

บทที่ 7

สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

เค้าโครงเรื่อง

- 7.1 แนวคิดในการใช้สื่อการเรียนการสอน
 - 7.1.1 ประโยชน์ของสื่อการเรียนการสอน
 - 7.1.2 ลักษณะของสื่อการเรียนการสอนที่ดี
 - 7.1.3 ข้อคำนึงในการใช้สื่อการเรียนการสอน
- 7.2 ประเภทของสื่อการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์
 - 7.2.1 สื่อสิ่งพิมพ์
 - 7.2.2 สื่อตามธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม
 - 7.2.3 สื่อสิ่งประดิษฐ์
 - 7.2.3.1 วัสดุที่ใช้ประกอบเครื่องฉาย
 - 7.2.3.2 แผนภูมิและแผนภาพ
 - 7.2.3.3 รูปทรงเรขาคณิต
 - 7.2.3.4 อุปกรณ์ประดิษฐ์อื่น ๆ
 - 7.2.4 สื่อที่เป็นเกมและการเล่น
- 7.3 การสร้างและการใช้สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 7.3.1 กระดาษตะปู
 - 7.3.2 เส้นจำนวน
 - 7.3.3 ตาชั่งสองแขน
 - 7.3.4 ชุดแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลดีกรีสองและดีกรีสาม
 - 7.3.5 พื้นที่สามเหลี่ยม

- 7.3.6 พันทีลเหลี่ยมด้านขนาน
- 7.3.7 พันทีลเหลี่ยมคางหมู
- 7.3.8 พันทวงกลม
- 7.3.9 พันที่ผิวทวงกลม
- 7.3.10 ปริมาตรของกรวยกลมและปริมาตรของทวงกลม
- 7.3.11 ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม
- 7.3.12 สมบัติเส้นตรงตัดเส้นขนาน
- 7.3.13 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สาระสำคัญ

1. สื่อการเรียนการสอนคือเครื่องมือ อุปกรณ์ และวิธีการที่ผู้สอนนำไปใช้ประกอบการสอน เพื่อสื่อความหมายของสิ่งที่สอนไปยังผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ช่วยให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น สื่อการเรียนการสอนที่ดีนั้นต้องใช้ได้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะของผู้เรียน ใช้ได้คุ้มค่าและราคาถูก ก่อนนำมาใช้ครูต้องศึกษาและเตรียมการในการใช้ล่วงหน้า
2. สื่อการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็นหลายประเภท ทั้งสื่อสิ่งพิมพ์ สื่อสิ่งประดิษฐ์ สื่อธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม และสื่อที่เป็นเกมและของเล่น
3. การสร้างสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อาจเลือกใช้วัสดุได้หลายชนิด เช่น ไม้อัดชนิดบาง ไม้แท่ง พลาสติก หรือกระดาษแข็ง ควรคำนึงถึงขนาด สี และการถ่ายทอดมโนคติของสื่อนั้น เมื่อสร้างแล้วควรทดลองก่อนนำไปใช้สอนจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อศึกษาเนื้อหาบทนี้จบแล้ว นักศึกษาสามารถ

1. ระบุประโยชน์ของสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้
2. อธิบายลักษณะของสื่อการสอนที่ดีได้อย่างถูกต้อง
3. สรุปข้อที่ควรคำนึงในการใช้สื่อการเรียนการสอนได้
4. ยกตัวอย่างสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ
5. สร้างสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาได้อย่างน้อย 2 อย่าง

และอธิบายการนำเสนอไปใช้ได้

เป็นที่ทราบกันดีว่า ลักษณะและธรรมชาติของคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรม ยากแก่การอธิบายให้เข้าใจได้ และมักจะก่อให้เกิดความสับสน สื่อการสอนจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการสอนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมเข้าช่วยจะช่วยให้ความเข้าใจในนามธรรมนั้นชัดเจนขึ้น ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์นั้นเข้าใจได้ง่าย และมีความหมายมากขึ้น ทำให้นักเรียนเกิดความสนุกสนานและอยากเรียนคณิตศาสตร์

การใช้สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้รับความนิยมมากขึ้นกว่าแต่ก่อน เพราะจุดมุ่งหมายของการศึกษาในปัจจุบันมุ่งที่จะให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น มีเหตุผลและทักษะกระบวนการ การสอนจึงมิได้มุ่งที่จะให้นักเรียน "จำ" เพียงอย่างเดียว แต่จะต้องให้รู้จักหาเหตุผล รู้จักการทดลอง วิเคราะห์และคิดให้ได้ด้วย สื่อการเรียนการสอนจึงเข้ามามีบทบาทและมีความสำคัญเพิ่มขึ้น ครูจึงต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถผลิตและนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้

7.1 แนวคิดในการใช้สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนการสอนมีความหมายกว้างขวางกว่าคำว่าอุปกรณ์การสอน ได้มีผู้ให้ความหมายของคำว่าสื่อการเรียนการสอนไว้มากมาย ซึ่งพอจะสรุปได้ว่า สื่อการเรียนการสอนหมายถึงสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัสดุ เครื่องมือ อุปกรณ์ และวิธีการต่าง ๆ ที่ผู้สอนนำไปใช้ประกอบเพื่อถ่ายทอดและสื่อความหมายไปยังผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้ง่าย และรวดเร็วขึ้น

7.1.1 ประโยชน์ของสื่อการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เมื่อนำมาใช้อย่างถูกต้องและเหมาะสม จะก่อให้เกิดประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะสำหรับการเรียนการสอนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ดังนี้

1. สื่อการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้มากขึ้น และจะจดจำได้นานขึ้น เช่น การสอนเรื่องลักษณะและคุณสมบัติของรูปทรงต่าง ๆ ถ้าครูนำรูปของจริงมาให้นักเรียนได้ดูหรือจับต้อง นักเรียนจะเข้าใจได้ง่ายขึ้น

2. ช่วยให้นักเรียนมีทัศนคติและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น เนื่องจากคุณสมบัติเฉพาะบางประการของคณิตศาสตร์ที่มีศิลป์และมีความงามอยู่ในตัว ถ้านำมาใช้ให้นักเรียนได้เห็น นำมาประกอบหรือให้นักเรียนทำงานเกิดความคุ้นเคย เช่น การออกแบบภาพโดยใช้ลักษณะหรือรูปแบบทางเรขาคณิต ซึ่งอาจจะทำออกมาเป็นภาพวาดหรือทำเป็นรูปทรง ฯลฯ ศิลปะประดิษฐ์เหล่านี้ จะมีความสวยงาม น่าศึกษาและน่าสนใจ จะทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

3. ช่วยให้นักเรียนมองเห็นถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ภาพ ภาพยนตร์ หรือฟิล์มสตริป แสดงให้เห็นว่าจะนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร การพานักเรียนไปทัศนศึกษา แม้ว่าจะจะเป็นวิธีการที่ดีที่สุดที่จะได้เห็นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ แต่ต้องใช้เวลามากและต้องอาศัยทรัพยากรในสังคมเข้าช่วย ทำให้ยุ่งยากเสียเวลา และในบางครั้งไม่สามารถจัดหาได้ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ช่วยเพิ่มความสนใจเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์นี้ อาจจะหาได้จากภาพยนตร์ หรือฟิล์มสตริปที่สำนักพิมพ์หรือบริษัทต่าง ๆ ได้จัดทำไว้จำหน่าย ซึ่งโรงเรียนอาจจะจัดซื้อไว้ให้ครูนำไปใช้ได้

4. สื่อการสอนอาจจะช่วยนำกิจกรรมทางด้านคณิตศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ศึกษา เข้ามาสู่โรงเรียนหรือห้องเรียน โดยใช้เครื่องบันทึกเสียงหรือเครื่องบันทึกภาพนำเอาการประชุม การสัมมนา หรือการอภิปรายต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความรู้อันทางคณิตศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ศึกษามาให้นักเรียนได้รับฟังเป็นบางครั้งคราว เพื่อให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยและได้แนวคิดต่าง ๆ ซึ่งอาจจะนำมาใช้เสริมได้ในการเรียนคณิตศาสตร์

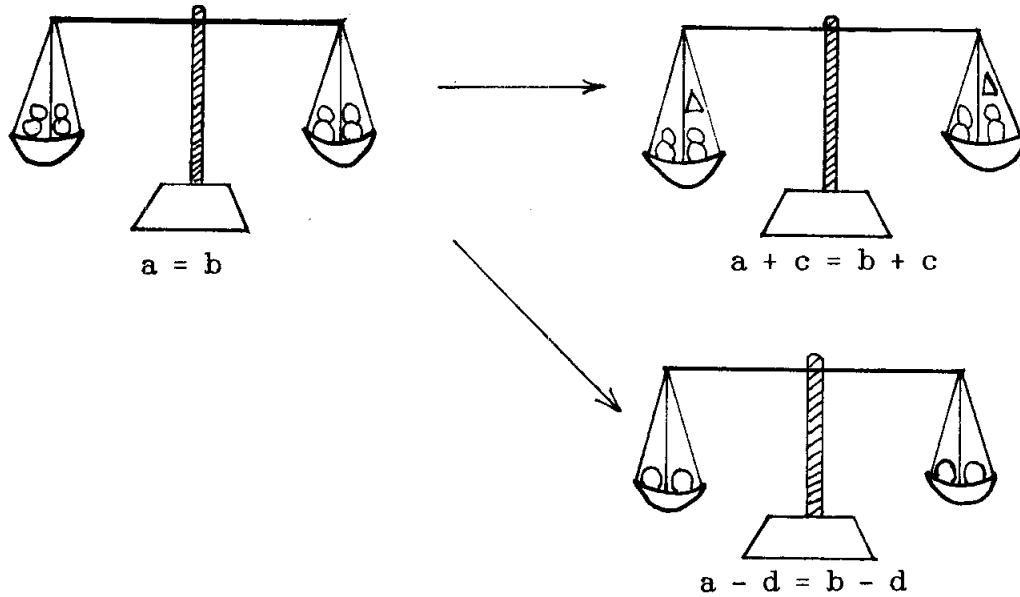
5. สื่อการสอนคณิตศาสตร์ เช่น ภาพยนตร์ หรือภาพยนตร์ที่เคลื่อนไหวที่ช้า จะช่วยให้นักเรียนเกิดภาพพจน์ในแนวคิดที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน เช่น เรื่อง โลกัส เรื่องเกี่ยวกับสไลด์รูล ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนจะเข้าใจได้ยาก

6. สื่อการสอนบางประเภท จะช่วยเสริมการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน ซึ่งครูจะต้องสอนในเวลาเดียวกัน เช่น ครูอาจจะให้นักเรียนที่เรียนเก่งเรียนเนื้อหาจากบทเรียน โปรแกรมในขณะที่ครูใช้สื่อที่เป็นรูปภาพหรือรูปธรรมสอนเด็กนักเรียนที่เรียนอ่อน

7. จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมและกิจกรรมที่ครูได้จัดเตรียมไว้อย่างดี จะฝึกให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์หรือเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง
 8. สื่อการเรียนการสอนจะช่วยประหยัดเวลาในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ
 9. สื่อการเรียนการสอนบางประเภท เช่น บทเรียนแบบโปรแกรม ภาพยนตร์ นิล์มสตริป สามารถนำมาใช้เป็นเครื่องช่วยสอนในการสอนซ่อมเสริมได้ ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนได้ด้วยตัวเองโดยไม่จำกัดเวลา
 10. สื่อการเรียนการสอนสามารถใช้ช่วยในการอธิบาย การขยายข้อความและการสรุปมโนคติต่าง ๆ
 11. สื่อการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียนเกิดความสนุกสนานในการเรียน ได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ทำให้เกิดความสนใจและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้ไม่เบื่อหน่ายต่อการเรียน
 12. สื่อการเรียนการสอนจะมีส่วนช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้
- จากที่กล่าวมานี้จะเห็นได้ว่า สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สามารถนำมาใช้ช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้การสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

7.1.2 ลักษณะของสื่อการเรียนการสอนที่ดี การที่จะพิจารณาว่าสื่อการสอนที่ดีมีลักษณะอย่างไรนั้น เราคงจะพิจารณาเฉพาะลักษณะของตัวสื่อการสอนเพียงอย่างเดียว แล้วบอกว่าดีหรือไม่ไม่ได้ เราจะต้องพิจารณาในการนำไปใช้ประกอบด้วยว่าเป็นอย่างไร สื่อการเรียนการสอนที่ดีเมื่อนำไปใช้ประกอบกับการเรียนการสอนแล้วควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. สื่อการเรียนการสอนนั้นจะต้องใช้ได้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้และการนำเสนอเนื้อหา เช่น เมื่อจะสอนเรื่อง สมบัติความเท่ากันเพื่อนำไปใช้ในการแก้สมการ ถ้าใช้สื่อการเรียนการสอนคือ ตาชั่ง 2 แขน นำวัสดุใส่ที่จานชั่งทั้ง 2 ช้าง และให้คานอยู่ในลักษณะสมดุลกัน ให้นักเรียนว่าวัสดุทั้งสองนั้นเป็นอย่างไร และเมื่อนำวัสดุที่เท่ากันมาเพิ่มเข้าไปทั้งสองข้างหรือเอาออกทั้งสองข้างเท่า ๆ กัน ให้นักเรียนสังเกตคานของตาชั่งว่าอยู่ในลักษณะอย่างไร แล้วให้นักเรียนเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนสรุปสมบัติความเท่ากันได้ด้วยตัวเอง



2. สื่อการเรียนรู้การสอนนั้นต้องนำมาใช้ให้เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะของผู้เรียน การใช้ตาชั่ง 2 แขนมาประกอบการสอนเรื่องสมบัติความเท่ากัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนจะสนใจตื่นเต้นและเข้าใจในมโนคติของเนื้อหาโดยที่ครูไม่ต้องใช้คำอธิบายมากนัก แต่ถ้านำไปใช้สอนกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งมีความเข้าใจในลักษณะที่เป็นนามธรรมมากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 อาจเกิดความเบื่อหน่ายและไม่สนใจเรียนก็ได้

3. สื่อการเรียนรู้การสอนนั้นควรจะใช้ได้อย่างคุ้มค่า ใช้ได้ในหลายขั้นตอนของการสอน ทั้งในขั้นนำ ขั้นสอนหรือขั้นพัฒนามโนคติและขั้นสรุป ใช้ได้หลาย ๆ ครั้ง หรือหลาย ๆ ปีจนกว่าจะมีสื่อการสอนอื่นที่ดีกว่ามาใช้แทน ดังนั้นการซื้อหรือการผลิตสื่อการเรียนรู้การสอนมาใช้จึงต้องพิจารณาด้วยว่าจะนำมาใช้ได้อย่างคุ้มค่าหรือไม่

4. สื่อการเรียนรู้การสอนนั้นควรมีราคาถูก หากครูสามารถผลิตได้เอง โดยใช้วัสดุที่หาง่ายและที่นำมาใช้ทดแทนกันได้ ไม่จำเป็นต้องใช้วัสดุแบบเดียวกับต้นแบบ เช่น ตาชั่ง 2 แขนนั้น อาจจะใช้ไม้แขวนเสื้อมาทำเป็นคานตาชั่ง ผูกเชือกตรงขอเกี่ยว งานซึ่งอาจใช้กระป๋องนมหรือถ้วยพลาสติก เจาะรูและผูกเชือกให้ยาวเท่ากัน และผูกที่ปลายสองข้างของไม้แขวนเสื้อ ก็จะได้สื่อการเรียนรู้การสอนที่ทำได้เองและมีราคาถูก หากต้องใช้ซื้อบ่อย ๆ ก็อาจจะเลือกใช้วัสดุที่มีความคงทนถาวร และการประกอบก็ทำให้ประณีตขึ้น

สื่อการเรียนการสอนจะมีค่าและน่าใช้ถ้าครูได้ผลิตเองหรือให้นักเรียนได้มีส่วนช่วยในการผลิต และมีส่วนช่วยในการใช้ให้มากขึ้น นักเรียนจะเกิดความภาคภูมิใจในผลงานของตน และสนุกสนานในการได้จับต้องและมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนด้วย

7.1.3 ข้อคำนึงในการใช้สื่อการเรียนการสอน ในการนำสื่อการเรียนการสอนมาใช้ให้เกิดผลดีต่อการเรียนรู้ของนักเรียนนั้น นักเทคโนโลยีการศึกษาที่มีชื่อเสียงต่าง ๆ ได้เสนอแนวคิดไว้อย่างกว้างขวาง ซึ่งพอจะรวบรวมและสรุปข้อที่ครูควรต้องคำนึงในการใช้สื่อการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. ก่อนที่ครูจะนำสื่อการเรียนการสอนประเภทใดมาใช้นั้น ครูต้องศึกษาเนื้อหา ฝึกฝนความรู้ความสามารถของผู้เรียน และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหา นั้น ๆ เสียก่อน แล้วจึงคัดเลือกสื่อการเรียนการสอนที่เหมาะสมที่สุด ที่จะชี้ให้เห็นถึงจุดที่สำคัญที่สุดของเรื่องที่จะสอน
2. ครูควรมีความเต็มใจและตั้งใจอยากใช้สื่อด้วยตนเอง มิใช่ใช้เพราะถูกบีบหรือถูกบังคับ
3. สื่อการเรียนการสอนนั้นควรใช้ช่วยเพื่อให้เกิดรูปธรรม เพื่อให้เกิดแนวคิดที่ถูกต้อง และลดการอธิบายให้น้อยลง
4. สื่อการเรียนการสอนนั้นควรช่วยพัฒนาแนวคิดเบื้องต้น ทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จริง รวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน
5. ก่อนใช้สื่อการสอน ครูควรศึกษาสื่อการเรียนการสอนนั้นให้เข้าใจ และได้ทดลองใช้ ใช้ให้เป็นก่อนที่จะนำไปใช้จริงในห้องเรียน
6. ครูต้องเตรียมห้องเรียนให้เหมาะสมแก่การใช้สื่อการเรียนการสอนแต่ละชนิด รวมตลอดทั้งจัดเตรียมเครื่องอำนวยความสะดวกในการใช้ต่าง ๆ
7. จัดลำดับกิจกรรมที่จะใช้สื่อการเรียนการสอนนั้น รวมทั้งกำหนดประมาณเวลาที่ จะใช้ เพื่อจะทำให้การใช้สื่อการเรียนการสอนเป็นไปได้อย่างราบรื่น ถ้ากำหนดกิจกรรมและเวลาไม่เหมาะสม อาจจะทำให้การใช้สื่อไม่คุ้มค่ากับเวลาที่เสียไป
8. ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสื่อการเรียนการสอนที่จะใช้กับจำนวนของนักเรียน ไม่ว่าจะเป็นเรื่อง จำนวน ขนาด สี สัน เช่น ถ้าใช้สอนนักเรียนในชั้นขนาดใหญ่ สื่อก็ต้องมีขนาดใหญ่ให้

