อวินาทีเข้าชนรถบรรทุกอีกคันหนึ่งที่มวลเท่ากันและจอดอยู่ ภายหลังชนรถทั้งสองติดกันและเคลื่อนที่ไปด้วยกันด้วยอัตราเร็ว 4 เมตรต่อวินาที
    ก. โมเมนตัมก่อนชนของรถบรรทุกคันแรกมีค่าเท่าใด
    ข. จงหาโมเมนตัมรวมของรถบรรทุกทั้งสองคันก่อนและหลังชน
    ค. จงหาพลังงานจลน์ของรถบรรทุกทั้งสองคันก่อนและหลังการชน
    ง. จงบอกรายละเอียดที่พลังงานจลน์หายไปไหน

12. เครื่องบินลำหนึ่งมีมวล 7,000 กิโลกรัมบรรทุกวัตถุมวล 50 กิโลกรัมไว้ ขณะที่เครื่องบินบินอยู่ในแนวระดับด้วยความเร็ว 100 เมตรต่อวินาที ได้ยิงวัตถุนั้นตรงไปข้างหน้า ด้วยความเร็ว 400 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของเครื่องบินทันทีที่ยิงวัตถุมวล 50 กิโลกรัมออกไปจากเครื่องบิน

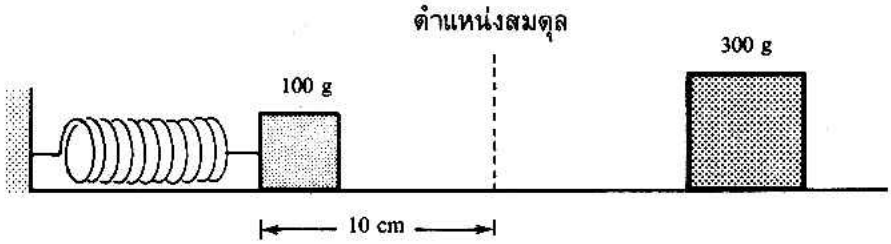


รูป 10.37 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 10

13. เมื่อยิงโปรตอนมวล 1.67×10^{-27} กิโลกรัม ด้วยความเร็ว 1.0×10^{7} เมตรต่อวินาที เข้าชนนิวเคลียสของฮีเลียมซึ่งหยุดนิ่ง โปรตอนจะสะท้อนออกในแนวเดิมด้วยอัตราเร็ว 6.0×10^{6} เมตรต่อวินาที และนิวเคลียสของฮีเลียมจะเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยอัตราเร็ว 4.0×10^{6} เมตรต่อวินาที
    ก. มวลของนิวเคลียสของฮีเลียมมีค่าเท่าไร
    ข. จากข้อมูลข้างต้น เพียงพอที่จะนำมาใช้คำนวณหาแรงในระหว่างการชนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
14. มวลสองก้อนขนาด 20 กิโลกรัมและ 4 กิโลกรัม เคลื่อนที่เข้าหากันบนพื้นเกลี้ยงด้วย ความเร็ว 5 เมตรต่อวินาทีและ 7 เมตรต่อวินาทีตามลำดับ
    ก. ถ้าผลจากการชนกันทำให้มวล 4 กิโลกรัม สะท้อนออกในแนวเดิมด้วยความเร็ว 3 เมตรต่อวินาที มวล 20 กิโลกรัมจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร
    ข. ในการชนกันพลังงานจลน์ของระบบหายไปเท่าไร
15. ลูกเหล็กทรงกลมมวล 1 กิโลกรัม ผูกติดกับปลายเชือกเส้นหนึ่งซึ่งยาว 80 เซนติเมตร ส่วนอีกปลายหนึ่งของเชือกถูกตรึงไว้ที่จุด A ดังรูป 10.38 เมื่อปล่อยลูกเหล็กทรงกลมให้ตกลงมาขณะที่เชือกอยู่ในแนวระดับลูกเหล็กทรงกลมจะกระทบกับแท่งเหล็กสี่เหลี่ยมมวล 4 กิโลกรัม ซึ่งวางอยู่นิ่งบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นความเร็วหลังการชน ของลูกเหล็กทรงกลมและแท่งเหล็กสี่เหลี่ยมจะเป็นเท่าไร
16. วัตถุก้อนหนึ่งอยู่บนพื้นระดับที่ไม่มีแรงเสียดทานเกิดระเบิดออกเป็น 3 ชิ้นส่วน ชิ้นส่วน ที่ 1 และ 2 มีมวลเท่ากันและต่างเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากซึ่งกันและกันบนพื้นระดับด้วยอัตราเร็วเท่ากัน คือ 30 เมตรต่อวินาที ชิ้นส่วนที่สามมีมวลเป็นสามเท่าของชิ้นส่วนที่หนึ่ง จงหาความเร็วของชิ้นส่วนที่สามทันทีทันใดหลังการระเบิด



รูป 10.38 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 15



รูป 10.39 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 17

17. สปริงอันหนึ่งถูกอัดตัวเป็นระยะ 10 เซนติเมตร จากตำแหน่งสมดุลเดิม นำมวล 100 กรัมมาวางชิดกับสปริง เมื่อปล่อยให้สปริงดีดตัวกลับที่เดิม สปริงจะดีดมวล 100 กรัม เคลื่อนที่เข้าชนมวล 300 กรัม ซึ่งวางอยู่ในแนวเดียวกัน ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นและพื้นไม่มีความเสียดทาน จงหาว่าหลังการชน มวล 100 กรัม จะชนให้สปริงหดตัวจากตำแหน่งสมดุลเดิมเท่าไร สมมติว่าสปริงอยู่ที่ตำแหน่งสมดุลก่อนที่สปริงจะถูกชน

ผ 1 ระบบหน่วยระหว่างชาติ

(International System of Units หรือ Systeme International d' Unites)

ประวัติความเป็นมาโดยย่อ

พ.ศ. 2336 (ค.ศ. 1793)	ประเทศฝรั่งเศสเริ่มมีการกำหนดใช้หน่วยการวัดในระบบเมตริก (metric system)
พ.ศ. 2416 (ค.ศ. 1873)	ประเทศอังกฤษกำหนดให้มีการใช้ระบบเซนติเมตร กรัม วินาที (CGS system) เป็นระบบการวัดทางวิทยาศาสตร์อีกระบบหนึ่ง
พ.ศ. 2419 (ค.ศ. 1876)	ได้เริ่มมีการประชุมเกี่ยวกับมาตราชั่งตวงวัด (Conference General des Poids et Mesures (CGPM) หรือ General Conference on Weights and Measures) ณ กรุงปารีส
พ.ศ. 2443 (ค.ศ. 1900)	ได้มีการใช้ระบบเมตร กิโลกรัม วินาที (MKS system) เป็นระบบการวัดในทางวิทยาศาสตร์ประยุกต์
พ.ศ. 2493 (ค.ศ. 1950)	โดยที่เห็นว่าได้มีความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยกลศาสตร์และหน่วยทางแม่เหล็กไฟฟ้า จึงได้เพิ่มแอมแปร์ ซึ่งเป็นหน่วยของกระแสไฟฟ้าให้เป็นหน่วยที่ 4 ในระบบ MKS และเรียกใหม่ว่าระบบเมตร กิโลกรัม วินาที แอมแปร์ (MKSA system)
พ.ศ. 2503 (ค.ศ. 1960)	การประชุมครั้งที่ 11 ของ CGPM ตกลงให้มีระบบการวัดปริมาณต่าง ๆ เป็นระบบมาตรฐานระหว่างชาติ เรียกชื่อว่า "Systeme International d'Unites" และกำหนดให้ใช้อักษรย่อแทนชื่อระบบนี้ว่า "SI" เพื่อใช้ในการวัดทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ระบบหน่วยระหว่างชาติ (เอสไอ)

ระบบหน่วยระหว่างชาติ หรือ เอสไอ ประกอบด้วย หน่วยฐาน และหน่วยอนุพัทธ์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. **หน่วยฐาน (Base units)** เป็นหน่วยหลักของเอสไอ มีทั้งหมด 7 หน่วย ดังตาราง 1

ตาราง 1 ชื่อและสัญลักษณ์ของหน่วยฐาน

ปริมาณฐาน Base quantites	ชื่อหน่วย Units	สัญลักษณ์ Symbols
length ความยาว	metre เมตร	m
mass มวล	kilogram กิโลกรัม	kg
time เวลา	second วินาที	s
electric current กระแสไฟฟ้า	ampere แอมแปร์	A
thermodynamic temperature อุณหภูมิอุณหพลวัติ	kelvin เคลวิน	K
amount of substance ปริมาณของสาร	mole โมล	mol
luminous intensity ความเข้มของการส่องสว่าง	candela แคนเดลา	cd

CGPM ได้กำหนดนิยามหน่วยฐานทั้งเจ็ดหน่วย ดังนี้

เมตร (metre)

The metre is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval of 1/299 792 458 of a second. (17 th CGPM, 1983)

เมตร คือ ความยาวที่แสงเดินทางได้ในสุญญากาศ ในช่วงเวลา 1/299 792 458 ของวินาที

กิโลกรัม (kilogram)

The kilogram is the unit of mass ; it is equal to the mass of the international prototype of the kilogram. (1 st CGPM, 1889 and 3 rd CGPM, 1901).

กิโลกรัม คือ หน่วยของมวลซึ่งเท่ากับมวลต้นแบบระหว่างชาติของกิโลกรัม

วินาที (second)

The second is the duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the cesium-133 atom. (13 th CGPM, 1967).

วินาที คือ ช่วงเวลา 9 192 631 770 เท่าของคาบการแผ่รังสีที่เกิดจากการเปลี่ยนระดับพลังงานของอะตอมซีเซียม-133 ระหว่างระดับไฮเพอร์ไฟน์สองระดับของสถานะพื้น

แอมแปร์ (ampere)

The ampere is that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite lenght, of neligible circular cross - section, and placed 1 metre apart in vacuum, would produce between these conductors a force equal to 2×10^{-7} newton per metre of length. (9 th CGPM, 1948).

แอมแปร์ คือ กระแสคงตัวซึ่งเมื่อให้อยู่ในตัวนำตรง 2 เส้น ที่มีความยาวไม่จำกัดและมีพื้นที่หน้าตัดน้อยจนไม่ต้องคิด ซึ่งวางอยู่คู่ขนานห่างกัน 1 เมตร ในสุญญากาศแล้วจะทำให้เกิดแรงระหว่างลวดตัวนำทั้งสองเท่ากับ 2×10^{-7} นิวตันต่อความยาว 1 เมตร

เคลวิน (kelvin)

The kelvin, unit of thermodynamic temperature, is the fraction 1/273.16 of the thermodynamic temperature of the triple point of water. (13 th CGPM, 1967).

เคลวิน คือ หน่วยของอุณหภูมิอุณหพลวัติ มีค่าเท่ากับ 1/273.16 ของอุณหภูมิอุณหพลวัติของจุดร่วมสามของน้ำ

โมล (mole)

1. The mole is the amount of substance of a system which contains as many elementary entities as there are atoms in 0.012 kilogram of carbon 12.
2. When the mole is used, the elementary entities must be specified and may be atoms, molecules, ions, electrons, other particles or specified group of such particles. (14 th CGPM, 1971)

   (Note - In this definition, it is understood that the carbon 12 atoms are unbound at rest and in their ground state.)

1. โมล คือ ปริมาณของสารในระบบซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบมูลฐานที่เทียบเท่ากับจำนวนอะตอมคาร์บอน 12 ปริมาณ 0.012 กิโลกรัม

2. ในการใช้โมลต้องมีการกำหนดองค์ประกอบมูลฐานด้วย ซึ่งอาจจะเป็น อะตอม โมเลกุล ไอออน อิเล็กตรอน อนุภาคอื่น ๆ หรือกลุ่มอนุภาคดังกล่าว
(หมายเหตุ : ตามนิยามนี้ เป็นที่เข้าใจว่าอะตอมคาร์บอน 12 ต้องไม่ถูกยึดเหนี่ยว และอยู่ในสถานะพื้น)

แคนเดลา (candela)

The candela is the luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} hertz and that has a radiant intensity in that direction of (1/683) watt per steradian. (16 th CGPM, 1979).