เห็นชัดเจนด้วย หรือถ้าแบ่งเป็นกลุ่มย่อยเล็ก ๆ สื่อก็อาจจะมีขนาดเล็กลง แต่ต้องมีจำนวนมากขึ้น เป็นต้น

9. ในบางครั้งอาจต้องมีการเตรียมนักเรียนก่อนการใช้สื่อการเรียนการสอน ครูต้องอธิบายล่วงหน้าเกี่ยวกับการใช้ รวมทั้งรายละเอียดและเนื้อหาต่าง ๆ และในบางครั้งถ้าสื่อนั้นมีอันตรายในการใช้ ครูต้องคำนึงถึงความปลอดภัยและระมัดระวังควบคุมการใช้สื่อของนักเรียนด้วย

10. ในการสอนแต่ละคาบไม่จำเป็นต้องใช้สื่อการเรียนการสอนทุกครั้ง และไม่จำเป็นต้องใช้สื่อในการสอนทุกคาบ

11. สื่อการเรียนการสอนที่เตรียมไว้แล้วนั้น ต้องนำไปใช้จริง ๆ มิใช่เอาไปตั้งวางให้ดูเฉย ๆ

12. ต้องสังเกตและสรุปผลการใช้สื่อการเรียนการสอนทุกครั้ง ทั้งในส่วนตัวครูผู้สอนในด้านความคล่องแคล่วในการใช้ ความสอดคล้องของเนื้อหาและสื่อ ทักษะการใช้สื่อ และทั้งปฏิกิริยาของนักเรียนที่มีต่อการใช้สื่อ ซึ่งถือได้ว่าเป็นการประเมินคุณค่าและประสิทธิภาพของการใช้สื่อว่าดีไม่น้อยเพียงไร

13. การใช้สื่อการเรียนการสอนนั้น ควรใช้เพื่อให้เป็นสิ่งที่จะช่วยปลูกฝังเจตคติที่ดีในการเรียนให้กับนักเรียน และสามารถฝึกทักษะให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการกระทำด้วย

14. หลังจากใช้สื่อการเรียนการสอนแล้ว ครูและนักเรียนต้องช่วยกันดูแลเก็บรักษาให้สื่อการเรียนการสอนนั้นอยู่ในสภาพที่เรียบร้อย พร้อมทั้งจะนำมาใช้การในครั้งต่อไปได้ทันที หากมีสิ่งใดชำรุดเสียหายควรจะได้ซ่อมแซมก่อนจะจัดเก็บ ทั้งนี้เป็นการช่วยฝึกนิสัยให้นักเรียน มีความละเอียดรอบคอบ และทำงานอย่างเป็นระเบียบ

กิจกรรมการเรียนรู้ 7.1

เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระในหัวข้อ 7.1 เข้าใจดีแล้ว ให้นักศึกษาทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงระบุประโยชน์ของสื่อการเรียนการสอนชนิดศาสตร์
2. สื่อการสอนที่ดีควรมีลักษณะอย่างไรบ้าง จงอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ
3. จงสรุปข้อที่ควรคำนึงในการใช้สื่อการเรียนการสอน

7.2 ประเภทของสื่อการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์

สื่อที่จะนำมาใช้ประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีความเป็นรูปธรรมและน่าสนใจมีมากมายหลายประเภท ซึ่งผู้รู้ในด้านนี้ได้แบ่งประเภทไว้แตกต่างกัน ในที่นี้ผู้เขียนจะแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ตามลักษณะของสื่อ คือ

1. สื่อสิ่งพิมพ์
2. สื่อตามธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม
3. สื่อสิ่งประดิษฐ์
4. สื่อที่เป็นเกมและของเล่น

7.2.1 สื่อสิ่งพิมพ์ สื่อสิ่งพิมพ์เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ครูคุ้นเคยมากที่สุด และใช้อยู่เป็นประจำ เช่น หนังสือแบบเรียน คู่มือครู แบบฝึกปฏิบัติและเฉลยต่าง ๆ นอกจากนี้ยังมีสิ่งพิมพ์อื่น ๆ ที่ครูอาจจะนำมาใช้บ้างเป็นครั้งคราว เช่น หนังสืออ่านประกอบ (เสริมประสบการณ์คณิตศาสตร์ ม.ต้น และ ม.ปลาย แบบฝึกหัดระคนเสริมทักษะคณิตศาสตร์ เล่นและเรียนคณิตศาสตร์ ฯลฯ) วารสารต่าง ๆ ทั้งในและต่างประเทศ (วารสารคณิตศาสตร์ของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย จุลสารคณิตศาสตร์ของมหาวิทยาลัยเชียงใหม่, Mathematics Teacher, Arithmetic Teacher, Mathematics in School, Journal for Research in Mathematics Education, School Science and Mathematics, Focus on Learning in Mathematics, Educational Studies in Mathematic, ฯลฯ) แบบเรียนแบบโปรแกรมตลอดจนเอกสารแนะแนวทางต่าง ๆ ที่สมาคมหน่วยงานหรือครูผลิตขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทเรียน สิ่งเหล่านี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจและการฝึกฝนทบทวนในเนื้อหาวิชา เตรียมความพร้อมของนักเรียน เสริมสร้างประสบการณ์และทัศนคติที่ดีต่อการเรียนของนักเรียน ดังนั้นครูจึงควรเลือกและใช้สื่อสิ่งพิมพ์เหล่านี้ให้เกิดประโยชน์กับผู้เรียนให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยคำนึงถึงสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

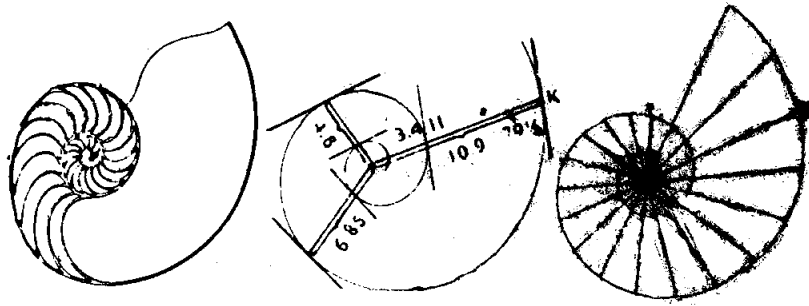
1) การเลือกและการใช้หนังสือเรียนหรือแบบเรียน ควรเลือกหนังสือที่มีเนื้อหามากที่สุด เพื่อครูจะได้เลือกจัดกิจกรรมได้ตามความสนใจของนักเรียน และตามความเหมาะสมของสภาพการเรียนการสอน พิจารณาการเขียนและการอธิบายเนื้อหาในเล่ม ควรจะมีลักษณะที่เสริมสร้างความเข้าใจให้แก่นักเรียน อธิบายจากง่ายไปหายาก มีตัวอย่างหลากหลายและจำนวนมากพอ มีแบบฝึกหัด

อย่างเพียงพอ และมีเนื้อหาช่วยผู้ให้คิดและศึกษาตาม และถ้ายังมีการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนรู้ในแต่ละบทไว้อย่างชัดเจนด้วย ก็จะช่วยให้ครูและนักเรียนสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เกิดการเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็วมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้หากแบบเรียนนั้นจะชี้แนะแนวทางที่จะให้นักเรียนศึกษาได้ด้วยตัวเอง และมีหนังสืออ่านหรือค้นคว้าเพิ่มเติมไว้ทำยบทด้วย ก็จะทำให้หนังสือเรียนนั้นมีคุณค่าเพิ่มมากขึ้น สำหรับการใช้นักเรียนนั้นครูควรใช้ในฐานะที่เป็นสื่อเสริมการเรียนการสอน มิใช่ใช้เป็นสิ่งที่ให้ความรู้เฉพาะตามที่กล่าวไว้ในหนังสือเรียนเท่านั้น

2) การใช้คู่มือครู ควรใช้ในฐานะที่เป็นเครื่องชี้หรือเครื่องช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างกว้าง ๆ มิได้หมายความว่าครูจะต้องสอนหรือทำตามข้อกำหนดหรือเพียงเท่าที่กำหนดไว้ในคู่มือครูเท่านั้น ก่อนสอนครูควรได้พิจารณาศึกษาและทำความเข้าใจในเนื้อหา นั้น ๆ ให้ดีเสียก่อน คิดหาวิธีการนำเสนอเนื้อหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน อุปกรณ์ ตลอดจนการประเมินผลการเรียนให้เหมาะสมกับสถานการณ์และสภาพของนักเรียนในแต่ละห้อง การใช้เฉลยในคู่มือครูควรจะต้องพิจารณาด้วย เพราะการเฉลยนั้นเป็นเพียงแนวทางการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียวเท่านั้น ปัญหาหรือโจทย์บางข้ออาจมีวิธีการทำได้หลายวิธี ถ้านักเรียนทำไม่เหมือนกับที่เฉลยไว้ก็มีได้หมายความว่านักเรียนทำผิดเสมอไป ครูควรจะได้ดูหลักการและเหตุผลประกอบ

3) ครูควรใช้หนังสืออ่านประกอบหรือหนังสือวารสารต่าง ๆ ในการเพิ่มพูนความรู้ให้กับตัวเองและนักเรียน โดยเลือกหนังสือและเนื้อหาที่มีลักษณะที่ท้าทายความคิด กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียน เกิดการค้นพบด้วยตนเอง เพิ่มพูนประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์ และเปลี่ยนแปลงบรรยากาศในการเรียนการสอนด้วย

7.2.2 สื่อตามธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม ของจริงตามธรรมชาติที่มีลักษณะและรูปร่างที่อยู่ในแวดวงของคณิตศาสตร์นั้น สามารถนำมาเป็นสื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียนได้เป็นอย่างดี การที่นำสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนทั้งสิ่งที่เป็นธรรมชาติและสิ่งที่อยู่ในสภาพแวดล้อมที่นักเรียนมองเห็น ได้สัมผัส และมองเห็นการนำไปใช้ประโยชน์ได้มาให้นักเรียนวิเคราะห์หรือนำเข้ามาส่วนในการเรียน จะช่วยให้นักเรียนรู้จักสังเกต พิจารณาและเป็นการเสริมสร้างทัศนคติและความชื่นชอบในวิชาคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น เช่น ให้นักเรียนสังเกตเปลือกหอยนาutilus (Nautilus)



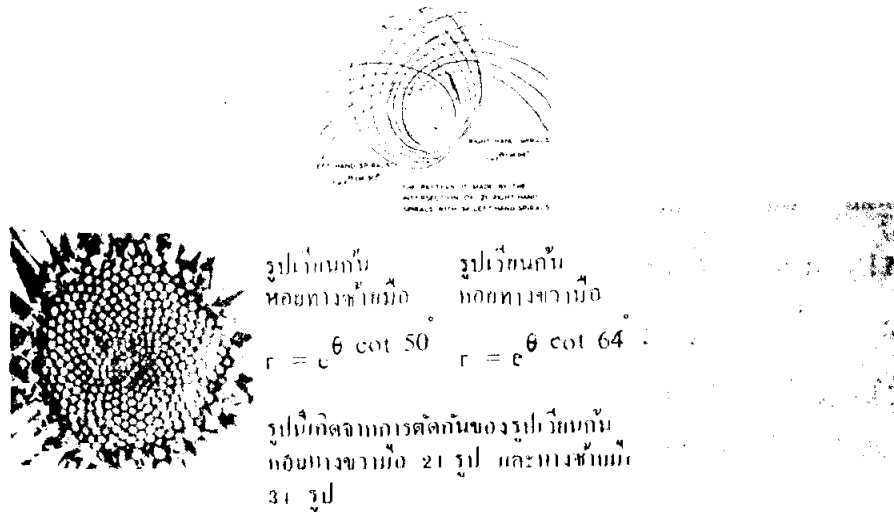
เปลือกหอยนอติลุสนี้ เป็นรูปวาดจากเปลือกหอยนอติลุสจริง ๆ จากพิพิธภัณฑ์ประวัติศาสตร์ธรรมชาติ (The Natural History Museum) ที่เคนซิงตัน ประเทศอังกฤษ เปลือกหอยนี้มีรูปทรงเป็นรูปเวียนก้นหอยที่มีมุมเท่ากันที่เที่ยงตรงที่สุด ซึ่งจะเขียนออกมาในรูปของสมการได้เป็น $r = e^{k \cot \theta}$ (เมื่อ k เป็นมุมที่เส้นสัมผัสที่จุดทุกจุดบนส่วนโค้งทำมุม $79 \frac{1}{2}$ องศา กับรัศมีที่ลากผ่านจุดสัมผัส ดังนั้น $k = 79 \frac{1}{2}$ องศา)*

รูปเวียนก้นหอยที่อยู่ในลักษณะเดียวกันนี้อาจจะสังเกตได้จากการสานใยของแมลงมุม ซึ่งจะเป็นแบบที่ใกล้เคียงกับรูปเวียนก้นหอยที่มีมุมเท่ากันอย่างดีพอประมาณ เส้นใยตามขวางจะขนานซึ่งกันและกัน และจะโน้มเอนไปตัดเส้นใยสำคัญที่เป็นรัศมีทำมุมเท่า ๆ กันทุกเส้น

* ศึกษาวิธีการสร้างและการคำนวณได้จากงานแปลของสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติอันดับที่ 42 เรื่อง ภาษาคณิตศาสตร์ ซึ่งแปลโดย นางอุตตรา รัตมิเสน พ.ศ. 2521 หน้า 241-250

ดอกไม้ขนาดจิ๋วตระกูลคอมโพสิที (Compositae) เช่น ดอกเดซี่ เฮลิเนียม

ทานตะวัน และดอกแอสเตอร์ ก็มีการจัดระเบียบในหัวของดอกไม้เป็นแบบรูปเวียนกันหอยที่มีมุมเท่ากัน 2 ชุด ตัดกันเช่นกัน



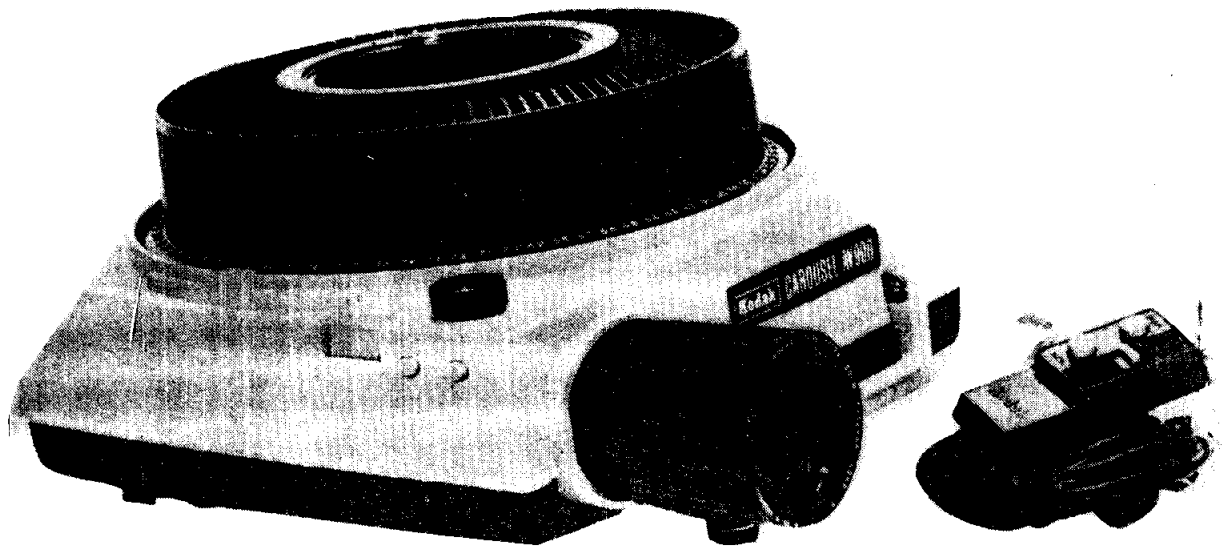
ลักษณะของปลาตาบ ดอกผักกูด ดอกมะเขือ ดอกมันเทศ ฯลฯ จะมีลักษณะสมมาตร เช่นเดียวกับรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ลักษณะของน้ำพุที่ตกลงมาจะมีลักษณะเป็นรูปพาราโบลา ฯลฯ

ในการสอนคณิตศาสตร์ ถ้าครูได้นำสื่อธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับลักษณะทางคณิตศาสตร์ เช่น ลักษณะของดอกไม้ หอย ปลา น้ำพุ รังผึ้ง หรือผลึกของแร่ต่าง ๆ มาให้นักเรียนได้สังเกต ได้วิเคราะห์ลักษณะหรือให้นักเรียนได้รวบรวมสื่อธรรมชาติที่มีลักษณะทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสนใจและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ได้

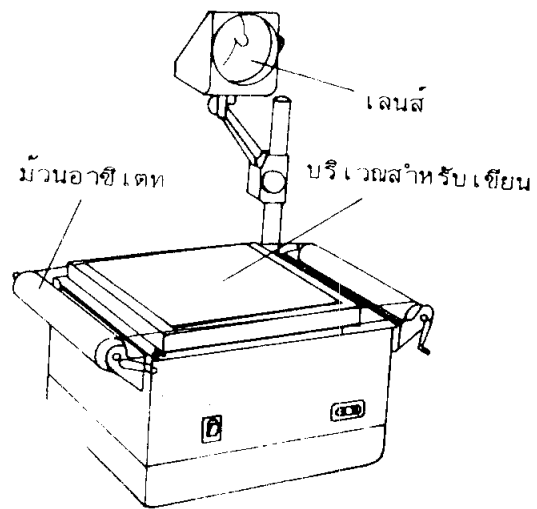
7.2.3 สื่อสิ่งประดิษฐ์ สื่อสิ่งประดิษฐ์หมายถึงสื่อการเรียนการสอนที่ประดิษฐ์ขึ้นด้วยวัสดุต่าง ๆ รวมทั้งที่ผลิตขึ้นโดยใช้วัสดุที่หาง่ายหรือราคาถูกหรือใช้วัสดุเฉพาะอย่างที่ทำยาก หรือมีกรรมวิธีที่ยุ่งยากในการผลิต ในที่นี้จะแบ่งสื่อสิ่งประดิษฐ์แยกตามลักษณะการใช้ดังนี้

7.2.3.1 วัสดุที่ใช้กับเครื่องฉาย เครื่องฉายที่สามารถนำมาใช้ประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนได้มีหลายประเภท เช่น เครื่องฉายภาพยนตร์ เครื่องฉายสไลด์ เครื่องฉายฟิล์มสตริป เครื่องฉายข้ามศีรษะ เครื่องฉายทึบแสง ฯลฯ เครื่องฉายเหล่านี้จะต้องมีสิ่งที่นำมาใช้