แคนเดลา คือ ความเข้มของการส่องสว่างในทิศที่กำหนดของแหล่งกำเนิดที่แผ่รังสีของแสงความถี่เดียวที่มีความถี่ 540×10^{12} เฮิรตซ์ และมีความเข้มของการแผ่รังสีในทิศทางนั้นเท่ากับ (1/683) วัตต์ต่อสตีเรเดียน

2. หน่วยอนุพัทธ์ (Derived units)

หน่วยอนุพัทธ์เป็นหน่วยซึ่งมีหน่วยฐานหลายหน่วยมาเกี่ยวเนื่องกัน เช่น หน่วยของอัตราเร็ว เป็น เมตรต่อวินาที ซึ่งมีเมตรและวินาที เป็นหน่วยฐาน หน่วยอนุพัทธ์มีหลายหน่วยซึ่งมีชื่อและสัญลักษณ์ที่กำหนดขึ้นโดยเฉพาะ ดังตาราง 2

ตาราง 2 ชื่อและสัญลักษณ์ของหน่วยอนุพัทธ์

ปริมาณ Quantity	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol	เทียบเป็นหน่วยฐานและอนุพัทธ์อื่น นิยาม
frequency ความถี่	hertz เฮิรตซ์	Hz	$1\ Hz = 1\ s^{-1}$ 1 เฮิรตซ์ คือความถี่ของปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นครบ 1 รอบในเวลา 1 วินาที
force แรง	newton นิวตัน	N	$1\ N = 1\ m\ kg\ s^{-2}$ 1 นิวตัน คือขนาดแรงที่สามารถทำให้มวล 1 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปตามแนวแรงนั้นด้วยความเร่ง 1 เมตรต่อวินาที^{2}

ปริมาณ Quantity	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol	เทียบเป็นหน่วยฐานและอนุพัทธ์อื่น นิยาม
pressure ความดัน	pascal พาสคัล	Pa	$1\ Pa = 1\ m^{-1}\ kg\ s^{-2} = 1\ N/m^2$ 1 พาสคัล คือความดันหรือความเค้นที่เกิดจากการใช้แรง 1 นิวตัน กดลงบนเนื้อที่ 1 ตารางเมตร อย่างสม่ำเสมอ
energy, work, quantity of heat พลังงาน, งาน, ปริมาณความร้อน	joule จูล	J	$1\ J = 1\ m^2\ kg\ s^{-2} = 1\ N\ m$ 1 จูล คือ งาน พลังงาน หรือปริมาณความร้อนมีขนาดเท่ากับงานของแรง 1 นิวตัน กระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุนั้นเคลื่อนที่ไป 1 เมตร ตามแนวแรงนั้น
Power, radiant flux กำลัง, ฟลักซ์การแผ่รังสี	watt วัตต์	W	$1\ W = 1\ m^2\ kg\ s^{-3} = 1\ J/s$ 1 วัตต์ คือกำลังที่สามารถทำงานหรือให้พลังงาน 1 จูล ในเวลา 1 วินาที
quantity of electricity, electric charge ปริมาณไฟฟ้า, ประจุไฟฟ้า	coulomb คูลอมบ์	C	$1\ C = 1\ A\ s$ 1 คูลอมบ์ คือปริมาณไฟฟ้าที่กระแสไฟฟ้าขนาด 1 แอมแปร์ ผ่านวัตถุใด ๆ ในเวลา 1 วินาที
electric potential, potential difference, electromotive force ศักย์ไฟฟ้า, ความต่างศักย์, แรงเคลื่อนไฟฟ้า	volt โวลต์	V	$1\ V = 1\ m^2\ kg\ s^{-3}A^{-1} = 1\ W/A$ 1 โวลต์ คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุด บนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าขนาด 1 แอมแปร์ ผ่านทำให้เกิดมีกำลัง 1 วัตต์ ระหว่างสองจุดนั้น

ปริมาณ Quantity	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol	เทียบเป็นหน่วยฐานและอนุพัทธ์อื่น นิยาม
capacitance ความจุ	farad ฟารัด	F	$1\ F = 1\ m^2\ kg^{-1}\ s^4\ A^2 = 1\ C/V$ 1 ฟารัด คือความจุไฟฟ้าระหว่างตัวนำ 2 อัน ซึ่งถ้าถ่ายโอนประจุไฟฟ้าปริมาณ 1 คูลอมบ์ จากอันหนึ่งไปยังอีกอันหนึ่ง แล้วจะทำให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างตัวนำทั้ง 2 มีค่าเปลี่ยนไป 1 โวลต์
electric resistance ความต้านทานไฟฟ้า	ohm โอห์ม	Ω	$1\ \Omega = 1\ m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-2} = 1\ V/A$ 1 โอห์ม คือความต้านทานไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุดบนตัวนำ ซึ่งไม่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าระหว่าง 2 จุดนั้น และเมื่อให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุดทั้งสองเป็น 1 โวลต์ จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าในตัวนำนั้นมีค่า 1 แอมแปร์
conductance ความนำ	siemens ซีเมนส์	S	$1\ S = 1\ m^{-2}\ kg^{-1} s^3 A^2 = 1\ \Omega^{-1}$ 1 ซีเมนส์ คือความนำไฟฟ้าของตัวนำซึ่งมีความต้านทาน 1 โอห์ม
magnetic flux ฟลักซ์แม่เหล็ก	weber เวเบอร์	Wb	$1\ Wb = 1\ m^2\ kg\ s^{-2} A^{-1} = 1\ V\ s$ 1 เวเบอร์ คือฟลักซ์แม่เหล็กซึ่งผ่านตัวนำวงหนึ่ง และสามารถทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า 1 โวลต์ ในวงตัวนำนั้นได้ถ้าลดฟลักซ์นั้นด้วยอัตราสม่ำเสมอจนหมดในเวลา 1 วินาทีพอดี
magnetic flux density ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก	tesla เทสลา	T	$1\ T = 1\ kg\ s^{-2} A^{-1} = 1\ Wb/m^2$ 1 เทสลา คือความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กขนาด 1 เวเบอร์ ในพื้นที่ 1 ตารางเมตร

ปริมาณ Quantity	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol	เทียบเป็นหน่วยฐานและอนุพัทธ์อื่น นิยาม
inductance ความเหนี่ยวนำไฟฟ้า	henry เฮนรี่	H	1 H = 1 m^2 kg $s^{-2}A^{-2}$ = 1 Wb/A 1 เฮนรี่ คือความเหนี่ยวนำไฟฟ้าของวงจรปิด ซึ่งเมื่อกระแสไฟฟ้าที่ผ่านวงจรนั้น ลดลงอย่างสม่ำเสมอด้วยค่า 1 แอมแปร์ต่อวินาที จะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า 1 โวลต์ในวงจรนั้น
Celsius temperature อุณหภูมิเซลเซียส	degree Celsius องศาเซลเซียส	°C	สำหรับช่วงอุณหภูมิ 1°C = 1 K สำหรับค่าอุณหภูมิ °C = K − 273.15 ช่วงอุณหภูมิ 1 องศาเซลเซียสมีค่าเท่ากับช่วงอุณหภูมิ 1 เคลวิน ค่าอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียสจะมีค่าเท่ากับค่าอุณหภูมิในหน่วยเคลวินลบด้วย 273.15
luminous flux ฟลักซ์ส่องสว่าง	lumen ลูเมน	lm	1 lm = 1 cd sr 1 ลูเมน คือฟลักซ์ส่องสว่างที่ส่งออกในมุมตัน 1 สตีเรเดียน จากจุดกำเนิดซึ่งมีความเข้มของการส่องสว่าง 1 แคนเดลา
illuminance ความสว่าง	lux ลักซ์	lx	1 lx = 1 m^{-2} cd sr = 1 lm/m^2 1 ลักซ์ คือความสว่างของฟลักซ์ ส่องสว่าง 1 ลูเมนบนพื้นที่ 1 ตารางเมตร
activity กัมมันตภาพของรังสี	becquerel เบ็กเคอเรล	Bq	1 Bq = 1 s^{-1} 1 เบ็กเคอเรล คือ กัมมันตภาพของรังสีมีขนาดเท่ากับการสลายของนิวเคลียส 1 ครั้งใน 1 วินาที

ปริมาณ Quantity	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol	เทียบเป็นหน่วยฐานและอนุพัทธ์อื่น นิยาม
absorbed dose ขนาดกำหนดของการดูด-กลืนของรังสีที่ทำให้แตกตัวเป็นไอออน	gray เกรย์	Gy	1 Gy = 1 m^2s^{-2} = 1 J/kg 1 เกรย์ คือ ขนาดกำหนดของการดูดกลืนของรังสีที่ทำให้แตกตัวเป็นไอออน มีขนาดเท่ากับปริมาณพลังงาน 1 จูล ถูกดูดกลืนโดยเนื้อเยื่อ 1 กิโลกรัม
dose equivalent ขนาดกำหนดของกัมมันต-ภาพรังสี	sievert ซีเวิร์ต	Sv	1 Sv = 1 m^2s^{-2} = 1 J/kg ซีเวิร์ต คือ ขนาดกำหนดของกัมมันต-ภาพรังสี มีขนาดเท่ากับ ขนาดกำหนดของการดูดกลืนของรังสีที่ทำให้แตกตัวเป็นไอออน คูณด้วยตัวประกอบที่ไม่มีมิติ (ตัวประกอบนี้ขึ้นอยู่กับความยังผลทางชีวภาพของรังสีแต่ละชนิด)
plane angle มุมระนาบ	radian เรเดียน	rad	1 rad = 1 m/m 1 เรเดียน คือ มุมระนาบระหว่างรัศมีสองเส้นของวงกลม ซึ่งถูกรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมที่มีความยาวเท่ากับรัศมีของวงกลมนั้น
solid angle มุมตัน	steradian สตีเรเดียน	sr	1 sr = 1 m^2/m^2 1 สตีเรเดียน คือ มุมตันที่มีจุดยอด ณ ศูนย์กลางของทรงกลม และถูกรองรับด้วยผิวทรงกลมที่มีพื้นที่เท่ากับรัศมีของทรงกลมนั้นยกกำลังสอง

คำอุปสรรค (prefixes)

เมื่อค่าในหน่วยฐานหรือหน่วยอนุพัทธ์มากหรือน้อยเกินไป เราสามารถเขียนค่านั้นเป็นตัวเลขคูณด้วยตัวพหุคูณ (เลขสิบยกกำลังบวกหรือลบ) ได้ ตัวอย่างเช่น 0.000005 แอมแปร์ เขียนเป็น 5×10^{-6} แอมแปร์ หรือ 600000 วัตต์ เขียนเป็น 6×10^{6} วัตต์ ตัวพหุคูณ 10^{-6} และ 10^{6} ให้เขียนแทนด้วยคำอุปสรรคไมโครและเมกะ ประไว้หน้าแอมแปร์และวัตต์ ตามลำดับ คำอุปสรรคที่ใช้แทนตัวพหุคูณและสัญลักษณ์แสดงไว้ในตาราง 3

ตาราง 3 คำอุปสรรคและสัญลักษณ์

ตัวพหุคูณ	คำอุปสรรคที่ใช้แทนตัวพหุคูณ	
	ชื่อ	สัญลักษณ์
10^{18}	เอกซะ (exa)	E
10^{15}	เพตะ (peta)	P
10^{12}	เทระ (tera)	T
10^{9}	จิกะ (giga)	G
10^{6}	เมกะ (mega)	M
10^{3}	กิโล (kilo)	k
10^{2}	เฮกโต (hecto)	h
10^{1}	เดคา (deca)	da
10^{-1}	เดซิ (deci)	d
10^{-2}	เซนติ (centi)	c
10^{-3}	มิลลิ (milli)	m
10^{-6}	ไมโคร (micro)	μ
10^{-9}	นาโน (nano)	n
10^{-12}	พิโก (pico)	p
10^{-15}	เฟมโต (femto)	f
10^{-18}	อัตโต (atto)	a

จากตัวอย่างข้างต้น

0.000005 แอมแปร์ = 5×10^{-6} แอมแปร์ = 5 ไมโครแอมแปร์ (μA)

60000000 วัตต์ = 6×10^{-6} วัตต์ = 6 เมกะวัตต์ (MW)

หมายเหตุ 1. การใช้คำอุปสรรคประหน้าหน่วย ควรใช้เพียงครั้งเดียว ไม่นิยมเขียนคำอุปสรรคซ้อนกัน เช่น ไม่ควรเขียน มิลลิไมโครวินาที (mμs) ควรเขียนนาโนวินาที (ns)

2. การนำสัญลักษณ์ของคำอุปสรรคไปประหน้าสัญลักษณ์ของหน่วย จะถือว่าได้สัญลักษณ์ใหม่เป็นสัญลักษณ์เดี่ยว เมื่อนำไปยกกำลังไม่ต้องใส่วงเล็บ เช่น mm^3 μs^{-1} GHz^{-1}