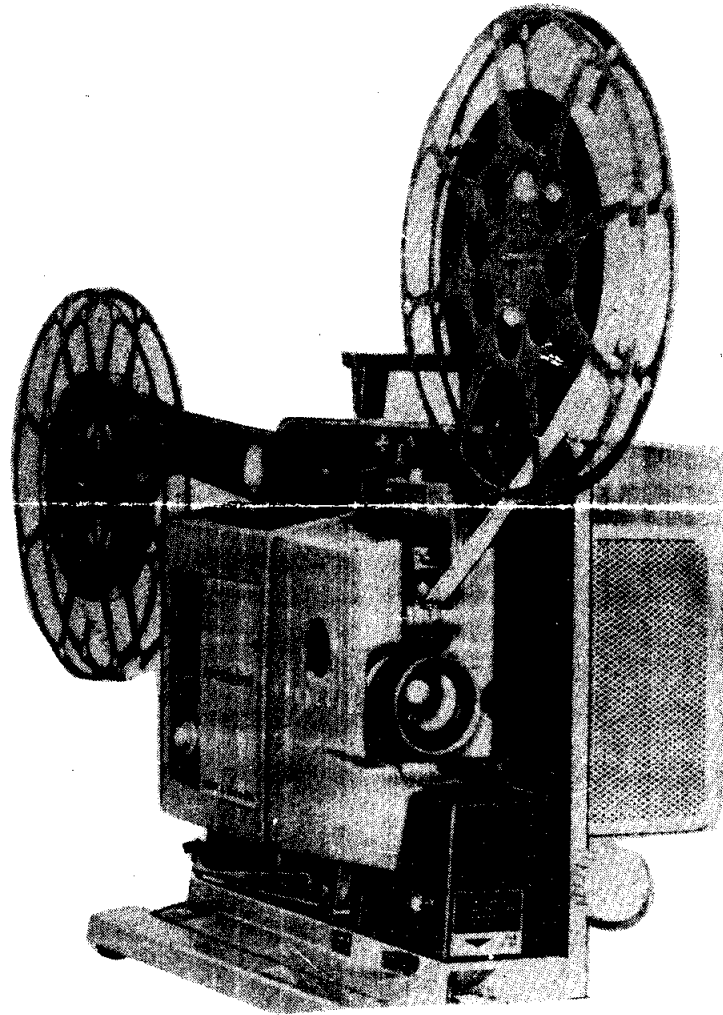
ประกอบ เช่น ภาพยนตร์ ฟิล์มสไลด์ ฟิล์มสตริป แผ่นโปร่งใส หรือม้วนอาซิเตทที่บรรจุภาพหรือข้อความหรือสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนดู แผ่นโปร่งใสนี้ครูสามารถจะวาดภาพหรือเขียนข้อความที่ต้องการได้เอง ส่วนวัสดุอื่น ๆ เช่น ภาพยนตร์หรือฟิล์มสตริปนั้นจะต้องสั่งซื้อจากบริษัทห้างร้านที่ทำการเกี่ยวกับสื่อการเรียนการสอนโดยเฉพาะ เพราะเป็นเรื่องที่ตัวเองได้ค่อนข้างยาก ในการสั่งซื้อครูจะต้องเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่สอนทางคณิตศาสตร์ เช่น ภาพยนตร์เรื่อง *The Mathematician and the River* ซึ่งจะชี้ให้เห็นถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการวิเคราะห์ การไหลของน้ำในแม่น้ำไอไฮโอ และแม่น้ำมิสซิสซิปปี เพื่อหาทางป้องกันน้ำท่วม หรือเรื่องเกี่ยวกับการหาสูตรปริมาตรและพื้นที่ผิวของรูปปริซึม รูปทรงกระบอก รูปปริมาตร รูปกรวยกลม และลูกทรงกลม เป็นต้น การใช้วัสดุประกอบเครื่องฉายอื่น ๆ นอกเหนือจากแผ่นโปร่งใสยังไม่ค่อยได้นำเข้ามาใช้ประกอบการสอนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนมากนัก เพราะฟิล์มในเนื้อหาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ยังมีไม่แพร่หลายมากนัก และอุปกรณ์เครื่องฉายต่าง ๆ ในโรงเรียนยังมีอยู่จำกัด อย่างไรก็ตาม หากมีโอกาสครูควรพยายามนำมาใช้บ้างเป็นครั้งคราว ก็จะทำให้การเรียนการสอนเป็นจริงเป็นจังขึ้น และเป็นการเปลี่ยนบรรยากาศของการสอนให้น่าสนใจ



เครื่องฉายสไลด์

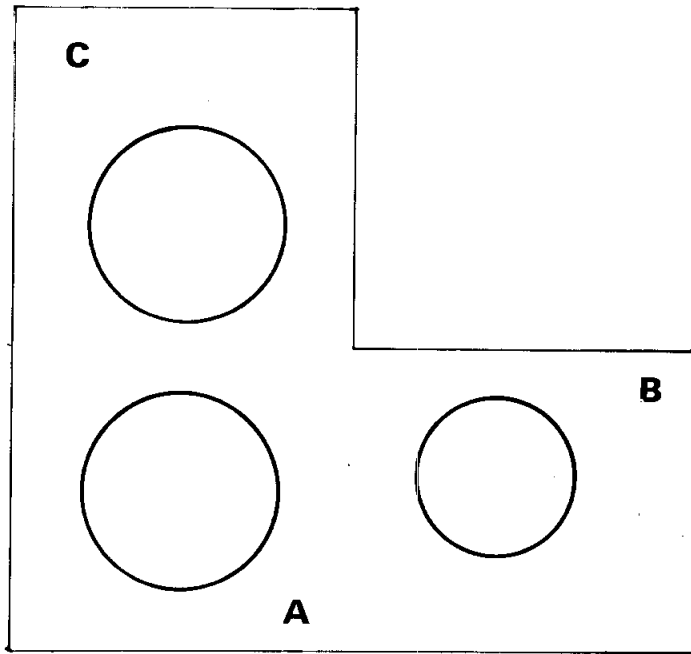


เครื่องฉายข้ามศีรษะ

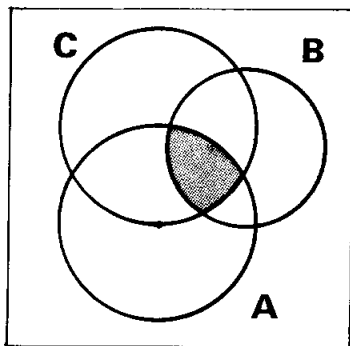


เครื่องฉายภาพยนตร์

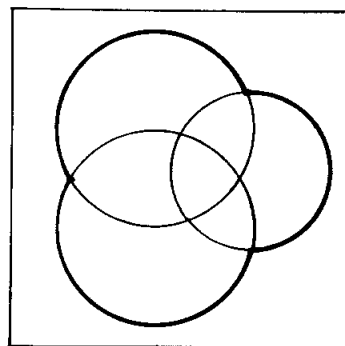
สำหรับแผ่นโปรงใสที่ใช้กับเครื่องฉายข้ามศีรษะนั้น เป็นสิ่งที่ครูสามารถทำขึ้นและนำไปใช้ได้ง่าย ช่วยทำให้มโนคติทางคณิตศาสตร์ในบางเรื่องเห็นได้ชัดเจนขึ้น จึงนิยมนำมาใช้อย่างกว้างขวางมากกว่าวัสดุประกอบเครื่องฉายอื่น ๆ ในบางครั้งอาจใช้แทนกระดานชอล์กเพราะครูสามารถเขียนอธิบาย ลบออกได้ง่าย และเขียนซ้ำได้อีก โดยปกติครูมักจะเตรียมผลิตแผ่นโปรงใสประกอบเนื้อหาในเรื่องที่จะสอนมาก่อน อาจจะเป็นรูป คำอธิบาย ตัวอย่าง หรือภาพ ซึ่งแสดงถึงมโนคติที่ยากแก่การอธิบายให้เข้าใจด้วยปากเปล่า แต่ถ้าใช้รูปแผ่นโปรงใสซ้อนภาพกันประกอบคำอธิบาย จะทำให้นักเรียนเข้าใจได้มากขึ้น เช่น จะสอนเรื่องเซตส่วนรวมและเซตส่วนร่วมของเซต 3 เซต อาจจะใช้แผ่นโปรงใส 3 แผ่นซ้อนทับกัน เพื่อให้เห็นเซตส่วนรวมหรือเซตส่วนร่วม



ภาพเมื่อซ้อนทับกัน



เซตส่วนร่วม

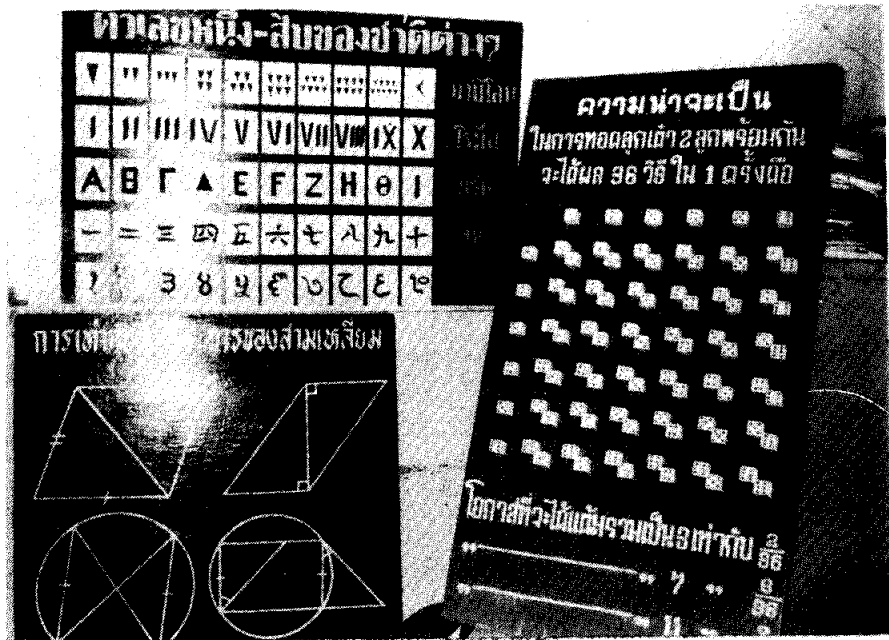


เซตส่วนรวม

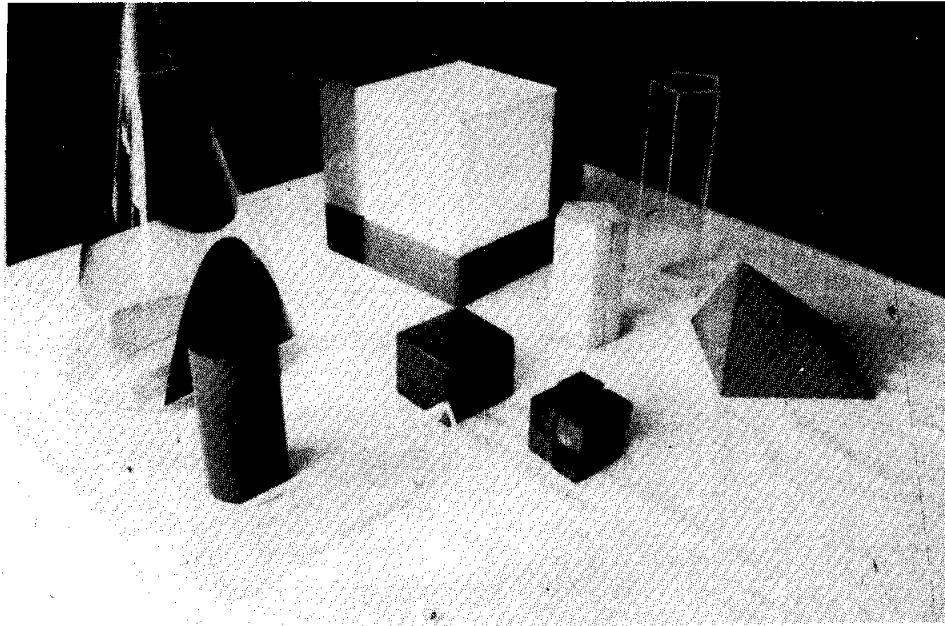
7.2.3.2 แผนภูมิและแผนภาพ แผนภูมิและแผนภาพที่ใช้ในการสอนคณิตศาสตร์เป็น

สิ่งที่ครูสามารถสร้างขึ้นได้เอง เพื่อเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ใช้ในการอธิบายหลักการบางอย่างให้สั้นง่าย และชัดเจนขึ้น หรือช่วยเสริมสร้างประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ให้กว้างขวาง และช่วยให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น

วัสดุที่จะนำมาใช้ในการสร้างสื่อการเรียนการสอนประเภทแผนภูมิและแผนภาพนี้ เลือกใช้ได้แตกต่างกัน เช่น กระดาษแข็ง กระดาษโปสเตอร์ ไม้อัด พลาสติก หรือวัสดุอื่น ๆ การเลือกใช้วัสดุ ควรเลือกประเภทที่ค่อนข้างคงทนแข็งแรง สามารถใช้ได้หลายครั้ง



7.2.3.3 รูปทรงเรขาคณิต รูปทรงเรขาคณิตระบบสองหรือสามมิตินั้น ครูอาจจะ
สร้างขึ้นเองด้วยกระดาษโปสเตอร์ ไม้อัดหรือพลาสติก หรืออาจจะซื้อสำเร็จก็ได้ เช่น รูปทรงกลม
รูปกรวยกลม รูปปริมาตร รูปปริซึมหน้าต่าง ๆ ภาคตัดกรวย เป็นต้น



7.2.3.4 อุปกรณ์ประดิษฐ์อื่น ๆ อุปกรณ์ประดิษฐ์อื่น ๆ ข้างล่างนี้จะช่วยให้นักเรียน
เกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น และเกิดความสนุกสนานในการเรียน เช่น

กระดานตะปู

ตาชั่งจีน 2 แขน

เส้นจำนวน

อุปกรณ์การแยกโพลีโนเมียลดีกรี 2, 3

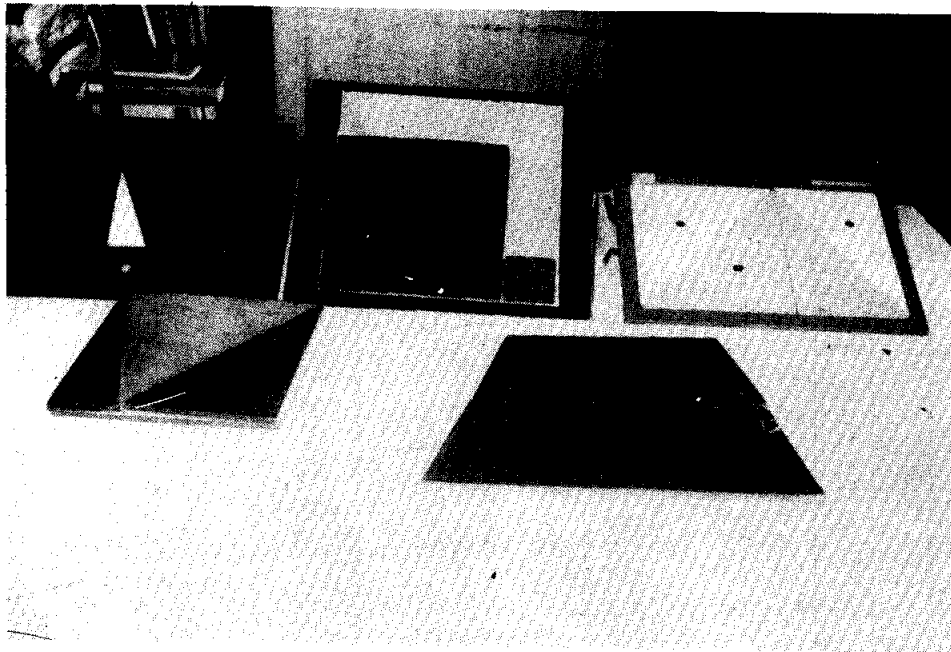
การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู การหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

เลขฐาน

โดมิโน

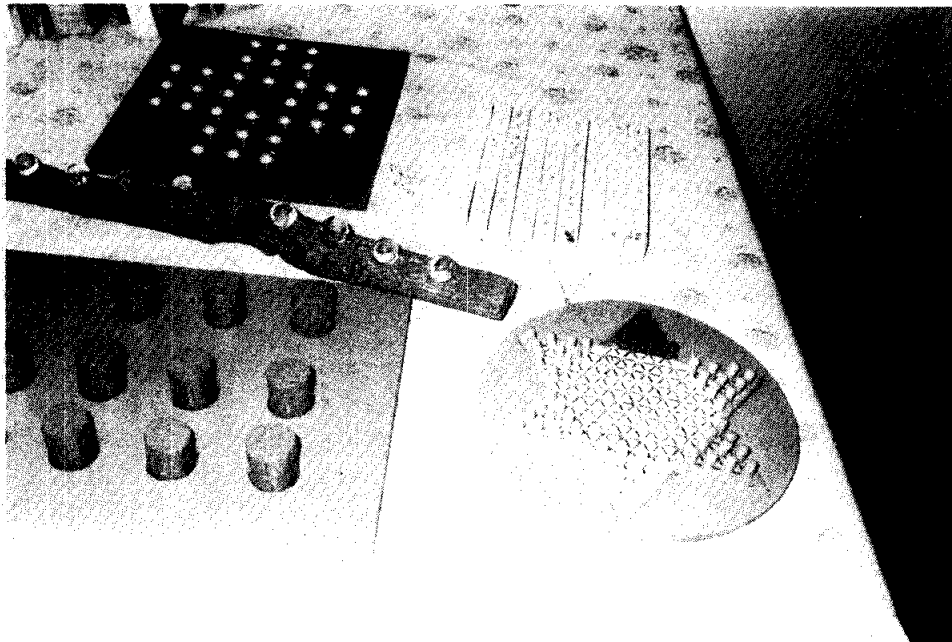
กระดุกเนเปียร์

ฯลฯ



7.2.4 สื่อที่เป็นเกมและของเล่น สื่อที่เป็นเกมและของเล่นที่ช่วยเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ การค้นหารูปแบบและแนวคิดต่าง ๆ รวมทั้งการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้นั้น ได้เข้ามามีบทบาทในชีวิตของนักเรียนมากขึ้น เกมและของเล่นทางคณิตศาสตร์นี้ ได้มีการผลิตในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อการจำหน่ายมากมาย ทำจากวัสดุที่ถูกต้องและหาได้ง่ายขึ้น ทำให้ราคาถูกลง เกมและของเล่นทางคณิตศาสตร์นี้ครูอาจจะให้นักเรียนช่วยกันผลิตขึ้นเองและนำมาใช้เล่นและเสริมทักษะและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียนได้ด้วย ประโยชน์ของ เกมและของเล่นทางคณิตศาสตร์นี้มีมากมาย เช่น

- เพิ่มความสนใจในชั่วโมงปฏิบัติ
- สอนศัพท์และความหมายทางคณิตศาสตร์
- สอนแนวคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์
- ช่วยพัฒนานิสัยในการเรียนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพ
- เป็นแรงจูงใจในการเรียนเมื่อเริ่มสอนบทเรียนใหม่
- ส่งเสริมความแตกต่างระหว่างบุคคล
- สร้างเสริมทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
- ส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7.2

เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระในหัวข้อ 7.2 เข้าใจดีแล้ว ให้นักศึกษาทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. ให้นักศึกษาทั้งสองสีกทำเกี่ยวกับสื่อการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ หรืออุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และเปรียบเทียบการแบ่งประเภทของสื่อการเรียนรู้การสอนนั้นกับที่ปรากฏในสื่อการเรียนนี้
2. ให้นักศึกษาช่วยกันหาสื่อการเรียนรู้การสอนประเภทต่าง ๆ มาประเภทละ 3 อย่าง แล้วอธิบายประกอบด้วยถ้อยคำ

7.3 การสร้างและการใช้สื่อการเรียนการสอน คณิตศาสตร์

7.3.1 กระดาษตะปู้ มี 2 แบบ คือกระดาษตะปู้แบบสี่เหลี่ยมจตุรัส และกระดาษตะปู้แบบ

วงกลม

วิธีการสร้าง ตารางตะปู้แบบสี่เหลี่ยมจตุรัส

1. เลือกไม้อัดหรือไม้ฉลุความหนาประมาณครึ่งเซนติเมตร ขนาด 2 x 2 ฟุต และ
ทาสีตามต้องการ (ควรใช้สีอ่อน)

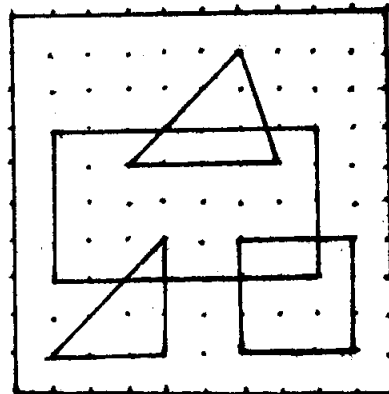
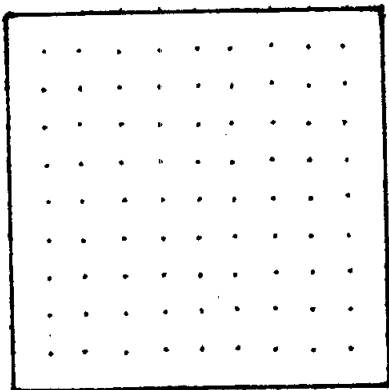
2. ตัดตารางบนไม้อัดให้ห่างกันช่องละ 1 นิ้ว จำนวน 100 ช่อง

3. ตอกตะปูขนาดครึ่งนิ้วที่จุดตัดทุกช่อง

4. ยางวงที่มีความยาวขนาดและสีต่าง ๆ กัน

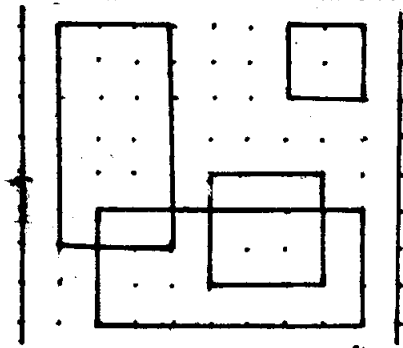
วิธีใช้

1. ใช้สอนลักษณะของรูปสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม ครูอาจจะให้นักเรียนเอายางวง
คล้องหัวตะปู้ให้เป็นรูปเหลี่ยมต่าง ๆ และให้บอกลักษณะและสมบัติของรูปเหลี่ยมนั้น ๆ

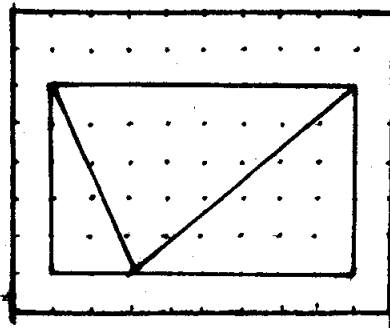


1. ใช้สอนเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและพื้นที่สามเหลี่ยม โดยให้นักเรียนเอายางวงคล้องหัวตะปูให้เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ กัน หลาย ๆ รูป ให้นับจำนวนช่องของรูปสี่เหลี่ยม และพิจารณาความกว้างและความยาวของสี่เหลี่ยมต่าง ๆ แต่ละรูปนั้นว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งนักเรียนจะสรุปได้ว่า

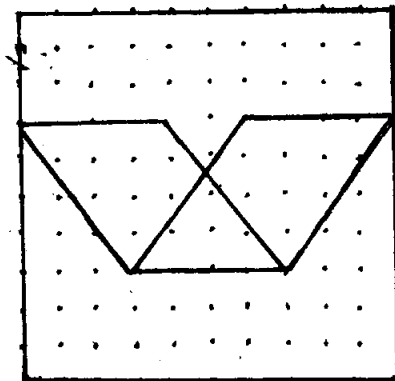
$$\begin{aligned} \text{จำนวนช่องของรูปสี่เหลี่ยม} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \\ \text{หรือ พื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \end{aligned}$$



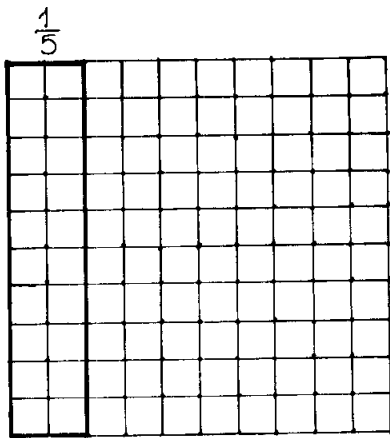
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม} &= \text{ครึ่งหนึ่งของพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \end{aligned}$$



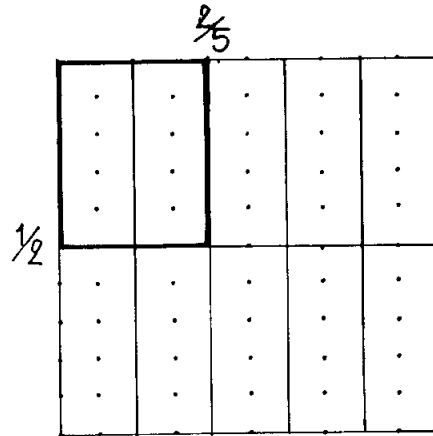
3. ใช้สอนเกี่ยวกับพื้นที่เหลี่ยมด้านขนานที่ตั้งอยู่บนฐานเดียวกัน และอยู่ในระหว่างเส้นขนานคู่กันย่อมมีพื้นที่เท่ากัน



4. ใช้สอนเกี่ยวกับการเทียบเศษส่วนกับเปอร์เซ็นต์ และการคูณเศษส่วน



$$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

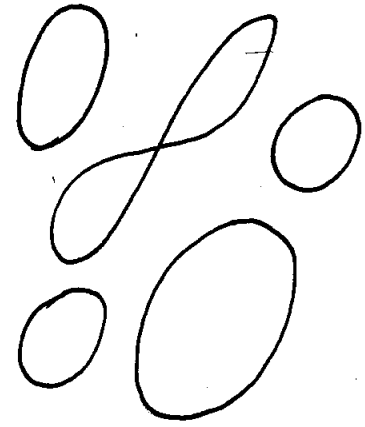
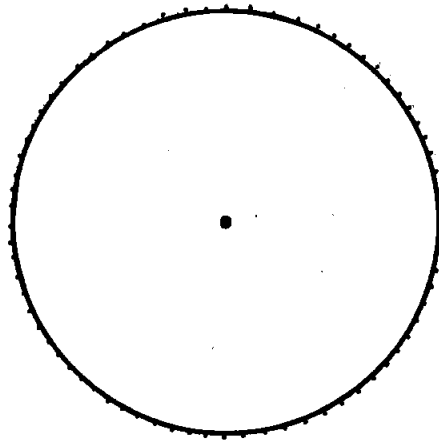


$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{10}$$

การสอนเกี่ยวกับการคูณเศษส่วน ให้นักเรียนออกมารัดยางวงบนตะปูให้อยู่ในรูปเศษส่วน และเมื่อนำมาคูณกัน ให้คล้องตะปูให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ดังรูป) เปรียบเทียบพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการคูณเศษส่วนและพื้นที่ทั้งหมด (โดยใช้การนับ) หาค่าการคูณเศษส่วนบนตารางตะปูทั้งหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนพิจารณาการคูณเศษส่วนและผลลัพธ์ที่ได้ โดยพิจารณาความสัมพันธ์ของเศษของผลคูณและผลลัพธ์และส่วนของผลคูณและผลลัพธ์ และให้นักเรียนสรุปโมเดลของการคูณเศษส่วน

วิธีสร้าง กระจาดตะปูแบบวงกลม

1. สร้างวงกลมขนาดรัศมี 1 ฟุต ลงบนกระจาดไม้อัดซึ่งทาสีขาวหรือสีอ่อน
2. แบ่งเส้นรอบวงเป็น 50 ส่วนเท่าๆ กัน และตอกตะปูขนาด 1 นิ้ว ให้รอบตามจุดที่แบ่งนั้น และตอกตะปูที่จุดศูนย์กลางอีก 1 ตัว
3. ยางวงที่มีขนาดวงต่าง ๆ กัน และสีต่าง ๆ กัน



วิธีใช้

กระดานตะปูแบบวงกลมใช้สอนเพื่อแสดงแนวคิดของทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลม

เช่น

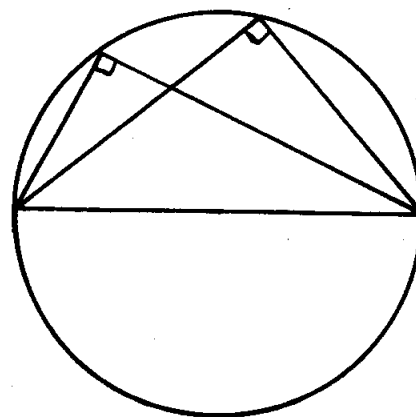
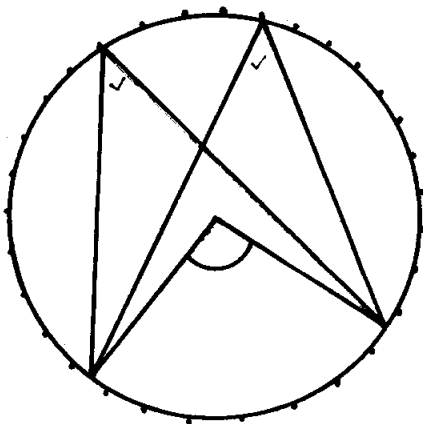
- มุมที่เส้นรอบวงที่ตั้งอยู่บนส่วนโค้งเดียวกัน หรือส่วนโค้งที่เท่ากันย่อมเท่ากัน
- มุมที่จุดศูนย์กลางกลางของวงกลมย่อมโตเป็นสองเท่าของมุมที่เส้นรอบวงที่ตั้งอยู่บนส่วน

โค้งที่เท่ากัน

- มุมบนครึ่งวงกลมย่อมเป็นมุมฉาก
- มุมภายในที่อยู่ตรงข้ามของสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมรวมกันได้ 2 มุมฉาก

เวลาสอนครูอาจจะให้นักเรียนใช้ยางรัดตะปูตามเนื้อหาที่จะสอนแล้วใช้ไม้โปรแทรกเตอร์

วัดมุม หรือใช้กระดานวัดมุมและนำมาเปรียบเทียบกัน

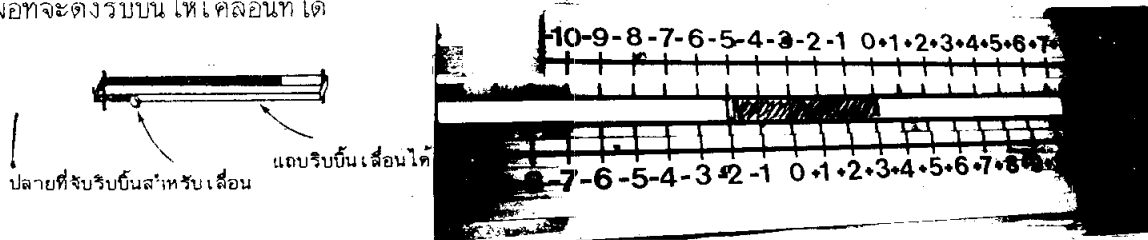


รูปแสดงลักษณะทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลม

7.3.2 เส้นจำนวน ใช้สำหรับการสอนการบวกลบจำนวนเต็ม

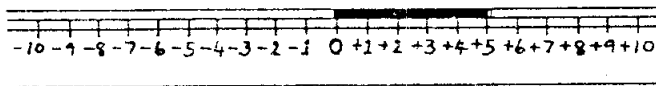
วิธีสร้าง

1. ไม้อัดขนาด 6 x 24 นิ้ว 1 แผ่น เจาะร่องขนาด 1 นิ้วตรงกลางออกซัดให้เรียบ ด้านล่างแบ่งเป็นส่วน ๆ ละ 1 นิ้ว แล้วใช้สีเขียนตัวเลขแสดงเส้นจำนวนตั้งแต่ - 10 ถึง + 10
2. ไม้อัดขนาด 2 x 24 นิ้ว ซัดให้เรียบ และแบ่งเป็นส่วน ๆ ละ 1 นิ้ว และใช้สีเขียนตัวเลขแสดงเส้นจำนวน -10 จนถึง +10 เหมือนกับอันแรก
3. ทำขอบลิ้นบน ไม้อัดตาม 1 ด้านบน เมื่อเอาไม้ตามข้อ 2 สอดเข้าไปแล้วสามารถเลื่อนไปมาได้
4. นำริบบิ้น 2 สีมาเย็บติดกัน 2 เส้น และนำเอาเข็มขัดสายไฟเย็บตรงรอยต่อ สำหรับจับดึง นำไปขึงคล้องด้านหน้าด้านหลังของ ไม้อัด (ข้อ 1) ที่เจาะร่องเอาไว้ เย็บติดให้พอดีพอที่จะดึงริบบิ้นให้เคลื่อนที่ได้



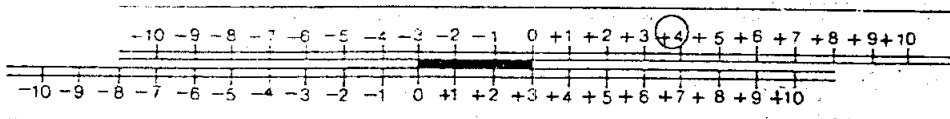
วิธีใช้

1. ใช้แสดงค่าของจำนวนเต็มบนเส้นจำนวน

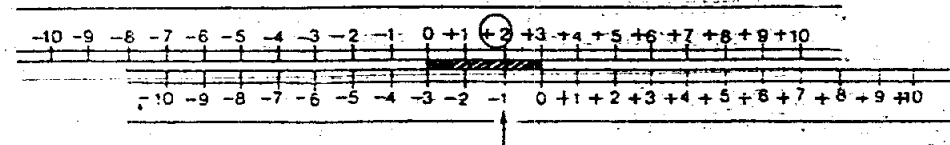


แสดงค่า + 5

2. ใช้แสดงการบวกลบจำนวนเต็ม



$$3 + 4 = 7$$



$$-3 + 2 = -1$$

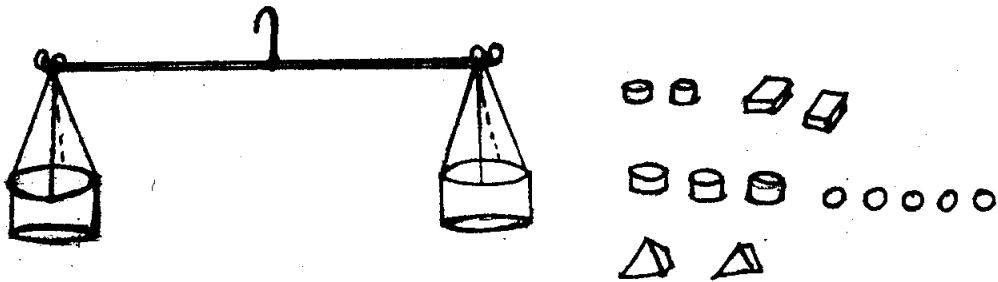
7.3.3 ตาชั่งสองแขน ใช้สำหรับการแสดงสมบัติการเท่ากันของการบวกลบคูณหารจำนวน

ซึ่งจะนำมาใช้ในเรื่องของการแก้สมการ

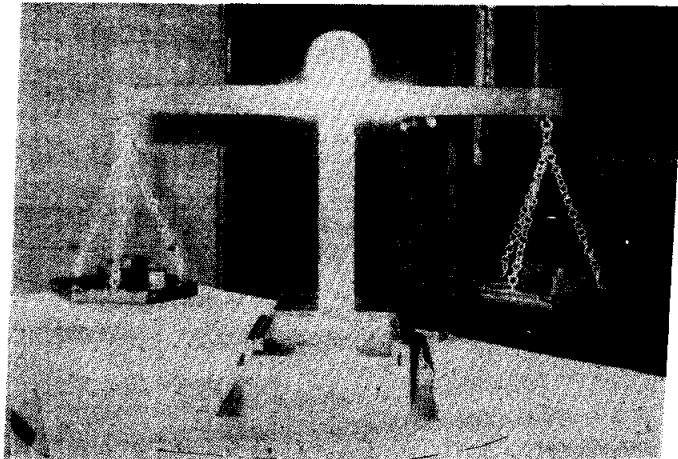
วิธีสร้าง

1. ใช้วัสดุหาง่ายราคาถูก

1. ไม้แขวนเสื้อ 1 อัน หรือไม้อัดขนาด 1×12 นิ้ว เจาะรูตรงกึ่งกลาง และใช้ลวดหรือเชือกผูก วัตรระยะห่างจากจุดกลางไปทั้งสองข้างเท่า ๆ กัน เซาะเป็นร่องสำหรับที่แขวน
2. ถ้วยพลาสติกหรือกล่องกระดาษที่เปิดปากข้างหนึ่ง ซึ่งมีขนาดและน้ำหนักเท่ากัน ระยะเวลาเจาะรู 4 รู ให้ระยะห่างเท่า ๆ กันบนขอบถ้วยพลาสติกทั้งสอง
3. ใช้เชือกผูกของเส้นเล็ก ผูกที่เจาะทั้ง 4 ให้เป็นเส้นแหรกความยาวของเชือกที่ผูกถ้วยพลาสติกทั้งสองต้องยาวเท่ากัน นำถ้วยพลาสติกที่ผูกเชือกนี้ไปแขวนที่ปลายทั้งสองข้างของไม้แขวนเสื้อหรือคานไม้ที่ทำไว้ เมื่อถือเชือกตรงกลางคาน ไม้คานหรือไม้แขวนจะต้องอยู่ในแนวระนาบขนานกับพื้น หากเอียงข้างใดข้างหนึ่งให้ปรับให้อยู่ในลักษณะสมดุลย์
4. วัสดุที่จะใช้สำหรับชั่ง อาจจะใช้ดินน้ำมันเป็นก้อนลักษณะต่าง ๆ แต่ให้มีน้ำหนักเท่ากันเป็นคู่ ๆ หรืออาจจะใช้สับ หรือวัสดุอื่น ๆ เช่น ถ่านไฟฉายขนาดต่าง ๆ หรือก้อนหิน หรือแท่งไม้ เป็นต้น