ผ 2 ค่าคงตัวหลักมูลบางค่า

ชื่อ	สัญลักษณ์	ค่าคำนวณ
speed of light in vacuum อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ	c	3.00×10^{8} m s^{-1}
gravitational constant ค่าคงตัวความโน้มถ่วง	G	6.6726×10^{-11} m^{3} kg^{-1}s^{-2}
Planck constant ค่าคงตัวพลังค์	h	6.6261×10^{-34} J s
elementary charge ประจุมูลฐาน	e	1.6022×10^{-19} C
Rydberg constant ค่าคงตัวริดเบิร์ก	R_{∞}	1.0974×10^{7} m^{-1}
Bohr radius รัศมีโบร์	a_{o}	5.2918×10^{-11} m
electron mass มวลอิเล็กตรอน	m_{c}	9.1094×10^{-31} kg
proton mass มวลโปรตอน	m_{p}	1.6726×10^{-27} kg
neutron mass มวลนิวตรอน	m_{n}	1.6749×10^{-27} kg
deuteron mass มวลดิวเทอรอน	m_{d}	3.3436×10^{-27} kg
Avogadro number เลขอาโวกาโดร	N_{A}	6.0221×10^{23} mol^{-1}
atomic mass constant : $\frac{1}{12}\, m\,(^{12}C)$ ค่าคงตัวมวลอะตอม	m_{u}	1.6605×10^{-27} kg
gas constant ค่าคงตัวแก๊ส	R	8.3145 J mol^{-1} K^{-1}
Boltzmann constant ค่าคงตัวโบลต์ซมันน์	k	1.3807×10^{-23} J k^{-1}

ผ 3 ตารางเลขกำลังสอง รากที่สอง และส่วนกลับ

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	1000/n	n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	1000/n
					30	900	5.477	17.32	33.33
1	1	1.000	3.162	1 000.0	31	961	5.568	17.61	32.26
2	4	1.414	4.472	500.0	32	1 024	5.657	17.89	31.25
3	9	1.732	5.477	333.3	33	1 089	5.745	18.17	30.30
4	16	2.000	6.325	250.0	34	1 156	5.831	18.44	29.41
5	25	2.236	7.071	200.0	35	1 225	5.916	18.71	28.57
6	36	2.449	7.746	166.7	36	1 296	6.000	18.97	27.78
7	49	2.646	8.367	142.9	37	1 369	6.083	19.24	27.03
8	64	2.828	8.944	125.0	38	1 444	6.164	19.49	26.32
9	81	3.000	9.487	111.1	39	1 521	6.245	19.75	25.64
10	100	3.162	10.00	100.0	40	1 600	6.325	20.00	25.00
11	121	3.317	10.49	90.91	41	1 681	6.403	20.25	24.39
12	144	3.464	10.95	83.33	42	1 764	6.481	20.49	23.81
13	169	3.606	11.40	76.92	43	1 849	6.557	20.74	23.26
14	196	3.742	11.83	71.43	44	1 936	6.633	20.98	22.73
15	225	3.873	12.25	66.67	45	2 025	6.708	21.21	22.22
16	256	4.000	12.65	62.50	46	2 116	6.782	21.45	21.74
17	289	4.123	13.04	58.82	47	2 209	6.856	21.68	21.28
18	324	4.243	13.42	55.56	48	2 304	6.928	21.91	20.83
19	361	4.359	13.78	52.63	49	2 401	7.000	22.14	20.41
20	400	4.472	14.14	50.00	50	2 500	7.071	22.36	20.00
21	441	4.583	14.49	47.62	51	2 601	7.141	22.58	19.61
22	484	4.690	14.83	45.45	52	2 704	7.211	22.80	19.23
23	529	4.796	15.17	43.48	53	2 809	7.280	23.02	18.87
24	576	4.899	15.49	41.67	54	2 916	7.348	23.24	18.52
25	625	5.000	15.81	40.00	55	3 025	7.416	23.45	18.18
26	676	5.099	16.12	38.46	56	3 136	7.483	23.66	17.86
27	729	5.196	16.43	37.04	57	3 249	7.550	23.87	17.54
28	784	5.292	16.73	35.71	58	3 364	7.616	24.08	17.24
29	841	5.385	17.03	34.48	59	3 481	7.681	24.29	16.95

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	1000/n	n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	1000/n
60	3 600	7.746	24.49	16.67	90	8 100	9.487	30.00	11.11
61	3 721	7.810	24.70	16.39	91	8 281	9.539	30.17	10.99
62	3 844	7.874	24.90	16.13	92	8 464	9.592	30.33	10.87
63	3 969	7.937	25.10	15.87	93	8 649	9.644	30.50	10.75
64	4 096	8.000	25.30	15.63	94	8 836	9.695	30.66	10.64
65	4 225	8.062	25.50	15.38	95	9 025	9.747	30.82	10.53
66	4 356	8.124	25.69	15.15	96	9 216	9.798	30.98	10.42
67	4 489	8.185	25.88	14.93	97	9 409	9.849	31.14	10.31
68	4 624	8.246	26.08	14.71	98	9 604	9.899	31.30	10.20
69	4 761	8.307	26.27	14.49	99	9 801	9.950	31.46	10.10
70	4 900	8.367	26.46	14.29	100	10 000	10.00	31.62	10.00
71	5 041	8.426	26.65	14.08	101	10 201	10.05	31.78	9.901
72	5 184	8.485	26.83	13.89	102	10 404	10.10	31.94	9.804
73	5 329	8.544	27.02	13.70	103	10 609	10.15	32.09	9.709
74	5 476	8.602	27.20	13.51	104	10 816	10.20	32.25	9.615
75	5 625	8.660	27.39	13.33	105	11 025	10.25	32.40	9.524
76	5 776	8.718	27.57	13.16	106	11 236	10.30	32.56	9.433
77	5 929	8.775	27.75	12.99	107	11 449	10.34	32.71	9.346
78	6 084	8.832	27.93	12.82	108	11 664	10.39	32.86	9.259
79	6 241	8.888	28.11	12.66	109	11 881	10.44	33.02	9.174
80	6 400	8.944	28.28	12.50	110	12 100	10.49	33.17	9.091
81	6 561	9.000	28.46	12.35	111	12 321	10.54	33.32	9.009
82	6 724	9.055	28.64	12.20	112	12 544	10.58	33.47	8.929
83	6 889	9.110	28.81	12.05	113	12 769	10.63	33.62	8.850
84	7 056	9.165	28.98	11.90	114	12 996	10.68	33.76	8.772
85	7 225	9.230	29.15	11.76	115	13 225	10.72	33.91	8.696
86	7 396	9.274	29.33	11.63	116	13 456	10.77	34.06	8.621
87	7 569	9.327	29.50	11.49	117	13 689	10.82	34.21	8.547
88	7 744	9.381	29.66	11.36	118	13 924	10.86	34.35	8.475
89	7 921	9.434	29.83	11.24	119	14 161	10.91	34.50	8.403
					120	14 400	10.95	34.64	8.333

ผ 4 ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มุม	Sine	Cosine	Tangent	มุม	Sine	Cosine	Tangent
0.0	0.000	1.000	0.000				
0.5	0.009	1.000	0.009	15.5	0.267	0.964	0.277
1.0	0.017	1.000	0.017	16.0	0.276	0.961	0.287
1.5	0.026	1.000	0.026	16.5	0.284	0.959	0.296
2.0	0.035	0.999	0.035	17.0	0.292	0.956	0.306
2.5	0.044	0.999	0.044	17.5	0.301	0.954	0.315
3.0	0.052	0.999	0.052	18.0	0.309	0.951	0.325
3.5	0.061	0.998	0.061	18.5	0.317	0.948	0.335
4.0	0.070	0.998	0.070	19.0	0.326	0.946	0.344
4.5	0.078	0.997	0.079	19.5	0.334	0.943	0.354
5.0	0.087	0.996	0.087	20.0	0.342	0.940	0.364
5.5	0.096	0.995	0.096	20.5	0.350	0.937	0.374
6.0	0.104	0.995	0.105	21.0	0.358	0.934	0.384
6.5	0.113	0.994	0.114	21.5	0.366	0.930	0.394
7.0	0.122	0.992	0.123	22.0	0.375	0.927	0.404
7.5	0.131	0.991	0.132	22.5	0.383	0.924	0.414
8.0	0.139	0.990	0.141	23.0	0.391	0.921	0.424
8.5	0.148	0.989	0.149	23.5	0.399	0.917	0.435
9.0	0.156	0.988	0.158	24.0	0.407	0.914	0.445
9.5	0.165	0.986	0.167	24.5	0.415	0.910	0.456
10.0	0.174	0.985	0.176	25.0	0.423	0.906	0.466
10.5	0.182	0.983	0.185	25.5	0.431	0.903	0.477
11.0	0.191	0.982	0.194	26.0	0.438	0.899	0.488
11.5	0.199	0.980	0.204	26.5	0.446	0.895	0.499
12.0	0.208	0.978	0.213	27.0	0.454	0.891	0.510
12.5	0.216	0.976	0.222	27.5	0.462	0.887	0.521
13.0	0.225	0.974	0.231	28.0	0.470	0.883	0.532
13.5	0.233	0.972	0.240	28.5	0.477	0.879	0.543
14.0	0.242	0.970	0.249	29.0	0.485	0.875	0.554
14.5	0.250	0.968	0.259	29.5	0.492	0.870	0.566
15.0	0.259	0.966	0.268	30.0	0.500	0.866	0.577

มุม	Sine	Cosine	Tangent	มุม	Sine	Cosine	Tangent
30.5	0.508	0.862	0.589	45.5	0.713	0.701	1.018
31.0	0.515	0.857	0.601	46.0	0.719	0.695	1.036
31.5	0.522	0.853	0.613	46.5	0.725	0.688	1.054
32.0	0.530	0.848	0.625	47.0	0.731	0.682	1.072
32.5	0.537	0.843	0.637	47.5	0.737	0.676	1.091
33.0	0.545	0.839	0.649	48.0	0.743	0.669	1.111
33.5	0.552	0.834	0.662	48.5	0.749	0.663	1.130
34.0	0.559	0.829	0.674	49.0	0.755	0.656	1.150
34.5	0.566	0.824	0.687	49.5	0.760	0.649	1.171
35.0	0.574	0.819	0.700	50.0	0.766	0.643	1.192
35.5	0.581	0.814	0.713	50.5	0.772	0.636	1.213
36.0	0.588	0.809	0.726	51.0	0.777	0.629	1.235
36.5	0.595	0.804	0.740	51.5	0.783	0.622	1.257
37.0	0.602	0.799	0.754	52.0	0.788	0.616	1.280
37.5	0.609	0.793	0.767	52.5	0.793	0.609	1.303
38.0	0.616	0.788	0.781	53.0	0.799	0.602	1.327
38.5	0.622	0.783	0.795	53.5	0.804	0.595	1.351
39.0	0.629	0.777	0.810	54.0	0.809	0.588	1.376
39.5	0.636	0.772	0.824	54.5	0.814	0.581	1.402
40.0	0.643	0.766	0.839	55.0	0.819	0.574	1.428
40.5	0.649	0.760	0.854	55.5	0.824	0.566	1.455
41.0	0.656	0.755	0.869	56.0	0.829	0.559	1.483
41.5	0.663	0.749	0.885	56.5	0.834	0.552	1.511
42.0	0.669	0.743	0.900	57.0	0.839	0.545	1.540
42.5	0.676	0.737	0.916	57.5	0.843	0.537	1.570
43.0	0.682	0.731	0.932	58.0	0.848	0.530	1.600
43.5	0.688	0.725	0.949	58.5	0.853	0.522	1.632
44.0	0.695	0.719	0.966	59.0	0.857	0.515	1.664
44.5	0.701	0.713	0.983	59.5	0.862	0.508	1.698
45.0	0.707	0.707	1.000	60.0	0.866	0.500	1.732