2. ทำด้วยไม้อัด ใช้ความประณีตและเวลาในการทำ



วิธีการใช้

ใช้แสดงสมบัติการเท่ากันของการบวก และการคูณ โดยให้นักเรียนสังเกตคานาเมื่อยังไม่มีการวัดใด ๆ ใส่วัด เมื่อคานาอยู่ในลักษณะสมดุลหรือขนานกับระนาบ แสดงว่า คานานั้นมีความเที่ยง ให้นักเรียนนำวัสดุมาซึ่งที่ละค้ำกว่าวัสดุชิ้นใดเท่ากันบ้าง จัดแยกไว้เป็นกลุ่ม ๆ จากนั้นให้นักเรียนนำวัสดุใส่วัดลงในจานซึ่งทั้งสองที่ ทำให้คานาอยู่ในลักษณะสมดุล ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ (อาจจะเป็น $a = b$ หรือ $x = y$ หรือ $A = B$ ฯลฯ) แล้วให้นักเรียนนำวัสดุที่เท่ากันใส่วัดลงในจานซึ่งทั้งสองให้สังเกตลักษณะของคานาว่าอยู่ในลักษณะอย่างไร หมายความว่าอย่างไร และให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์การกระทำนั้น เช่น ถ้าให้วัสดุที่ใส่วัดไปเป็น c นักเรียนจะเขียนสัญลักษณ์ได้เป็น

$$\text{ถ้า } a = b \implies a + c = b + c$$

$$x = y \implies x + c = y + c$$

$$A = B \implies A + c = B + c$$

และทำในทำนองเดียวกันนี้ สำหรับการเอาออกจำนวนเท่า ๆ กัน การเพิ่มจำนวนเท่า ๆ กันหลายจำนวน หรือการแบ่งแยกเป็นจำนวนเท่า ๆ กันแล้วเอาออก แล้วให้นักเรียนแสดงลักษณะการกระทำนั้นในรูปการเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งจะได้เป็นดังนี้

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ

$$\text{ถ้า } a = b \implies a - c = b - c$$

$$a \times c = b \times c$$

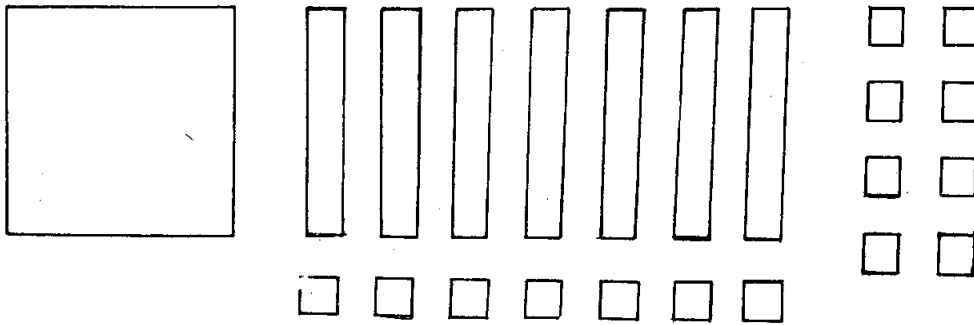
$$a \div c = b \div c \text{ เมื่อ } c \neq 0$$

7.3.4 ชุดการแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลกรีสองและดีกรีสาม

วิธีการสร้าง

1. ชุดแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลดีกรีสอง

1. ใช้ไม้อัดหรือกระดาษแข็งหน้าขาวหลังเทา เลื่อยหรือตัดให้เป็นรูปจตุรัสใหญ่ขนาด 7×7 นิ้ว จำนวน 3-5 รูป สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 7×1 นิ้ว จำนวน 12 รูป หรือมากกว่า และขนาด 1×1 นิ้ว จำนวน 15 รูป จัดให้เรียบและทาสีให้สวยงาม
2. ถ้าต้องการให้นักเรียนทำเป็นกลุ่มย่อย อาจทำรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ นี้ด้วยกระดาษแข็งเป็นชุดเล็ก ๆ อีกหลาย ๆ ชุด



วิธีใช้

1. ให้นักเรียนพิจารณาหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสใหญ่และเล็ก และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าว่ามีพื้นที่เท่าไร ถ้าครูกำหนดความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสทั้งรูปใหญ่และเล็กเป็นรูปของตัวแปร เช่น เป็น x , y หรือ x , 1 เป็นต้น
2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มและให้นักเรียนหยิบรูปสี่เหลี่ยมตามที่ครูกำหนด เช่น สี่เหลี่ยมจตุรัสใหญ่ 1 รูป สี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป และสี่เหลี่ยมจตุรัสเล็ก 2 รูป และให้นักเรียนหาพื้นที่ซึ่งจะได้เป็น $x^2 + 3x + 2$ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดวางรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปที่จัดได้ใหม่นี้ โดยเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณของความกว้างและ

ความยาว ครูกำหนดจำนวนรูปสี่เหลี่ยมตั้งกล่าวอีกหลาย ๆ ชุด และให้นักเรียนจัดเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และหาพื้นที่โดยเขียนในรูปผลคูณของความกว้างและความยาว เช่น

$$x^2 + 3x + 2 \implies \begin{array}{c} \begin{array}{c} x & | & \\ \hline x & \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} & | & x \\ \hline & x & | & \\ \hline & x & | & \end{array} \\ \implies (x+1)(x+2) \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 4 \implies \begin{array}{c} \begin{array}{c} x & | & | & \\ \hline x & \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} & | & x & | & x \\ \hline & x & | & | & | & \\ \hline & x & | & | & | & \end{array} \\ \implies (x+2)(x+2) \end{array}$$

$$x^2 + 9x + 8 \implies \begin{array}{c} \begin{array}{c} x & | & | & | & | & | & | & | & | & | \\ \hline x & \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} & | & x & | & x & | & x & | & x & | & x & | & x & | & x & | & x & | & x \\ \hline & x & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | \end{array} \\ \implies (x+8)(x+1) \end{array}$$

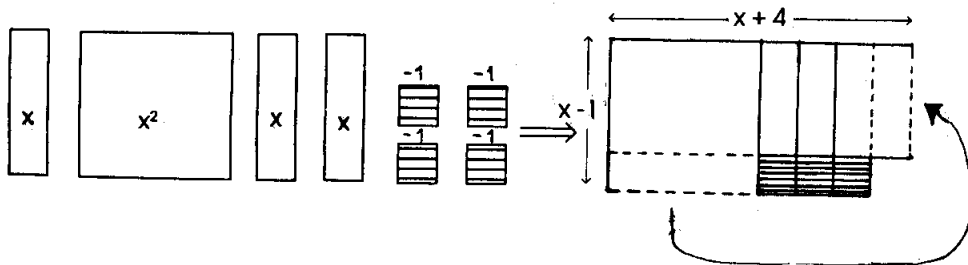
$$x^2 + 7x + 12 \implies \begin{array}{c} \begin{array}{c} x & | & | & | & | \\ \hline x & \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} & | & x & | & x & | & x & | & x \\ \hline & x & | & | & | & | & | & | & | & | \\ \hline & x & | & | & | & | & | & | & | & | \\ \hline & x & | & | & | & | & | & | & | & | \end{array} \\ \implies (x+4)(x+3) \end{array}$$

จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ที่มีดีกรีสองกับพจน์แรกในวงเล็บทั้งสอง พจน์ที่สาม ซึ่งเป็นตัวคงที่กับตัวคงที่ในวงเล็บทั้งสอง และพจน์ที่สองดีกรีหนึ่งกับพจน์ที่เป็นดีกรีหนึ่งของผลคูณของพจน์ในวงเล็บทั้งสอง และให้นักเรียนสรุปหลักการแยกตัวประกอบโพลิโนเมียลดีกรีสอง เมื่อสัมประสิทธิ์ของ x^2 เป็นหนึ่ง จากนั้นให้พิจารณาการแยกตัวประกอบเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x^2 ไม่ใช่หนึ่งว่าหลักการที่สรุปไว้นั้นจะใช้ได้หรือไม่ เช่น

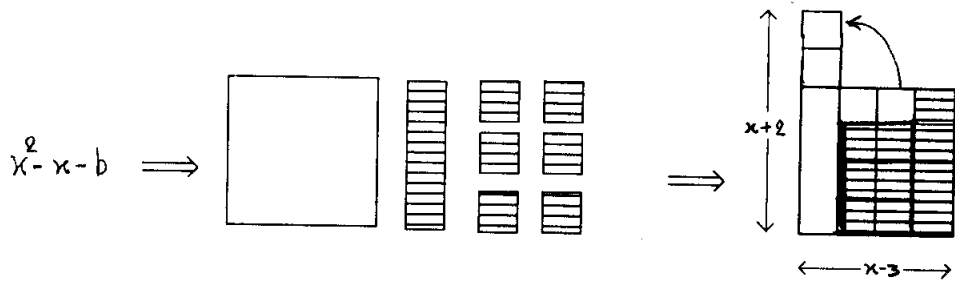
$$2x^2 + 5x + 3 \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & x & x & 1 & 1 & 1 \\ \hline x & x^2 & x^2 & x & x & x \\ \hline & x & x & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow (2x + 3)(x + 1).$$

$$3x^2 + 10x + 8 \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & x & x & x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline x & x^2 & x^2 & x^2 & x & x & x & x \\ \hline & x & x & x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & x & x & x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow (3x + 4)(x + 2)$$

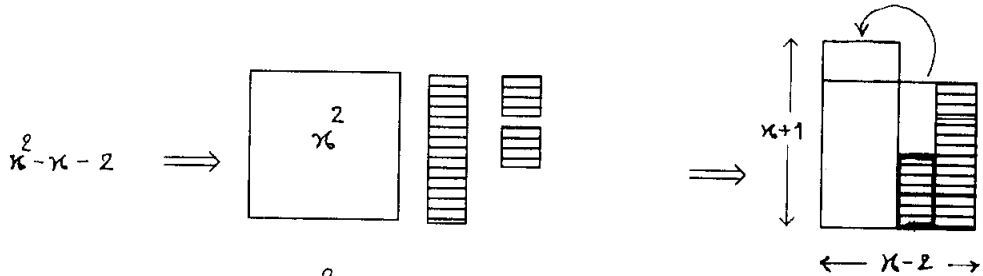
ในกรณีที่ โพลิโนเมียลมีเครื่องหมายลบก็อาจจะใช้อุปกรณ์ชุดนี้ได้โดยใช้กระดานสองสี หรือใช้สีทำไม่เป็นสองสี เช่น ใช้สีขาวแทนบวก และสีแดงแทนจำนวนลบ ครูอาจจะสาธิตให้นักเรียนดูก่อนสัก 2-3 ตัวอย่าง ให้นักเรียนสังเกตและสรุปหลักการแล้วจึงให้นักเรียนลองเล่น



$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

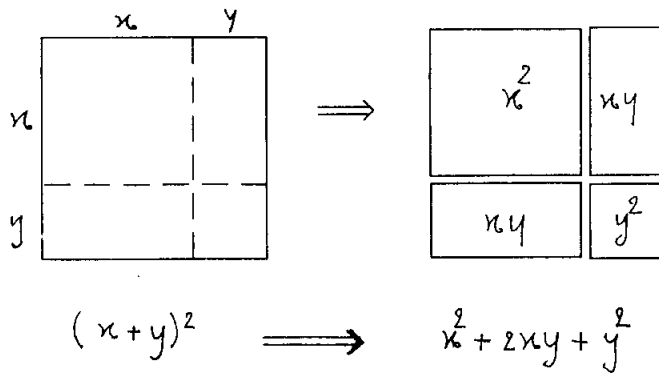


$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

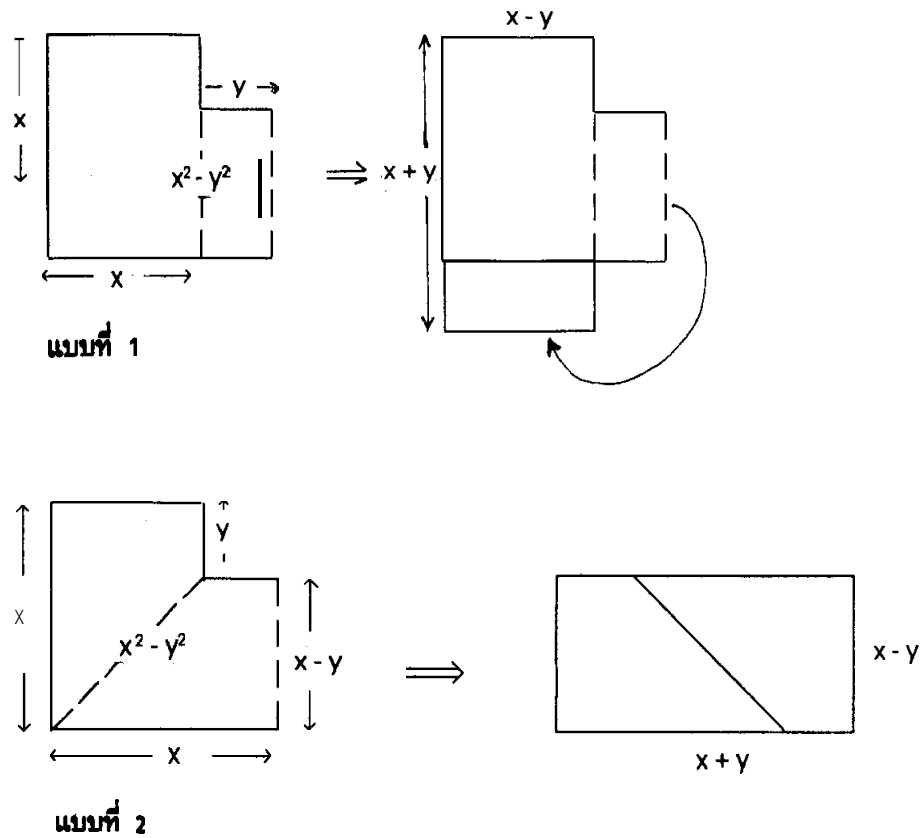


$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

3. ใช้สอน $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ โดยให้นักเรียนหยิบแผ่นสี่เหลี่ยมจตุรัสใหญ่ 1 แผ่น สี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 แผ่น และจตุรัสเล็ก 1 แผ่น แล้วให้นำมาประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ให้นักเรียนหาพื้นที่สี่เหลี่ยมทั้งหมด และพื้นที่ของสี่เหลี่ยมแต่ละส่วน



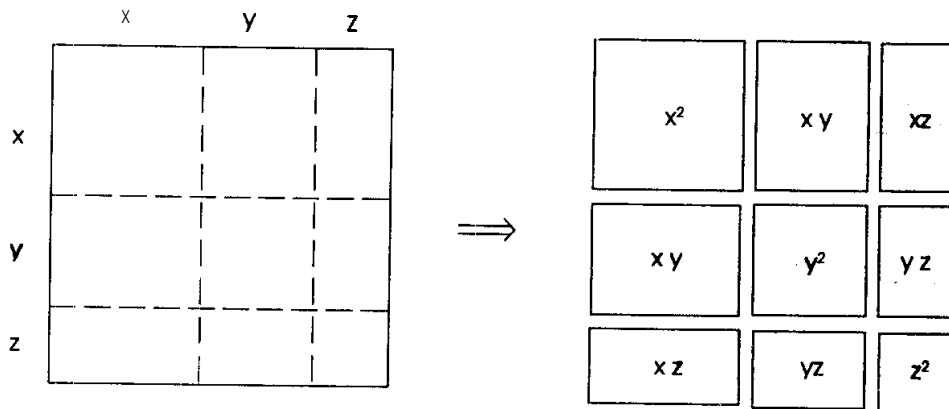
4. สำหรับการสอนการแยกตัวประกอบ $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ นั้น ควรจะตัดกระดาษแข็ง แผ่นไม้ หรือแผ่นพลาสติกเป็นรูปดังแบบที่ 1 และแบบที่ 2



ตรงรอยเส้นประนั้นให้เลื่อยแยกเป็นชิ้นส่วนได้ เมื่อจะสอน ในขั้นแรกให้นักเรียนพิจารณาแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ว่ามีพื้นที่เท่าไร เมื่อกำหนดความยาวเป็น x และส่วนที่ตัดแหว่งไปคือ y จากนั้นให้นักเรียนย้ายแผ่นเล็กไปวางประกอบใหม่ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และให้หาพื้นที่ในรูปความกว้างคูณ

5. การสอน $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

ให้ตัดกระดาษแข็ง แผ่นไม้หรือพลาสติกเป็นรูปดังนี้



สำหรับวิธีสอนก็ใช้เช่นเดียวกับที่กล่าวแล้ว

วิธีสร้าง

2. ชุดแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลดีกรีสาม

1. ชุด $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

ใช้กระดาษแข็ง หน้าขาวหลังเทา หรือไม้อัด หรือพลาสติกอย่างบางสร้างรูปทรง

สี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยมีขนาดดังนี้ (กำหนดความยาวของ a และ b ตามสมควร)

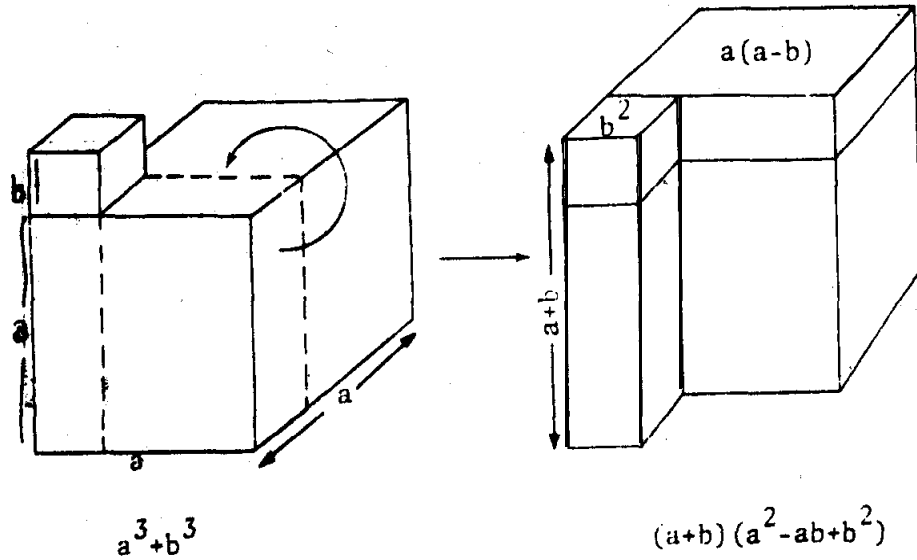
ลูกบาศก์ b^3 1 ลูก

รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก $a \times b \times b$ 1 ลูก

$a \times a \times b$ 1 ลูก

$a \times a \times (a - b)$ 1 ลูก

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

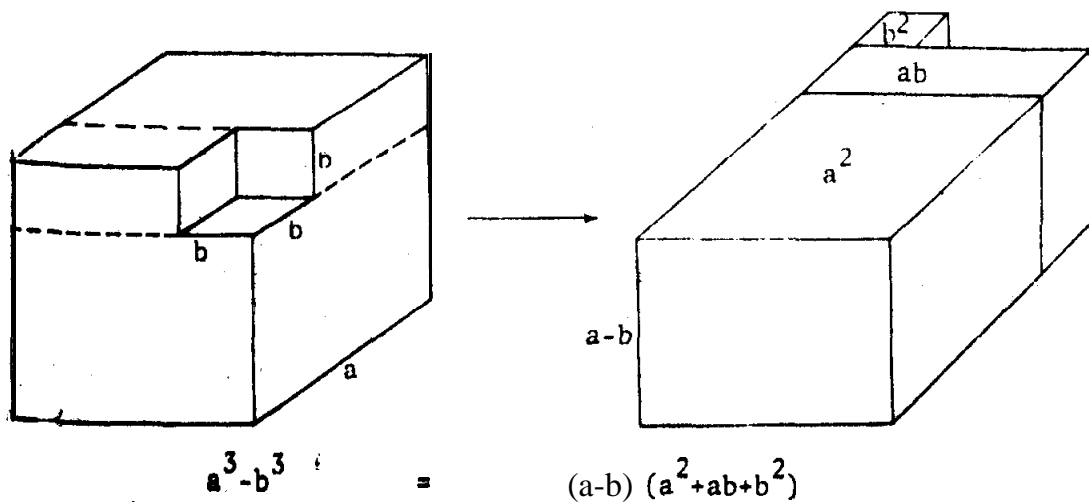


2. ชุด $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

ใช้กระดาษหน้าขาวหลังเทา หรือไม้อัดหรือพลาสติกอย่างบาง สร้างรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากจำนวน 3 ลูก โดยมีขนาดดังนี้

- รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- $a \times a \times (a - b)$ 1 ลูก
 - $a \times b(a - b)$ 1 ลูก
 - $b^2(a - b)$ 1 ลูก

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$



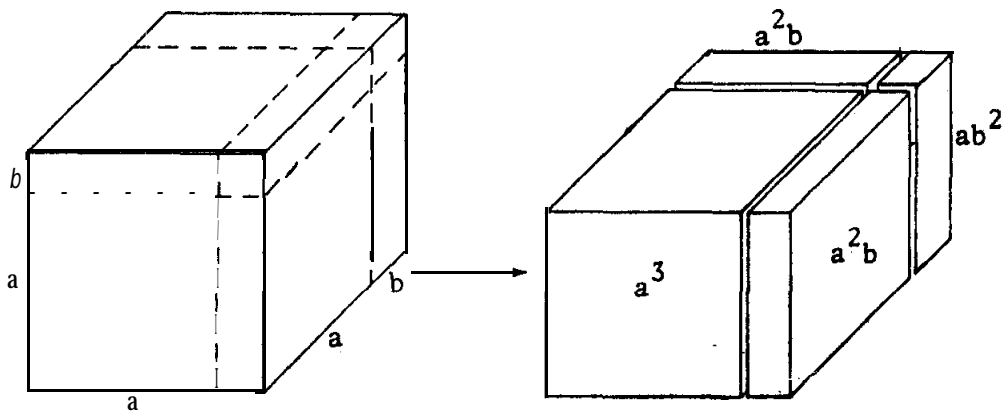
$$3. \text{ ชุด } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ใช้กระดาษหน้าขาวหลังเทา ไม้อัด หรือพลาสติกอย่างบางสร้างรูปทรงสี่เหลี่ยม

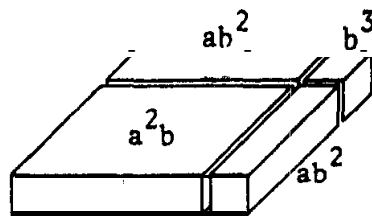
มุมฉาก โดยมีขนาดและจำนวนดังนี้

- | | |
|--|-------|
| รูปลูกบาศก์ a^3 | 1 ลูก |
| b^3 | 1 ลูก |
| รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก $a \times a \times b$ | 3 ลูก |
| $a \times b \times b$ | 3 ลูก |

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



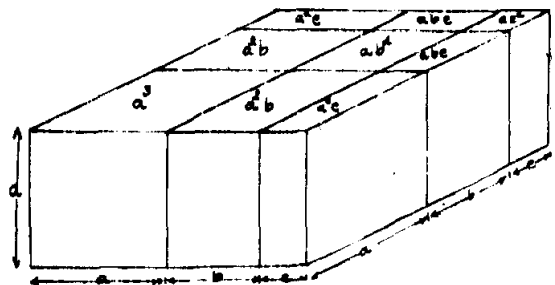
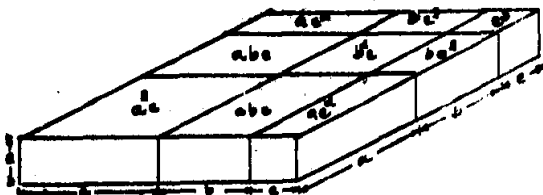
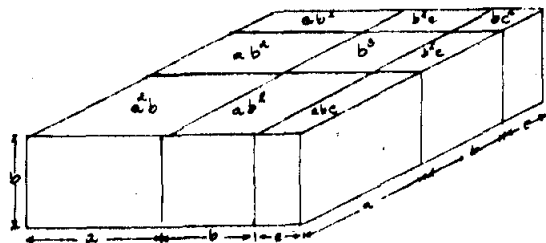
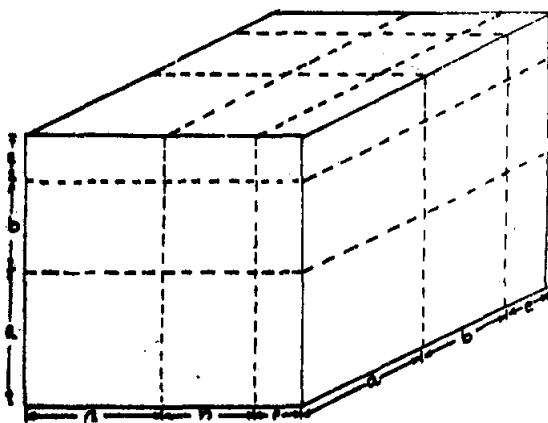
$$4. \text{ชุด } (a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3b^2c + 3ab^2 + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc$$

สร้างรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีขนาดดังนี้ (กำหนดความยาวของ a, b, c

พอสมควร)

รูปลูกบาศก์ a^3	1 ลูก
b^3	1 ลูก
c^3	1 ลูก
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก $a \times a \times b$	3 ลูก
$a \times a \times c$	3 ลูก
$b \times b \times c$	3 ลูก
$a \times b \times b$	3 ลูก
$a \times c \times c$	3 ลูก
$b \times c \times c$	3 ลูก
$a \times b \times c$	6 ลูก

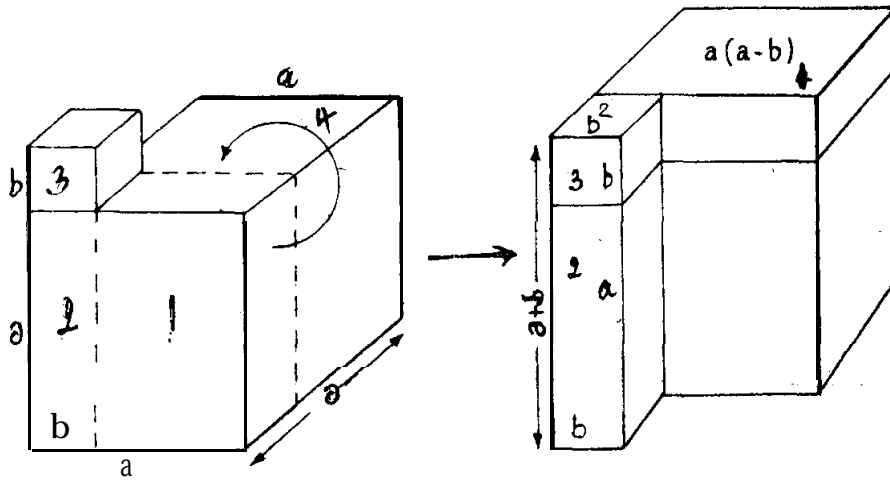
$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3b^2c + 3ab^2 + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc$$



วิธีใช้

1. ชุด $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

ให้นักเรียนจัดวางเรียงรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งสี่ในลักษณะใดก็ได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะวางเรียงได้ตามรูปที่ 1 ครูกำหนดด้านยาวและกว้างเป็น a และ b แล้วให้นักเรียนหาปริมาตรของรูปทรงที่นักเรียนจัดวางเรียงนั้น นักเรียนจะบอกได้ว่ามีค่าเป็น $a^3 + b^3$ (ดังภาพที่ 1)



ภาพที่ 1

ภาพที่ 2

จากนั้นครูหยิบลูกทรงสี่เหลี่ยมรูปที่ 1 ไปวางซ้อนบนรูปที่ 4 (ดังภาพที่ 2) แล้วให้นักเรียนหาปริมาตรของรูปทรงที่ 2 ซึ่งครูจะแสดงให้เห็นให้นักเรียนดูดังนี้

$$\begin{aligned}(a + b)\{a(a - b)\} + b^2(a + b) &= (a + b)\{a(a - b) + b^2\} \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

แต่รูปทรงสี่เหลี่ยมทั้งหมดคือ $a^3 + b^3$ ดังนั้นจึงได้ว่า

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

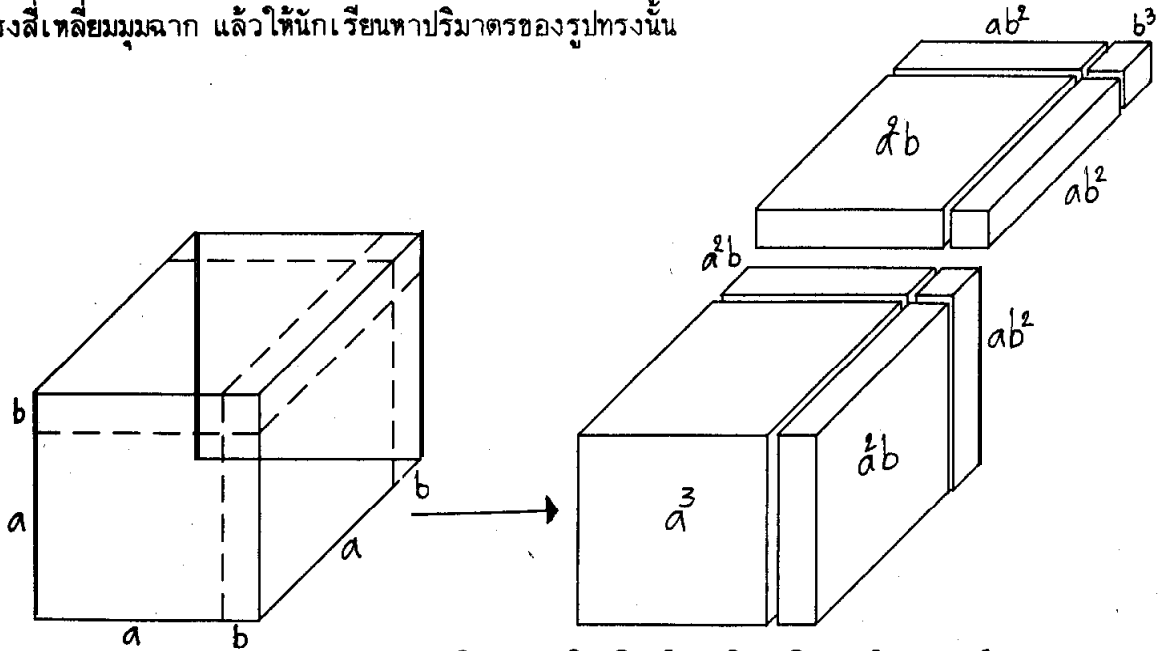
ครูควรชี้ให้นักเรียนสังเกตเครื่องหมายในวงเล็บแรกและเครื่องหมายของพจน์ที่สองในวงเล็บหลังด้วย

2. ชุด $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

อาจใช้วิธีการเช่นเดียวกับข้อที่ 1

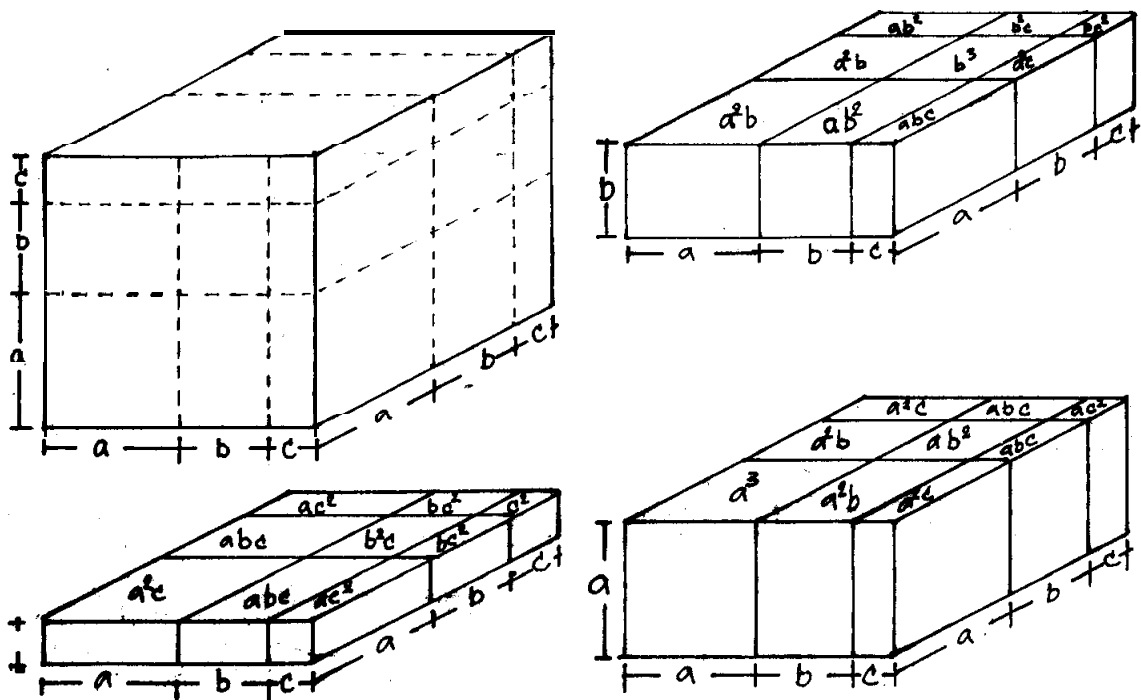
$$3. \text{ ชุด } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ในการสอนนั้นอาจให้นักเรียนหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมแต่ละรูป เมื่อครูกำหนดความยาวและความกว้างเป็น a และ b ให้ จากนั้นให้นักเรียนนำรูปทรงทั้งหมดมาประกอบให้เป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วให้นักเรียนหาปริมาตรของรูปทรงนั้น



$$4. \text{ ชุด } (a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + a^2c + 3b^2c + 3ab^2 + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc$$

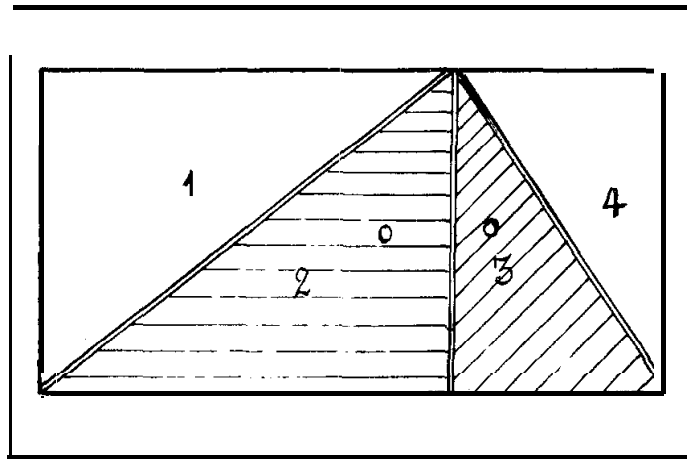
อาจใช้วิธีการสอนเช่นเดียวกับข้อ 3



7.3.5 พื้นที่สามเหลี่ยม

วิธีสร้าง

1. เลื่อยไม้อัดขนาดบางหรือพลาสติก หรือกระดาษแข็งขนาด 1×1 ฟุต จำนวน 2 แผ่น นำแผ่นหนึ่งมาฉลุเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีความยาวน้อยกว่าเดิมข้างละ 1 นิ้ว แล้วนำแผ่นกรอบนั้นทากาวยางและนำไปผนึกกับแผ่นไม้อีกชั้นหนึ่ง เพื่อทำเป็นกรอบสำหรับรอง
2. แผ่นไม้สี่เหลี่ยมมุมฉากที่ฉลุออกมานั้น เอามาเลื่อยเป็นสามเหลี่ยมรูป (ดังรูป) ชัดด้วยกระดาษทรายให้เรียบและทาสีให้สวยงาม โดยให้สามเหลี่ยมรูปที่ 2 และรูปที่ 3 เป็นสีเดียวกัน และติดที่จับบนรูปสามเหลี่ยมทั้งสี่



วิธีใช้

1. ให้นักเรียนหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยม ซึ่งนักเรียนจะบอกได้ว่าพื้นที่สี่เหลี่ยมเท่ากับความกว้างคูณด้านยาว จากนั้นให้นักเรียนหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมคู่ที่ 1 (สามเหลี่ยม 1 และ 2) และสามเหลี่ยมคู่ที่ 2 (สามเหลี่ยม 3 และ 4) หรืออาจจะให้นักเรียนออกมาจับซ้อนทับกันทีละคู่ ซึ่งนักเรียนจะบอกได้ว่า

พื้นที่สามเหลี่ยม 1 เท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม 2

และ พื้นที่สามเหลี่ยม 3 เท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม 4

ให้นักเรียนพิจารณาสามเหลี่ยมใหญ่ซึ่งเกิดจากพื้นที่ของสามเหลี่ยม 2 และ 3 รวมกันว่าจะมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม 1 และ 4 รวมกันหรือไม่ ให้นักเรียนหาเหตุผลประกอบ และให้นักเรียนหาความ

สัมพันธภาพของพื้นที่สามเหลี่ยมใหญ่ 2 และ 3 กับพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานและส่วนสูงเท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยมให้นักเรียนสรุปให้ได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมที่มีฐานและสูงเท่ากัน} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \end{aligned}$$

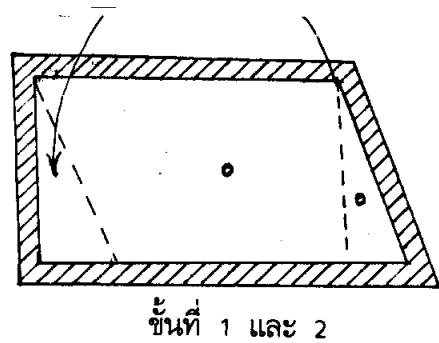
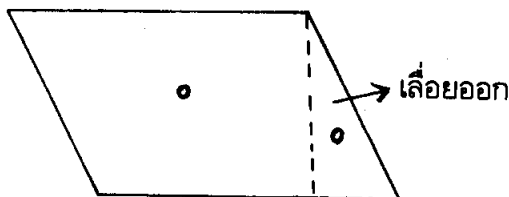
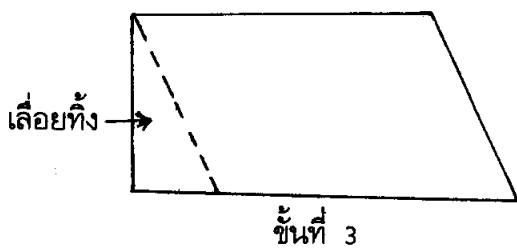
7.3.6 พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ใช้สำหรับสอนเกี่ยวกับเรื่องพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมด้านขนานจะเท่ากัน หากสี่เหลี่ยมนั้นตั้งอยู่บนเส้นขนานคู่เดียวกันและมีฐานเท่ากัน หรือมีฐานและส่วนสูงเท่ากัน

วิธีสร้าง

1. เลื่อยไม้อัดอย่างบางหรือพลาสติก หรือตัดกระดาษแข็งให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่มีด้านหนึ่งตั้งฉากกันด้านคู่ขนานจำนวน 2 ด้าน ให้มีขนาดใหญ่พอสมควรที่จะให้นักเรียนทั้งชั้นเห็นได้ชัดเจน

2. นำไม้แผ่นหนึ่งมาเลื่อยฉลุเป็นสี่เหลี่ยมลักษณะเดิมโดยให้มีกรอบนอกเหลืออยู่ข้างละประมาณ 1 นิ้ว ชัดด้วยกระดาษทรายให้เรียบ นำไปหากาวยางแล้วนำไปติดกับไม้อัดอีกแผ่นหนึ่งที่เตรียมไว้ ทาสีพื้น กรอบนี้จะป็นฐานรองไม้ให้รูปสี่เหลี่ยมที่จะใส่ลงไปขยับเขยื้อน

3. นำรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่ฉลุออกนั้นมาเลื่อยส่วนที่ตั้งฉากออกให้เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนานจากมุมด้านหนึ่งของสี่เหลี่ยมด้านขนาน ลากเส้นตั้งฉากไปยังอีกด้านหนึ่งจะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เลื่อยออกให้แยกจากกัน ใช้กระดาษทรายขัดรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองให้เรียบ และทาสีให้สวยงาม ติดที่จับสำหรับยกทั้งสองรูป อุปกรณ์ที่ทำสำเร็จแล้วจะมีลักษณะดังนี้



วิธีใช้

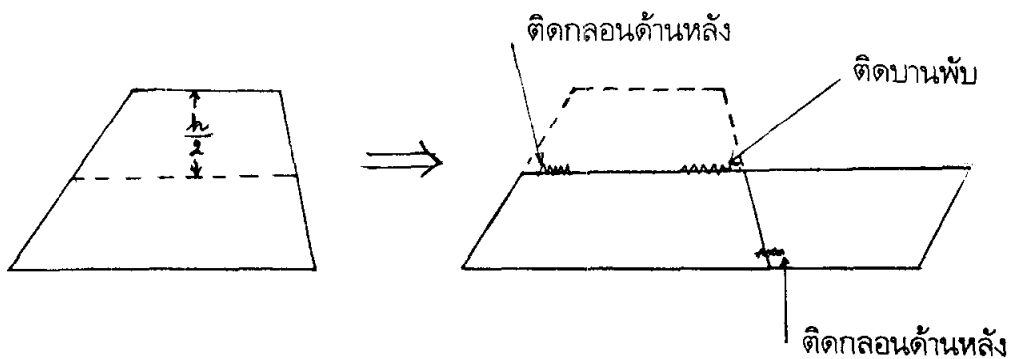
1. จัดวางอุปกรณ์ให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้นักเรียนบอกสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า จากนั้นให้นักเรียนย้ายรูปสามเหลี่ยมมาประกอบให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ให้นักเรียนพิจารณาว่าพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานและพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด ให้นักเรียนทดลองวาดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีฐานและส่วนสูงเท่ากันว่าจะมีพื้นที่เท่ากันจริงหรือไม่ แล้วให้นักเรียนสรุปมโนคติ

7.3.7 พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ใช้สำหรับการหาสูตรของพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูเท่ากับครึ่งหนึ่งของความสูง คูณผลบวกของด้านคู่ขนาน

วิธีสร้าง

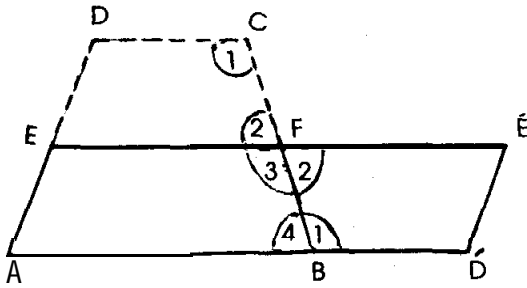
1. เลื่อยไม้ตัดอย่างบาง หรือนพลาสติก หรือกระดาษแข็ง ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ให้มีขนาดใหญ่นพอสมควร แบ่งครึ่งความสูงของสี่เหลี่ยมคางหมู แล้วเลื่อยออกจากกัน ชี้ดด้วยกระดาษทรายให้เรียบ แล้วทาสีให้สวยงาม

2. นำแผ่นไม้ทั้งสองวางให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ที่ปลายด้านหนึ่งติดบานพับ เกี้ยวไว้ให้สามารถกางออกไปให้ต่อกับแผ่นสี่เหลี่ยมคางหมูด้านล่าง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ส่วนอีกด้านหนึ่งนั้นใส่กลอนไว้ด้านหลังเพื่อตรึงให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



วิธีใช้

1. ก่อนจะสอนการหาสูตรพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ครูควรทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับสมบัติของเส้นตรงตัดเส้นขนานเสียก่อน
2. ให้นักเรียนพิจารณาสี่เหลี่ยมคางหมูและเมื่อนำครึ่งความสูงมาช่วยเป็นสี่เหลี่ยมรูปใหม่ซึ่งเป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ให้นักเรียนหาเหตุผลว่าทำไมจึงเป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน



$$\text{มุม } 2 + \text{มุม } 3 = 180 \text{ องศา (มุมประชิด)}$$

\overline{EF} และ $\overline{FE'}$ เป็นเส้นตรงเดียวกัน

$$\text{มุม } 1 + \text{มุม } 4 = 180 \text{ องศา (AB ขนาน CD)}$$

\overline{AB} และ \overline{BD} เป็นเส้นตรงเดียวกัน

$\overline{EF'}$ ขนานกับ $\overline{AD'}$

$$\text{แต่ } AE = D'E' \text{ (AD = ED สร้าง)}$$

ดังนั้น $A D' E' E$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

3. ให้นักเรียนหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน $A D' E' E$ และให้สังเกตด้าน BD' และ DC ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ให้นักเรียนสรุปสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู

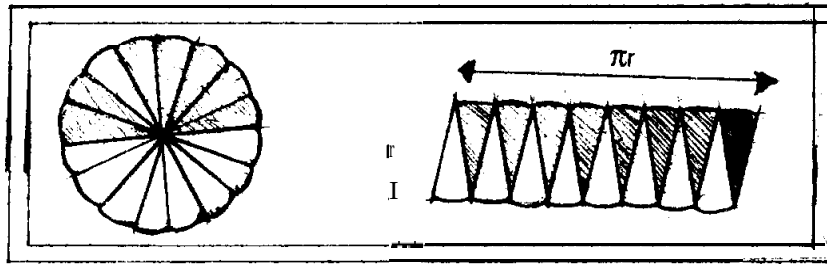
7.3.8 พื้นที่วงกลม ใช้ประกอบการสอนการหาสูตรพื้นที่วงกลม $\text{พื้นที่วงกลม} = \pi r^2$

วิธีสร้าง

1. ใช้ไม้ตัดอย่างบาง หรือพลาสติกขนาด $1 \times 1 \frac{1}{2}$ ฟุต จำนวน 2 แผ่น นำไม้แผ่นหนึ่งมาลู่วงกลมขนาดเส้นรัศมี 4 นิ้วออก และนำวงกลมนั้นมาแบ่งจากจุดศูนย์กลางไปยังเส้นรอบวงออกเป็น 16 ส่วน เท่า ๆ กัน ใช้กระดาษทรายขัดชิ้นส่วนฐานโค้งและขอบวงกลมให้เรียบ ทาสีสามเหลี่ยมฐานโค้งเป็น 2 สี (สีละ 8 ชิ้น)

2. นำสามเหลี่ยมฐานโค้งทั้ง 16 ชิ้น มาวางสลับสีสลับข้างกันบนไม้ชิ้นแรก ซึ่งจะได้รูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน เลื่อยลุดตามรูปร่างสี่เหลี่ยมด้านขนานออก ใช้กระดาษทรายขัดตามขอบรูปสี่เหลี่ยมให้เรียบ

3. นำไม้แผ่นที่ทากาวยางแล้วนำไปวางบน ไม้อัดอีกแผ่นหนึ่งสำหรับเป็นฐานรอง สามเหลี่ยมฐานโค้งขึ้นเล็ก ๆ ชัดให้เรียบและทาสีพื้น



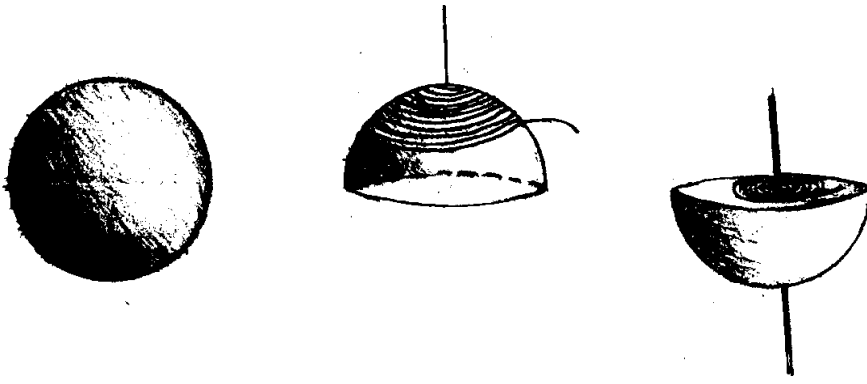
วิธีใช้

1. ทบทวนสูตรการหาเส้นรอบวง = $2\pi r$
2. เรียงสามเหลี่ยมฐานโค้งลงในวงกลมให้สีเดียวกันอยู่ชิดกัน ให้นักเรียนสังเกตว่า วงกลมจะถูกแบ่งเป็น 2 ส่วน และเส้นรอบวงก็จะถูกแบ่งเป็นสองส่วนเช่นกัน
3. ให้นักเรียนนำสามเหลี่ยมฐานโค้งทั้ง 16 ชิ้นนั้นมาจัดเรียงลงในสี่เหลี่ยมวางสลับสี สลับข้างกัน จะวางเรียงได้เต็มพอดี
4. ให้นักเรียนสังเกตความกว้างและความยาวของสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งความกว้าง คือ รัศมี (r) และความยาวคือครึ่งหนึ่งของเส้นรอบวง ($\frac{2\pi r}{2}$) ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน = พื้นที่วงกลม
5. ให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้าแบ่งสามเหลี่ยมฐานโค้งให้เล็กลงมาก ๆ เมื่อนำมา เรียงกันจะได้สี่เหลี่ยมมุมฉาก ฐานโค้งจะโค้งน้อยลง จนเกือบเป็นเส้นตรง

7.3.9 พื้นที่ผิวทรงกลม ใช้ประกอบการสอนการหาพื้นที่ผิวทรงกลม พื้นที่ผิวทรงกลม = $4\pi r^2$

วิธีสร้าง

1. นำลูกฟุตบอลพลาสติก ผิวนอกเรียบ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว มาแบ่งครึ่ง โดยใช้ใบมีดโกนค้อยกรีดให้เรียบ นำไม้มาเสียบเป็นแกน แล้วนำดินน้ำมันมาอัดใส่ให้แน่น ต้องพยายามอย่าให้เสียวทง
2. เตรียมเชือก 2 เส้น ที่มีขนาดเท่ากัน แต่ความยาวต่างกัน



วิธีใช้

1. ให้นักเรียนพิจารณาลูกฟุตบอลว่ามีลักษณะอย่างไร และถ้าจะหาพื้นที่ผิวของลูกฟุตบอลซึ่งเรียกว่าทรงกลมนี้จะทำได้ด้วยวิธีใดบ้าง
2. ให้นักเรียนอภิปรายว่า ถ้านำเชือกหรือเส้นด้ายพันรอบผิวของทรงกลม เชือกหรือด้ายที่พันนั้นจะแทนพื้นที่ผิวของทรงกลมได้หรือไม่
3. ให้นักเรียน 2 คน ออกมาสาธิตการพันเชือกหรือเส้นด้ายรอบครึ่งวงกลมและพันรอบหน้าตัดของวงกลม ให้นักเรียนพยายามพันให้เรียบและแน่นพอดี
4. เมื่อพันจนรอบแล้ว ให้นักเรียนนำเชือกที่พันนั้นมาเปรียบเทียบกัน ซึ่งจะพบว่าเชือกที่พันรอบผิวครึ่งวงกลมยาวเป็น 2 เท่า ของเชือกที่พันรอบหน้าตัด นักเรียนสรุปได้ว่า

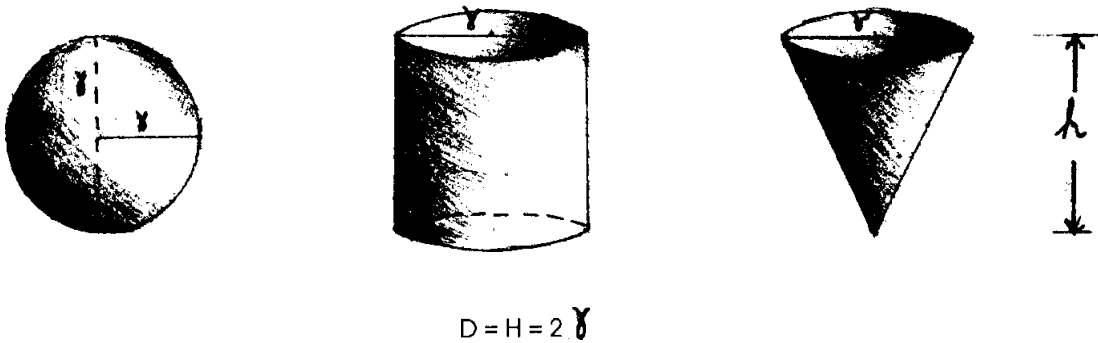
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวครึ่งวงกลม} &= 2 \text{ เท่าพื้นที่วงกลม} \\ \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 4 \text{ เท่าพื้นที่วงกลม} \\ &= 4 \pi r^2 \end{aligned}$$

7.3.10 ปริมาตรของกรวยกลมและปริมาตรของทรงกลม ให้สอนการทาสู่ตร

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรกรวยกลม} &= \frac{1}{3} \text{ ของปริมาตรทรงกระบอก} \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ \text{ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \end{aligned}$$

วิธีสร้าง

1. อาจจะใช้อุปกรณ์สำเร็จรูปที่ทำด้วยพลาสติก รูปทรงกระบอก และรูปกรวยกลมที่มีความสูงและรัศมีเท่ากันอย่างละ 1 ชิ้น นำมาเปิดฝาออกด้านหนึ่ง และรูปทรงกลมที่มีรัศมีเท่ากัน
2. ในกรณีที่จะทำเอง สำหรับกรวยกลมและทรงกระบอกนั้นอาจจะทำจากกระดาษแข็ง วัดให้ เส้นผ่านศูนย์กลางและส่วนสูงเท่ากัน ม้วนให้เป็นทรงกระบอกและกรวย ติดด้านข้างทาด้วยกาวให้แน่น ตัดวงกลมให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับทรงกระบอก และใช้กาวติดกับทรงกระบอกด้านหนึ่งให้แน่น อุปกรณ์จะได้ดังภาพ

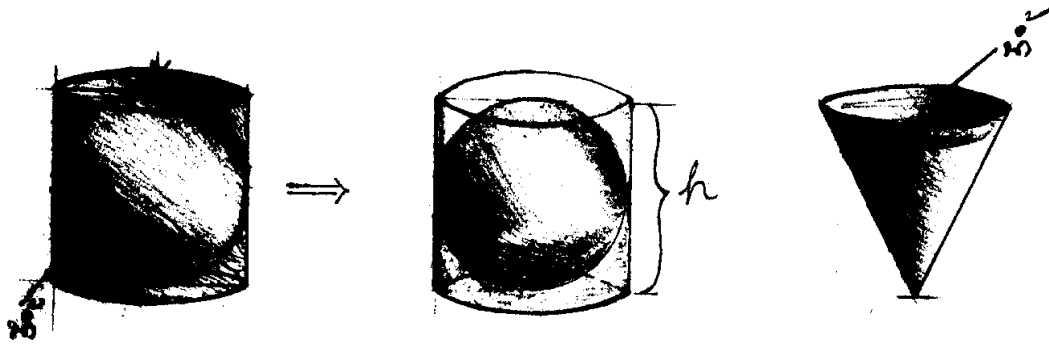


วิธีใช้

1. การหาปริมาตรของกรวยกลม ทบทวนสูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกเสียก่อน ปริมาตรทรงกระบอก = $\pi r^2 h$ และให้นักเรียนคนหนึ่งออกมาสาธิตโดยตวงทราย (หรืออาจจะใช้ข้าวสารหรือน้ำ) ลงในกรวยแล้วเอาไปเทลงในทรงกระบอก ตวงใส่จนกว่าจะเต็มทรงกระบอก ให้นักเรียนที่เหลือนับว่าจะต้องตวงทรายลงในกรวยกลมกี่ครั้งจึงจะเทลงในทรงกระบอกได้เต็มพอดี ซึ่งนักเรียนจะบอกได้ว่าทราย 3 กรวยกลมจะใส่ลงในทรงกระบอกได้เต็มพอดีถ้าทรงกระบอกมีรัศมีและสูงเท่ากับกรวยกลม ซึ่งจะเขียนเป็นสูตรได้

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของกรวยกลม} &= \frac{1}{3} \text{ของปริมาตรทรงกระบอก} \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$

2. การหาปริมาตรของทรงกลม ให้นักเรียนออกมาสาธิต โดยเอารูปทรงกลมใส่ลงในทรงกระบอก แล้วเติมน้ำลงในทรงกระบอกให้เต็ม



จากนั้นเทน้ำในทรงกระบอกลงในกรวยกลม ซึ่งจะพบว่าน้ำจะเต็มกรวยกลมพอดี แสดงว่า

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของทรงกลม} + \text{ปริมาตรของกรวยกลม} &= \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} \\
 \text{ปริมาตรของทรงกลม} &= \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} - \text{ปริมาตรของกรวยกลม} \\
 &= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
 &= \pi r^2 \cdot 2r - \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 2r \quad (h=2r) \\
 &= 2\pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^3
 \end{aligned}$$

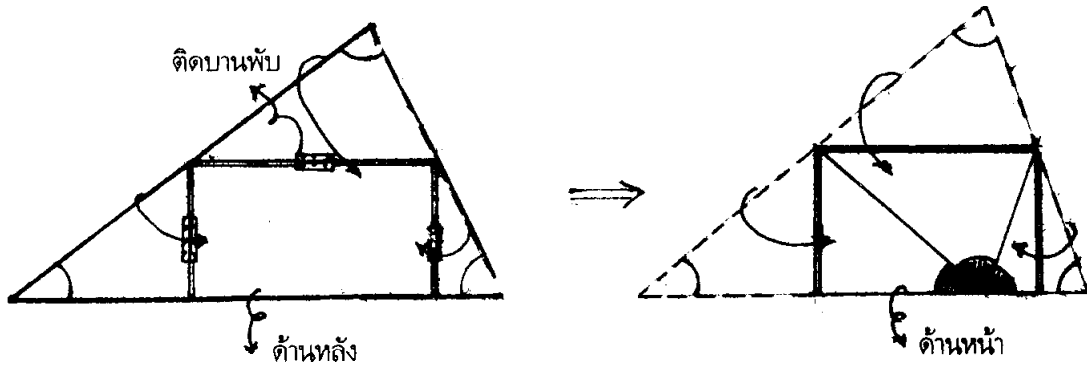
นักเรียนจะสรุปได้ว่า ทรงกลมที่มีรัศมี r หน่วยจะมีปริมาตร $= \frac{4}{3} \pi r^3$.

7.3.11 ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ใช้ประกอบการสอนเกี่ยวกับผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะเท่ากับ 180 องศา

วิธีสร้าง

1. เลื่อยไม้อัดอย่างบาง แผ่นพลาสติกหรือกระดาษแข็ง ให้เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ วัดความสูงของสามเหลี่ยมและแบ่งครึ่ง ลากเส้นให้ขนานกับฐานของสามเหลี่ยม เลื่อยตามรอยเส้นให้ขาดจากกัน จะได้สามเหลี่ยม 1 รูป และสี่เหลี่ยมคางหมู 1 รูป
2. เลื่อยสี่เหลี่ยมคางหมูให้เป็นสามเหลี่ยม 2 รูป และสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 รูป จะได้สามเหลี่ยมเป็น 3 รูป และสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 รูป

3. ซัดด้วยกระดาษทรายให้เรียบ และทาสีให้สวยงาม นำรูปเหลี่ยมทั้งสี่มาประกอบให้เป็นสามเหลี่ยมใด ๆ ตามเดิม โดยใช้บานพับขนาดเล็กติดด้านหลังของรูปเหลี่ยมทั้งสี่ และสามารถพับรูปสามเหลี่ยมลงมาซ้อนบนรูปสี่เหลี่ยมพอดี โดยมีจุดยอดมุมของสามเหลี่ยมใด ๆ รูปใหญ่ขึ้นมาบรรจบเป็นมุมตรงพอดี



วิธีใช้

1. ก่อนสอน ครูควรทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับเรื่องมุมตรงเสียก่อน

2. ทำเครื่องหมายที่จุดมุมของรูปสามเหลี่ยม จากนั้นให้นักเรียนสังเกตมุมยอดของสามเหลี่ยมเมื่อครุพับรูปสามเหลี่ยมเล็กทั้งสามเข้าหากันตามรอยบานพับที่ติดไว้ นักเรียนจะบอกได้ว่ามุมภายในทั้งสามของสามเหลี่ยมจะมาจรดกันเป็นมุมตรง ซึ่งจะสรุปได้ว่า มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันเข้าเท่ากับ 180 องศา

3. ครูอาจจะให้นักเรียนทำการทดลองด้วยตนเองว่า โนมิตินี้เป็นจริงเสมอหรือไม่ โดยให้นักเรียนฉีกกระดาษให้เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ แล้วให้พับมุมยอดมาจรดที่ด้านฐาน และพับมุมทั้งสองข้างเข้ามาซึ่งจะจรดเป็นมุมตรงพอดี

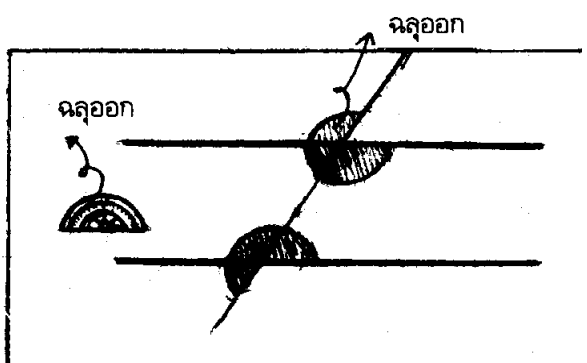
7.3.12 เส้นตรงตัดเส้นขนาน ใช้สำหรับสอนเกี่ยวกับสมบัติของเส้นตรงตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง

ซึ่งจะได้

1. มุมแย้งเท่ากัน
2. มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเข้าเท่ากับสองมุมฉาก
3. มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดจะเท่ากัน

วิธีสร้าง

1. ใช้ไม้จิ้มอย่างบาง หรือแผ่นพลาสติก หรือกระดาษแข็งขนาด $1 \times 1\frac{1}{2}$ นิ้ว จำนวน 2 แผ่น บนไม้แผ่นหนึ่งขีดให้เรียบ และทาสีพื้น ตรงกลางแผ่นไม้ใช้สีทาไม้สีสด ๆ ทาเป็นเส้นขนาน 1 คู่ และมีเส้นตรงตัดผ่าน
2. ตงมุมที่เส้นตรงตัดเส้นขนานนั้น ใช้เลื่อยฉลุออกมาให้เป็นรูปมุมให้มีขนาดใหญ่พอสมควร และที่มุมขวาของแผ่นไม้ ใช้เลื่อยฉลุให้เป็นรูปครึ่งวงกลมให้มีขนาดใหญ่เท่ากับมุมที่ฉลุจากที่เส้นตรงตัดเส้นขนานที่ทำไว้แล้ว ใช้กระดาษทรายขัดรูปมุมและไม้ที่ฉลุให้เรียบร้อย และทาสีมุมให้สวยงาม
3. ทากาวยางที่ด้านหลังของ ไม้ที่ฉลุนี้ แล้วนำไปประกบกับไม้ที่เตรียมไว้อีกแผ่นหนึ่ง ที่ด้านหลังของแผ่นไม้ติดช่องกระดาษน้ำตาลอย่างหนา มีปากปิดสำหรับเก็บมุม



วิธีใช้

1. ให้นักเรียนพิจารณาอุปกรณ์เส้นตรงตัดเส้นขนาน ซึ่งให้เห็นลักษณะของมุมภายนอก มุมภายใน มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด และมุมแย้ง
2. ซึ่งให้นักเรียนเห็นสมบัติเส้นตรงตัดเส้นขนานทั้งสามประการโดยการยกมุมสลับที่กัน หรือนำไปรวมกันในครึ่งวงกลม แล้วให้นักเรียนสรุปสมบัติของเส้นตรงตัดเส้นขนาน

7.1.13 ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ใช้ประกอบการสอนทฤษฎีบทปีทาโกรัสที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก "พื้นที่สี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยมมุมฉากจะเท่าผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก" อุปกรณ์การสอนในเรื่องนี้อาจจะสร้างได้หลายรูปแบบ ในที่นี้จะขอนำเสนอเพียง 2 รูปแบบที่สามารถสร้างได้ง่ายและนำเสนอโมเดลให้เห็นได้ชัดเจน นักศึกษาอาจจะค้นคว้าหารูปแบบอื่น ๆ มาทดลอง หลังจากสร้างและทดลองใช้ 2 รูปแบบที่นำเสนออยู่นี้จนคล่องแคล่วดีแล้ว

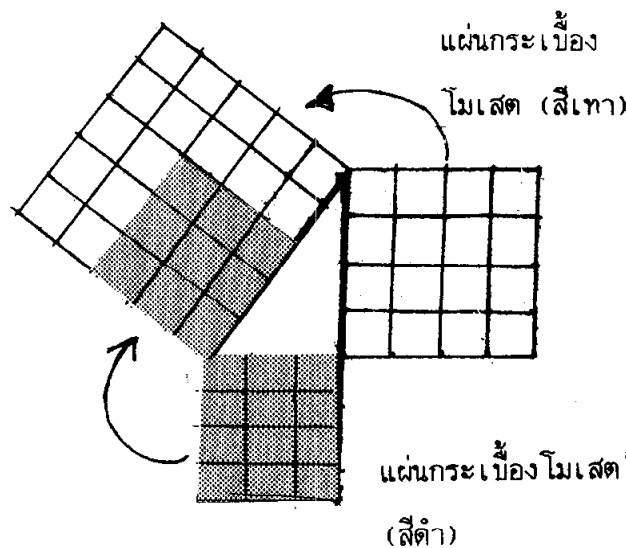
วิธีสร้าง

แบบที่ 1 สำหรับรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านประกอบมุมฉากเป็น 3, 4 หรือ 6, 8 หรือ 5, 12 ซึ่งจะทำให้ด้านตรงข้ามมีความเป็น 5, 10 และ 13 ตามลำดับ

1. ใช้ไม้อัดอย่างบาง พลาสติก หรือกระดาษแข็งขนาด $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ ฟุต แผ่นกระเบื้องโมเสคที่ใช้ปูห้องน้ำที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส 2 สี

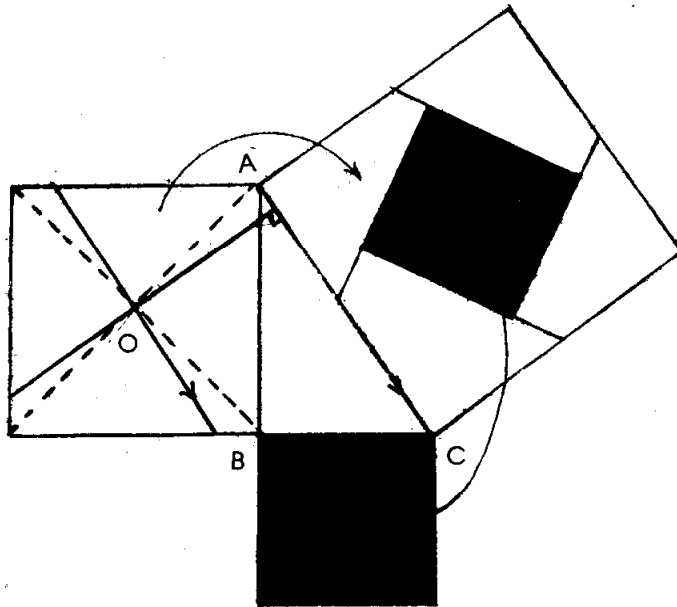
2. นำไม้อัดแผ่นแรกมาสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนาด 3, 4, 5 หรือ 6, 8, 10 หรือ 5, 12, 13 และสร้างสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น ใช้เลื่อยฉลุเอารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสทั้งสามออก ชั้รอยที่ฉลุให้เรียบ ทาสีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เหลืออยู่ให้เรียบร้อย

3. หากวางทางด้านหลังของไม้แผ่นที่ฉลุ แล้วนำไปติดกับไม้อัดอีกแผ่นหนึ่งที่เตรียมไว้ ก็จะได้อุปกรณ์สำหรับสอนทฤษฎีบทปีทาโกรัสที่ต้องการ



แบบที่ 2 สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั่ว ๆ ไป

1. สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก เลื่อยฉลุเอาสี่เหลี่ยมจตุรัสออก นำแผ่นสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากรูปใหญ่มาแบ่งเป็นส่วน
2. การแบ่งสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากรูปใหญ่ให้เป็นสี่เหลี่ยมเล็กสี่รูปนั้น ทำได้โดยลากเส้นทแยงมุมให้ตัดกันที่จุด O ลากเส้นตรงสองเส้นให้ผ่านจุด O โดยให้เส้นหนึ่งตั้งฉากกับ AC และอีกเส้นหนึ่งขนานกับ AC (ตามรูป)
3. นำแผ่นไม้ตัดที่ฉลุสี่เหลี่ยมจตุรัสออก รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสรูปเล็ก 1 แผ่น และสี่เหลี่ยมเล็กอีก 4 รูปมาจัดให้เรียบ ทาสีรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยมจตุรัส และสี่เหลี่ยมเล็กอีก 4 รูป
4. ทากาวด้านหลังไม้ตัดที่ฉลุ แล้วไปวางซ้อนบนไม้ตัดอีกแผ่นหนึ่ง ทำการเป่ากระดาษ ด้านหลังสำหรับเก็บอุปกรณ์ที่เป็นชิ้นส่วน



วิธีใช้

1. ทบทวนลักษณะและการเรียกชื่อด้านและมุมของสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. ถ้าครูมีอุปกรณ์ทั้ง 2 แบบ อาจจะใช้ทั้งสองแบบประกอบการสอนก็ได้ โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม และให้นำชิ้นส่วนที่ประกอบอยู่บนสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก นำไปจัดวางเรียงในสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งจะใส่ได้เต็มพอดี ให้นักเรียนสรุปมโนคติจากผลทดลองที่ได้และให้แปลงอยู่ในประโยคสัญลักษณ์

กิจกรรมการเรียนรู้ 7.3

เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระในหัวข้อ 7.3 เข้าใจดีแล้ว ให้นักศึกษาทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเลือกชนิดของสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามที่ปรากฏในหัวข้อ 7.3

จำนวน 2 ชิ้น ศึกษาวิธีการสร้างให้เข้าใจ สร้างแบบลงในกระดาษโดยใช้มาตราส่วนที่เหมาะสม แล้วจึงสร้างลงบนไม้อัด กระดาษแข็งหรือแผ่นพลาสติก

2. เมื่อสร้างเสร็จแล้ว นำไปทดลองใช้สอนกับนักเรียน หรืออาจจะใช้กลุ่มเพื่อนให้เพื่อนช่วยสังเกตและให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับสื่อชิ้นนั้น

สรุป

สื่อการเรียนการสอนมีความสำคัญต่อการสอนคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งทำให้ยากแก่การเข้าใจ การใช้สื่อการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยรูปธรรมจากสื่อ ทำให้เข้าใจได้ง่ายและจดจำได้นาน และประหยัดเวลาในการอธิบายมโนติยาก ๆ สร้างความสนใจในการเรียนและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนมองเห็นถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน ทำให้เกิดความสนุกสนานและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การนำสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มาใช้ ครูจะต้องพิจารณาเลือกสื่อและใช้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะของผู้เรียน ใช้ได้อย่างคุ้มค่าและมีราคาถูกก่อนจะใช้ครูจะต้องศึกษาและทดลองใช้สื่อชิ้นนั้นให้เกิดความชำนาญ มีการเตรียมสถานที่และผู้เรียนให้

เหมาะสมกับการใช้สื่อ วางแผนการใช้และประเมินการใช้สื่อ ใช้และสังเกตการใช้ รู้จักวิธีดูแลและรักษาให้สื่อนั้นอยู่ในสภาพที่จะนำไปใช้ในครั้งต่อ ๆ ไปได้ นอกจากนั้นครูควรรู้จักวิธีการสร้างสื่อการเรียนการสอนอย่างง่ายโดยใช้วัสดุราคาถูกหรือวัสดุที่หาได้ในท้องถิ่น สร้าง ทดลอง และนำไปใช้สอนในห้อง ปรับปรุงและพัฒนาการการสร้างและการใช้สื่อเพื่อให้เกิดประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนให้มากที่สุด

บรรณานุกรม

1. พันทิพา อุทัยสุข และคณะ. เอกสารการสอนชุดวิชาคณิตศาสตร์. หน่วยที่ 8-15, กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.
2. วัชรีย์ บุณยสิงห์. นวัตกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2. กรุงเทพมหานคร : ท่างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์, 2527.
3. สมวงศ์ แปลงประสพโชค ปราณี วิชกุล และปรีชา เน่าวเียนผล. เกมคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : ชมรมคณิตศาสตร์, วิทยาลัยครูพระนคร, 2532.
4. สอาด สุนทโรวาท. ผลงานด้านคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย, 2522.
5. อุตตรา รัศมิเสน. ภาษาคณิตศาสตร์. งานแปลของสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ อันดับที่ 52, 2521.
6. Easterday, Kenneth E., Loren L. Henry and F. Morgan Simpson. Activities for Junior High School and Middle School Mathematics. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1981.
7. Kidd, Kenneth P, Shirley S. Myers and David M. Cilley. The Laboratory Approach to Mathematics. Chicago : Science Research Associates, 1970.
8. Sobel, Max A. and Evan M. Maletsky. Teaching Mathematics : A Sourcebook of Aids, Activities and Startigies. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice - Hall, Inc., 1975.