มุม	Sine	Cosine	Tangent	มุม	Sine	Cosine	Tangent
60.5	0.870	0.492	1.767	75.5	0.968	0.250	3.867
61.0	0.875	0.485	1.804	76.0	0.970	0.242	4.011
61.5	0.879	0.477	1.842	76.5	0.972	0.233	4.165
62.0	0.883	0.469	1.881	77.0	0.974	0.225	4.331
62.5	0.887	0.462	1.921	77.5	0.976	0.216	4.511
63.0	0.891	0.454	1.963	78.0	0.978	0.208	4.705
63.5	0.895	0.446	2.006	78.5	0.980	0.199	4.915
64.0	0.899	0.438	2.050	79.0	0.982	0.191	5.145
64.5	0.903	0.431	2.097	79.5	0.983	0.182	5.396
65.0	0.906	0.423	2.145	80.0	0.985	0.174	5.671
65.5	0.910	0.415	2.194	80.5	0.986	0.165	5.976
66.0	0.914	0.407	2.246	81.0	0.988	0.156	6.314
66.5	0.917	0.399	2.300	81.5	0.989	0.148	6.691
67.0	0.921	0.391	2.356	82.0	0.990	0.139	7.115
67.5	0.924	0.383	2.414	82.5	0.991	0.131	7.596
68.0	0.927	0.375	2.475	83.0	0.992	0.122	8.144
68.5	0.930	0.366	2.539	83.5	0.994	0.113	8.777
69.0	0.934	0.358	2.605	84.0	0.994	0.104	9.514
69.5	0.937	0.350	2.675	84.5	0.995	0.096	10.38
70.0	0.940	0.342	2.747	85.0	0.996	0.087	11.43
70.5	0.943	0.334	2.824	85.5	0.997	0.078	12.71
71.0	0.946	0.326	2.904	86.0	0.998	0.070	14.30
71.5	0.948	0.317	2.989	86.5	0.998	0.061	16.35
72.0	0.951	0.309	3.078	87.0	0.999	0.052	19.08
72.5	0.954	0.301	3.172	87.5	0.999	0.044	22.90
73.0	0.956	0.292	3.271	88.0	0.999	0.035	28.64
73.5	0.959	0.284	3.376	88.5	1.000	0.026	38.19
74.0	0.961	0.276	3.487	89.0	1.000	0.017	57.29
74.5	0.964	0.267	3.606	89.5	1.000	0.009	114.6
75.0	0.966	0.259	3.732	90.0	1.000	0.000	

ผ 5 คำตอบแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 8 สมดุลกล

ความรู้พื้นฐาน

ข้อ 1 –

ข้อ 2 –

ข้อ 3 –

ข้อ 4 ก

ข้อ 5 ก

ข้อ 6 ก

ข้อ 7 ก. ค

ข. ก

ข้อ 8 ค

ข้อ 9 ค

ข้อ 10 ข

ข้อ 11 ก

ข้อ 12 ก. 3.52 นิวตัน ทำมุม 84.59° กับแนว +x

ข. 14.32 นิวตัน ทำมุม 77.90° กับแนว +x

ข้อ 13 82° 27 นิวตัน

ข้อ 14 0.58

ข้อ 15 ก. 250 นิวตัน

ข.

ข้อ 16 8

ความรู้ประยุกต์

ข้อ 1 ก. 18.38 นิวตัน

ข. 9.89 นิวตัน

ข้อ 2 แรงกดพื้นเป็น 40,60 และ 53.3 นิวตัน สัมประสิทธิ์ความเสียดทานเป็น 0.43, 0.29 และ 0.14 ตามลำดับ

ข้อ 3 40 นิวตัน

ข้อ 4 ก. 692.8 และ 346.4 นิวตัน

ข. 2,008.02 และ 1,638.34 นิวตัน ตามลำดับ

ข้อ 5 375, 225, 281.25 และ 168.75 นิวตัน ตามลำดับ

ข้อ 6 12 นิวตัน

ข้อ 7 0.25

ข้อ 8 ก. 666.67 นิวตัน

ข. 533.33 และ 100 นิวตัน ตามลำดับ

ข้อ 9 125 และ 43.3 นิวตัน ตามลำดับ

ข้อ 10 3,003.16 นิวตัน

ข้อ 11 ก. 416.67 นิวตัน

ข. 300.46 นิวตัน

ข้อ 12 12 นิวตัน

ข้อ 13 ก. 10 นิวตัน

ข. 0.3125 เมตร จากพื้น

ข้อ 14 ห่างจากปลายซึ่งแขวนน้ำหนัก 30 นิวตัน เป็นระยะ 1.2 เมตร

ข้อ 15 –

ข้อ 16 0.43

บทที่ 9 งานและพลังงาน

ความรู้พื้นฐาน

ข้อ 1 ก

ข้อ 2 0

ข้อ 3 –

ข้อ 4 ข

ข้อ 5 ค

ข้อ 6 750 จูล

ข้อ 7 5.08×10^4 จูล

ข้อ 8 ก. 1.18×10^4 จูล

ข. -1.18×10^4 จูล

ข้อ 9 500 จูล

ข้อ 10 ก. 3,750 จูล

ข. 150 วัตต์

ข้อ 11 ก. 6,000 จูล

ข. 300 วัตต์

ค. 7.5 จูล

ง. 6,000 จูล

ข้อ 12 ง

ข้อ 13 1.8×10^{-18} จูล และ 5.5×10^{17} ตัว ตามลำดับ

ข้อ 14 1,800 นิวตัน และ 90 จูล ตามลำดับ

ข้อ 15 ก. 160 จูล

ข. 200 นิวตัน

ข้อ 16 ก. 0.09 จูล

ข. 1 จูล

ข้อ 17 2.14 เมตรต่อวินาที

ข้อ 18 ค

ข้อ 19 ก

ข้อ 20 ข

ความรู้ประยุกต์

ข้อ 1 ก. 25 จูล

ข. 106.25 และ 118.75 จูล ตามลำดับ

ข้อ 2 1,200 นิวตัน

ข้อ 3 ก. 20 จูล

ข. 600 จูล

ค. 720 จูล

ข้อ 4 44,722 จูล

ข้อ 5 ก. 98,000 และ 0 จูล ตามลำดับ

ข. 95,500 และ 2,500 จูล ตามลำดับ

ค. 35,500 และ 62,500 จูล ตามลำดับ

ง. 0 และ 98,000 จูล ตามลำดับ

ข้อ 6 ก. 37.5 นิวตัน

ข. 4.69 จูล

ข้อ 7 0.165 เมตร

ข้อ 8 ข

ข้อ 9 ง

ข้อ 10 ค

ข้อ 11 ง

ข้อ 12 –

ข้อ 13 –

ข้อ 14 ค

ข้อ 15 ข

ข้อ 16

บทที่ 10 การชนและโมเมนตัม

ความรู้พื้นฐาน

ข้อ 1 1.5×10^5 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที มีทิศไปทางทิศตะวันออก

ข้อ 2 ก. 20 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ข. 4 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที^{2}

ข้อ 3 ข

ข้อ 4 ค

ข้อ 5 80 นิวตัน ในทิศออกจากกำแพง

ข้อ 6 4.8 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที, 3.2×10^4 นิวตัน

ข้อ 7 100 นิวตัน ทิศตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่

ข้อ 8 5 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ข้อ 9 ก. 6.9×10^{-2} กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ข. 3.45×10^{-1} นิวตัน

ข้อ 10 ค

ข้อ 11 ค

ข้อ 12 0.67 เมตรต่อวินาที

ข้อ 13 1.0 เมตรต่อวินาที ทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของลูกปืน

ข้อ 14 ก

ข้อ 15 ข

ข้อ 16 ก

ความรู้ประยุกต์

ข้อ 1 ก. 2.0 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ในทิศเข้าหาผนัง

1.6 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ในทิศออกจากผนัง

ข. 3.6 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ค. 1,800 นิวตัน ทิศออกจากฝาผนัง

ข้อ 2 ก. 1.25×10^5 นิวตัน ทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของลูกปืน

ข. 4.0×10^{-4} วินาที

ข้อ 3 ก. 15 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ข. 5 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ข้อ 4 ค

ข้อ 5 ค

ข้อ 6 ก

ข้อ 7 ก

ข้อ 8 2.7 นิวตัน

ข้อ 9 22 เมตรต่อวินาที

ข้อ 10 ก. 2.4 เมตรต่อวินาที และ 0.9 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ

ข้อ 11 ก. 40 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ข. 4.0×10^{6} กิโลกรัม เมตรต่อวินาที

ค. 1.6×10^{7} จูล, 2.0×10^{6} จูล

ง.

ข้อ 12 97.8 เมตรต่อวินาที ในทิศเดิม

ข้อ 13 ก. 6.7×10^{-27} กิโลกรัม

ข. –

ข้อ 14 ก. 3 เมตรต่อวินาที ทิศไปทางขวามือ

ข. 245 จูล

ข้อ 15 ลูกเหล็กสะท้อนออกด้วยความเร็ว 2.4 เมตรต่อวินาที แท่งเหล็กเคลื่อนไปข้างหน้าด้วยความเร็ว 1.6 เมตรต่อวินาที

ข้อ 16 14.1 เมตรต่อวินาที ทิศทำมุม 135° กับทิศการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนที่หนึ่ง

ข้อ 17 0.05 เมตร

ผ 6 คำศัพท์ในหนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ เล่ม 3 ว 022

บทที่ 8 สมดุลกล

สมดุล	equilibrium
สมดุลสถิต	static equilibrium
สมดุลจลน์	kinetic equilibrium
สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง	translational equilibrium
สมดุลต่อการหมุน	rotational equilibrium
ความเสียดทาน	friction
แรงเสียดทาน	force of friction, frictional force
แรงเสียดทานสถิต	static frictional force
แรงเสียดทานจลน์	kinetic frictional force
สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน	coefficient of friction
สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต	coefficient of static friction
สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์	coefficient of kinetic friction
แรงเสียดทานกลิ้ง	rolling frictional force
สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้ง	coefficient of rolling friction
ศูนย์กลางมวล	centre of mass
ระบบ	system
ศูนย์ถ่วง	centre of gravity
แรงขนาน	parallel forces
แรงคู่ควบ	couple
โมเมนต์ของแรง	moment of force
ทอร์ก	torque
โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา	clockwise moment
โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา	anticlockwise moment
โมเมนต์ของแรงคู่ควบ	moment of couple
สมดุลสัมบูรณ์	absolute equilibrium
เสถียรภาพ	stability
สมดุลเสถียร	stable equilibrium

สมดุลสะเทิน	neutral equilibrium
สมดุลไม่เสถียร	unstable equilibrium
การได้เปรียบเชิงกล	mechanical advantage

บทที่ 9 งานและพลังงาน

งาน	work
กำลัง	power
พลังงาน	energy
พลังงานจลน์	kinetic energy
พลังงานศักย์	potential energy
พลังงานศักย์โน้มถ่วง	gravitational potential energy
พลังงานศักย์ยืดหยุ่น	elastic potential energy
ค่าคงตัวสปริง	spring constant
กฎการอนุรักษ์พลังงาน	law of conservation of energy

บทที่ 10 การชนและโมเมนตัม

โมเมนตัม	momentum
การดล	impulse
แรงดล	impulsive force
การชน	collision
การชนในแนวตรง (การชนในหนึ่งมิติ)	head-on collision (one - dimensional collision)
การชนแบบยืดหยุ่น	elastic collision
การชนแบบไม่ยืดหยุ่น	inelastic collision
การชนในสองมิติ	two – dimensional collision
กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม	law of conservation of momentum

คณะกรรมการดำเนินงานปรับปรุงหลักสูตรวิชาฟิสิกส์ พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

นายประมวล	ศิริผันแก้ว	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายไชยยันต์	ศิริโชติ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวอารอบ	ศิริพุฒ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายรังสรรค์	ศรีสาคร	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายชุมพล	พัฒนสุวรรณ	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน
นางวิไลวรรณ	ภูละออ	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
นายบุญชัย	ตันไถง	มหาวิทยาลัยบูรพา
นางสาวกัลณกา	สาธิตธาดา	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า ธนบุรี
นางอินทิรา	ศรีพิชัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า ธนบุรี
นายนิรันดร์	เจริญกูล	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา
นายไพรัตน์	วรภักดี	โรงเรียนปทุมคงคา
นายวิรัตน์	วัฒนฤกษ์	โรงเรียนเทพลีลา
นางกิ่งแก้ว	คูอมรพัฒนะ	โรงเรียนสายน้ำผึ้ง
นายเลื่อน	กล้าหาญ	โรงเรียนสาธิต มศว.ประสานมิตร

ที่ปรึกษา

นายเฉลียว มณีเลิศ

คณะบรรณาธิการ

นายประมวล ศิริผันแก้ว

นายชุมพล พัฒนสุวรรณ

คณะกรรมการฝ่ายเสริมวิชาการ

คณะกรรมการฝ่ายวิจัยและประเมินผล

คณะกรรมการฝ่ายเทคโนโลยีทางการศึกษา

คณะกรรมการฝ่ายออกแบบและสร้างอุปกรณ์

คณะกรรมการฝ่ายบริการการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี