บทที่ 9

การประมาณค่า (Estimation)

9.1 ความหมาย

การประมาณค่า (Estimation) คือกระบวนการใช้ข้อมูลจากตัวอย่างไปประมาณค่าพารามิเตอร์ประชากรที่ไม่ทราบค่า เช่นใช้ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างไปประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรหรืออัตราส่วนของประชากร ซึ่งเราไม่ทราบค่า แต่เราสามารถประมาณค่าเหล่านี้ได้ โดยการสุ่มตัวอย่างมาจำนวนหนึ่ง แล้วใช้ค่าจากตัวอย่างสุ่มไปประมาณค่าของประชากรโดยอาศัยทฤษฎีการแจกแจงของการสุ่มตัวอย่าง (Sampling distribution)

พารามิเตอร์ (Parameter)

คือค่าคงที่ที่แสดงคุณลักษณะของประชากรซึ่งเราไม่ทราบค่าที่แท้จริง เรามักเขียนแทนด้วย θ

ตัวประมาณค่า (Estimator)

คือฟังก์ชันของค่าสังเกตในตัวอย่าง ซึ่งเราใช้เป็นตัวประมาณค่าพารามิเตอร์

เช่น $\overline{X} = \frac{\Sigma x_i}{n}$ เป็นตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (μ)

$P = \frac{x}{n}$ เป็นตัวประมาณค่าสัดส่วนประชากร (π)

$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}\right]$ เป็นตัวประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2)

ค่าประมาณ (Estimate)

เป็นค่าที่จะเป็นไปได้ของตัวประมาณค่า เราใช้เขียนแทนด้วย $\hat{\theta}$ เราแบ่งค่าประมาณของพารามิเตอร์ออกเป็น 2 ชนิดด้วยกันคือ

ก. **ค่าประมาณแบบจุด** (Point estimate) เป็นค่าประมาณของประชากรซึ่งได้จากตัวอย่างและเป็นเลขจำนวนเดียว

ข. **ค่าประมาณแบบช่วง** (Interval estimate) เป็นพิสัยหรือช่วงที่สร้างขึ้นรอบ ๆ ค่าประมาณแบบจุดด้วยความเชื่อมั่นที่เรากำหนดขึ้นไว้

9.2 การประมาณค่าแบบจุดและการประมาณค่าแบบช่วง

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ มี 2 วิธี คือ

9.2.1 การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation)

เป็นการใช้ค่า 1 ค่าจากตัวอย่างเป็นค่าประมาณพารามิเตอร์ ซึ่งการประมาณแบบนี้ มีโอกาสผิดพลาดได้มาก

การเลือกตัวประมาณค่า เรามีหลักเกณฑ์ในการเลือกดังนี้

ก. ต้องเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่มีความเอียงเฉ (Unbiased estimator) ถ้าให้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ θ $\hat{\theta}$ จะเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่มีความเอียงเฉ ถ้าค่าคาดหวังของ $\hat{\theta}$ ที่คำนวณได้จากตัวอย่างสุ่มมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์ θ นั่นคือ

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

ตัวอย่างเช่น $E(\overline{X}) = \mu$ ดังนั้น $\overline{X}$ จึงเป็น Unbiased estimator ของ μ

ข. ต้องเป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพ (efficient estimator) ถ้าให้ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่มีความเอียงเฉของพารามิเตอร์ θ และความแปรปรวนของ $\hat{\theta}_1$ น้อยกว่าความแปรปรวนของ $\hat{\theta}_2$ เราจะได้ $\hat{\theta}_1$ เป็นตัวประมาณค่าที่ดีที่สุดของพารามิเตอร์ θ เพราะว่า $\hat{\theta}_1$ มีความแปรปรวนต่ำที่สุด (Minimum Variance)

ดังนั้นในบรรดาตัวประมาณค่าที่ไม่มีความเอียงเฉทั้งหลายของพารามิเตอร์ θ ตัวประมาณค่าที่มีความแปรปรวนต่ำสุดจะเป็นตัวประมาณค่าที่ดีที่สุด

9.2.2. การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation or Estimation by Confidence interval)

ถ้าให้ $(1-\alpha)$ เป็นค่าของความน่าจะเป็นที่มีค่าสูง L และ U เป็นฟังก์ชั่นของค่าสังเกต $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ซึ่งทำให้

$P[L < \theta < U] = (1-\alpha)$ แล้ว เราจะเรียก interval (L, U) ว่า $100(1-\alpha)\%$ ช่วงของความเชื่อมั่น (confidence interval) ของพารามิเตอร์ θ และเรียก $(1-\alpha)$ ว่าเป็นระดับของความเชื่อมั่นของ interval นี้ นั่นคือ

$P[L < \theta < U] = 1-\alpha$ คือความน่าจะเป็นที่ random interval (L, U) จะรวมค่าของพารามิเตอร์ 3 อยู่ด้วยเป็น (1 -a)

ดังนั้นการประมาณค่าแบบนี้จะให้ค่าประมาณเป็นช่วงและสามารถบอกความน่าจะเป็นที่ช่วงของการประมาณจะคลุมค่าของพารามิเตอร์ด้วย ซึ่งก็ยังต้องอาศัยค่าของการประมาณแบบจุดเป็นหลัก การประมาณแบบนี้จะผิดพลาดน้อยกว่าแบบแรก และการประมาณค่าแบบช่วงนี้ เราใช้ความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงการสุ่มตัวอย่างเข้ามาช่วยในการประมาณค่า

9.3 การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

เราใช้ $\bar{X}$ เป็นตัวประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) เนื่องจาก $\bar{X}$ เป็น unbiased estimator และมีความแปรปรวนต่ำสุด การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร เราทำได้ 2 กรณีดังนี้

ก. ถ้าประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และทราบความแปรปรวนของประชากร (σ^2) หรือเมื่อไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดโต ($n \geqslant 30$) ช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของค่าเฉลี่ยประชากร (μ) คือ

$$X - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{(เมื่อทราบ } \sigma^2\text{)}$$

หรือ

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \quad \text{(เมื่อไม่ทราบ } \sigma^2 \text{ และ n มีขนาดโต)}$$

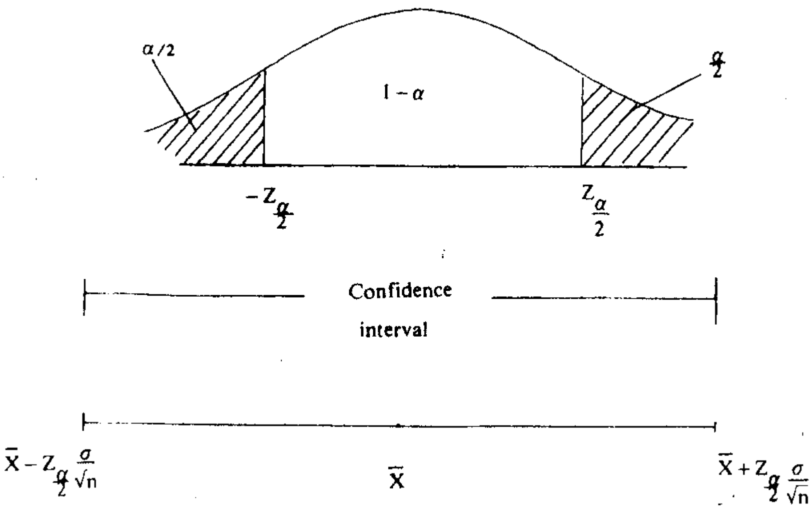
เมื่อ $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

σ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

S เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง

n เป็นขนาดตัวอย่าง

$Z_{\alpha/2}$ เป็นค่าจากตารางปกติที่ทำให้เกิดพื้นที่ทางขวามือเป็น $\frac{\alpha}{2}$



ตัวอย่าง 9.3.1

หา Confidence interval ของ μ เมื่อทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) ขนาดตัวอย่าง = 36, σ = 3, $\bar{X}$ = 24.2

desired confidence	Z	สูตร	คำนวณ	ช่วงที่ได้
90%	1.65	$\bar{X} \pm 1.65 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$24.2 \pm 1.65 \frac{3}{\sqrt{36}}$ $= 24.2 \pm .825$	23.375 ถึง 25.025
95%	1.96	$\bar{X} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$24.2 \pm 1.96 \frac{3}{\sqrt{36}}$ $= 24.2 \pm 980$	23.220 ถึง 25.180
99%	2.58	$\bar{X} \pm 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$24.2 \pm 2.58 \frac{3}{\sqrt{36}}$ $= 24.2 \pm 1.290$	23.110 ถึง 25.690

จากตัวอย่างนี้จะเห็นได้ว่า ถ้าสัมประสิทธิ์แห่งความเชื่อมั่น (Confidence coefficient) สูง ช่วงแห่งความเชื่อมั่น (Confidence interval) จะกว้าง แต่ถ้า Confidence coefficient ต่ำ ช่วงแห่งความเชื่อมั่นจะแคบ

นอกจากนี้ยังมีตัวประกอบ (factors) อื่น ๆ อีกที่มีผลทำให้ช่วงแห่งความเชื่อมั่นแคบหรือกว้าง ซึ่งได้แก่ขนาดตัวอย่าง (Sample size) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรดังนี้

ก. ผลของ Confidence coefficient

	Confidence	Z	Width of interval
	68%	1.00	
	95%	1.96	
	99%	2.58	

ข. ผลของขนาดตัวอย่าง

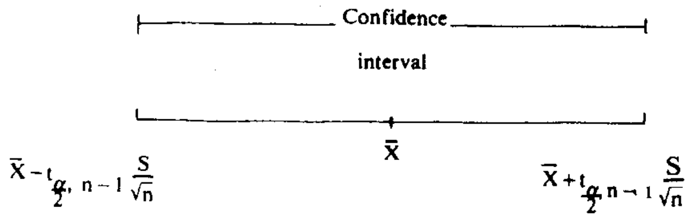
ขนาดตัวอย่าง	Width of interval
8	
16	
32	
64	

ค. ผลของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

σ	Width of interval
5	
10	
15	
20	

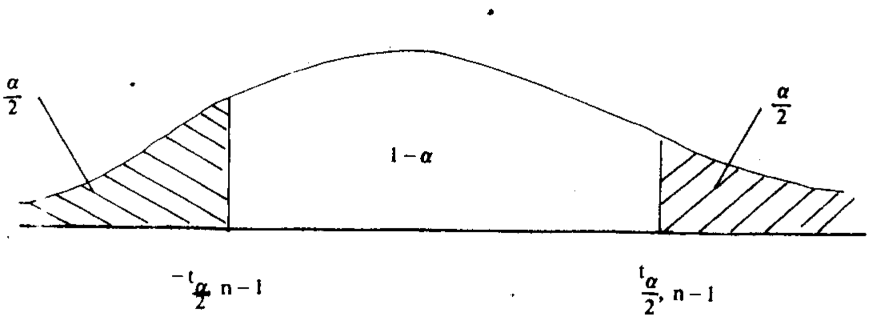
ข. ถ้าประชากรมีการแจกแจงแบบปกติไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดเล็ก (n < 30) ช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของค่าเฉลี่ยประชากร (μ) คือ

$$\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$



เมื่อ $\bar{X}$, S, n เป็นค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างและขนาดของตัวอย่าง

$t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ เป็นค่าจากตาราง t ที่มีองศาความเป็นอิสระ (df) = n − 1 ที่ให้พื้นที่ทางขวามือเป็น $\alpha/2$ ดังรูป



ตัวอย่าง 9.3.2

หา Confidence interval ของ μ โดยใช้ t − distribution เมื่อกำหนดให้ sample mean = 20.0

sample standard deviation = 1.5

sample size = 25

$\therefore$ ในที่นี้ d.f. = 25 − 1 = 24

เราจะได้ช่วงเชื่อมั่นของ μ ตามระดับความเชื่อมั่นต่าง ๆ ดังนี้

desired confidence	$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$	สูตร	คำนวณ	interval
90%	1.711	$\overline{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	$20.0 \pm 1.711 \frac{1.5}{\sqrt{25}}$	20.0 ± 0.5133
95%	2.064	$\overline{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	$20.0 \pm 2.064 \frac{1.5}{\sqrt{25}}$	20.0 ± 0.6192
99%	2.797	$\overline{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	$20.0 \pm 2.797 \frac{1.5}{\sqrt{25}}$	20.0 ± 0.8391

ตัวอย่าง 9.3.3

ในการที่จะปรับปรุงตารางการนัดหมาย ศัลยแพทย์ผู้หนึ่งต้องการที่จะประมาณค่าเวลาโดยเฉลี่ยที่เขาใช้กับผู้ป่วยแต่ละคน เขาจึงสุ่มตัวอย่างคนไข้มา 49 คน ได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 30 นาที และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7 นาที จงหา 95% ของช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของเวลาที่ใช้กับคนไข้แต่ละคนของเขา

$$100(1-\alpha) = 95\%$$

$$\therefore \quad 1-\alpha = 0.95$$

$$\alpha = 1-0.95 = 0.05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$\overline{X} = 30$$

$$S = 7$$

$$n = 49$$

$\therefore$ 95% ช่วงเชื่อมั่นของ μ ที่แท้จริงคือ

$$\overline{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \overline{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$30 - Z_{.025} \frac{7}{\sqrt{49}} \leqslant \mu \leqslant 30 + Z_{.025} \frac{7}{\sqrt{49}}$$

$$30 - 1.96\left(\frac{7}{7}\right) \leqslant \mu \leqslant 30 + 1.96\left(\frac{7}{7}\right)$$

$$30 - 1.96 \leqslant \mu \leqslant 30 + 1.96$$

$$28.04 \leqslant \mu \leqslant 31.96$$

นั่นคือเมื่อใช้ 95% ช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของเวลาที่ใช้กับคนไข้แต่ละคนของเขาจะอยู่ระหว่าง 28.04 นาที ถึง 31.96 นาที

ตัวอย่าง 9.3.4

บริษัทแห่งหนึ่งว่าจ้างพนักงานขาย 200 คน ในการสุ่มตัวอย่างบัญชีรายจ่ายของพนักงานขาย 25 คน ผู้ตรวจสอบพบว่าเพียง 1 อาทิตย์ในเดือนธันวาคม เสียค่าใช้จ่ายเฉลี่ย 5000 บาท และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 500 บาท จงหา 99% ช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของค่าใช้จ่าย

$$\alpha = 0.01$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.005$$

$$\overline{X} = 5000$$

$$S = 500$$

$$n = 25$$

$\therefore$ 99% ช่วงเชื่อมั่นของ μ คือ

$$\overline{X} - t_{.005,24}\frac{S}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant X + t_{.005,24}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$5000 - 2.797\ \frac{500}{\sqrt{25}} \leqslant \mu \leqslant 5000 + 2.797\ \frac{500}{\sqrt{25}}$$

$$5000 - (2.797 \times 100) \leqslant \mu \leqslant 5000 + (2.797 \times 100)$$

$$5000 - 279.7 \leqslant \mu \leqslant 5000 + 279.7$$

$$4720.30 \leqslant \mu \leqslant 5279.70$$

นั่นคือ เมื่อใช้ 99% ช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายจะอยู่ระหว่าง 4720.30 บาทถึง 5279.70 บาท

9.4 การประมาณค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ย 2 ค่า จาก 2 ประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

ถ้ามีประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ 2 ประชากร โดยให้ประชากรที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_1 ความแปรปรวนเท่ากับ σ_1^2 และประชากรที่ 2 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_2 ความแปรปรวนเท่ากับ σ_2^2 สุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 จากประชากรทั้ง 2 ตามลำดับ ตัวประมาณค่าที่ใช้ประมาณค่า $\mu_1-\mu_2$ คือ $\bar{X}_1-\bar{X}_2$ ค่าประมาณแบบช่วงเราแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีด้วยกันคือ

กรณีที่ 1 เมื่อตัวอย่างที่สุ่มมาเป็นอิสระกัน เราประมาณค่าแบบช่วง โดยแยกตามลักษณะของประชากรที่เรามีอยู่ได้เป็น 3 แบบ ดังนี้

ก. **เมื่อทราบความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2** เราจะได้ว่า $100(1-\alpha)\%$ ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1-\mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leqslant \mu-\mu_2 \leqslant (\bar{X}_1-\bar{X}_2)+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1, \sigma_1^2, n_1$ เป็นค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 1

และ $\bar{X}_2, \sigma_2^2, n_2$ เป็นค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 2

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$ เป็นค่าจากตารางปกติที่ทำให้เกิดพื้นที่หางขวามือเป็น $\frac{\alpha}{2}$

ตัวอย่าง 9.4.1

ซื้อเครื่องจักรชนิดเดียวกันมา 2 เครื่อง เมื่อสำรวจความขัดข้องของเครื่องทั้ง 2 ได้ผลดังนี้

	ขนาดตัวอย่าง	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน
เครื่องที่ 1	$n_1 = 16$	$\bar{X}_1 = 85$	$\sigma_1^2 = 2000$
เครื่องที่ 2	$n_2 = 16$	$\bar{X}_2 = 55$	$\sigma_2^2 = 1600$

สมมติว่าระยะเวลาของความขัดข้อง (นาที) มีการแจกแจงแบบปกติ จงสร้าง 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระยะเวลาความขัดข้องที่แท้จริงของเครื่องจักรทั้ง 2

95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระยะเวลาของความขัดข้องของเครื่องจักรทั้ง 2 คือ

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant (\bar{X}_1-\bar{X}_2)+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(85-55)-Z_{.025}\sqrt{\frac{2000}{16}+\frac{1600}{16}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant (85-55)+Z_{.025}\sqrt{\frac{2000}{16}+\frac{1600}{16}}$$

$$30-1.96\sqrt{\frac{3600}{16}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant 30+1.96\sqrt{\frac{3600}{16}}$$

$$30-(1.96\times 15)\ 6\ \mu_1-\mu_2\ 4\ 30+(1.96\times 15)$$

$$30-25.35 \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant 30+25.25$$

$$4.65 \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant 55.35$$

นั่นคือ 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระยะเวลาของความความขัดข้องเครื่องจักรทั้งสองจะอยู่ระหว่าง 4.65 นาทีถึง 55.35 นาที

ข. เมื่อไม่ทราบความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 แต่ทราบว่ามีความแปรปรวนเท่ากัน $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2)$ โดยที่ความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 เราประมาณได้จากความแปรปรวนจากตัวอย่างคือ S_1^2 และ S_2^2 ดังนี้

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)\,S_1^2+(n_2-1)\,S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

เมื่อ S_p^2 คือความแปรปรวนร่วม

ดังนั้น 100(1 -a)% ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1-\mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-t_{\frac{\alpha}{2},\nu}\,S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant (\bar{X}_1-\bar{X}_2)+t_{\frac{\alpha}{2},\nu}\,S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1$, n_1 เป็นค่าเฉลี่ยและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 1

$\bar{X}_2$, n_2 เป็นค่าเฉลี่ยและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 2

S_p เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานร่วม (pooled standard deviation)

โดยที่

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)\,S_1^2+(n_2-1)\,S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

$t_{\frac{\alpha}{2},\nu}$ เป็นค่าจากตาราง t ที่มีองศาความเป็นอิสระ (ν) เท่ากับ n_1+n_2-2 ที่ให้พื้นที่ทางขวามือเท่ากับ $\frac{\alpha}{2}$

ตัวอย่าง 9.4.2

ในการเปรียบเทียบเครื่องบินของสายบิน 2 สายว่า มีระยะเวลา (นาที) เฉลี่ยที่ลงสนามบินช้าต่างกันหรือไม่ได้ข้อมูลดังนี้

	จำนวนเที่ยวบิน	ระยะเวลาเฉลี่ยที่ลงช้า	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
สายการบินที่ 1	$n_1 = 36$	$X_1 = 10$	$S_1 = 3$
สายการบินที่ 2	$n_2 = 25$	$X_2 = 4$	$S_2 = 2$

สมมติว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จงหา 99% ช่วงเชื่อมั่นความแตกต่างระหว่างระยะเวลาที่ลงช้าโดยเฉลี่ยของสายการบินทั้ง 2

$$1-\alpha = .99$$

$$\alpha = .01$$

$$\therefore \quad \frac{\alpha}{2} = .005$$

$$df = n_1+n_2-2 = 36+25-2 = 59$$

$$t_{.005,59} = 2.576$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)\,S_1^2+(n_2-1)\,S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$= \frac{(35)\,(3)^2+(24)\,(2)^2}{59}$$

$$= \frac{315+96}{59} = \frac{411}{59} = 6.97$$

$\therefore \quad S_p = \sqrt{6.97} = 2.64$

$\therefore$ 99% ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ An

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leqslant \mu_1 - \mu_2 \text{ 6 } (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$(10-4) - t_{.005, 59}\ 2.64\sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{25}} \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant (10-4) + t_{.005, 59}\ 2.64\sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{25}}$$

$$6 - [\ 2.576 \times 2.64\sqrt{.07}\ ] \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 6 + [\ 2.57 \times 2.64\sqrt{.07}\ ]$$

$$6 - [\ 2.576 \mathrm{x} 2.64 \mathrm{x} 0.26) \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 6 + [\ 2.576 \times 2.64 \times 0.26\ ]$$

$$6 - 1.18 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 6 + 1.8$$

$$4.2 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 7.8$$

นั่นคือ 99% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างระหว่างระยะเวลาที่ลงสนามบินช้าของสายการบินทั้ง 2 คือ 4.2 นาที ถึง 7.8 นาที

ค. ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 และทราบว่ามีความแปรปรวนต่างกัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

$100(1-\alpha)\%$ ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t'_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t'_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$t'_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$ เป็นค่าจากตาราง t ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ ν ที่ทำให้พื้นที่ทางขวามือเท่ากับ $\frac{\alpha}{2}$ เมื่อ

$$\nu = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

และ $\bar{X}_1, S_1, n_1$ เป็นค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 1

$\bar{X}_2, S_2, n_2$ เป็นค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 2

ตัวอย่าง 9.4.3

จากรายงานปริมาณน้ำฝนที่ตกของภาคเหนือ และภาคใต้ได้ข้อมูลดังนี้

	ปริมาณน้ำฝน (นิ้ว)	จำนวนปี	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ภาคเหนือ	$\bar{X}_1$ = 1.94	n_1 = 15	S_1 = 0.45
ภาคใต้	$\bar{X}_2$ = 1.04	n_2 = 10	S_2 = 0.26

สมมติว่า ความแปรปรวนของปริมาณฝนของทั้ง 2 ภาคไม่เท่ากัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) จงหา 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยของภาคทั้ง 2

$$\text{df } (v) = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

$$= \frac{\left[\frac{(0.45)^2}{15}+\frac{(0.26)^2}{10}\right]^2}{\frac{\left[\frac{(0.45)^2}{15}\right]^2}{14}+\frac{\left[\frac{(0.26)^2}{10}\right]^2}{9}}$$

$$= 23$$

$\therefore \quad t'_{.025,23} \approx t_{.025,\ 23} = 2.069$

95% ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-t'_{.025,23}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant (\bar{X}_1-\bar{X}_2)+t'_{.025,23}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$(1.94)-1.04)-2.069\sqrt{\frac{(.45)^2}{15}+\frac{(.26)^2}{10}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant (1.94-1.04)+2.060\sqrt{\frac{(.45)^2}{15}+\frac{(.26)^2}{10}}$$

$$0.9-2.069\ (0.142) \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant 0.9+2.069\ (0.142)$$

$$0.9-0.29 \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant 0.9+0.29$$

$$0.61 \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant 1.19$$

นั่นคือ 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของปริมาณน้ำฝนของทั้ง 2 ภาค จะอยู่ระหว่าง 0.651 ถึง 1.19 นิ้ว

กรณีที่ 2 เมื่อตัวอย่างที่สุ่มมาไม่เป็นอิสระกัน หรือข้อมูลมีลักษณะจับคู่กัน

$100(1-\alpha)\%$ ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1-\mu_2$ คือ

$$\bar{d}-t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S_d}{\sqrt{n}} \leqslant \mu_1-\mu_2 \leqslant \bar{d}+t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

เมื่อ $\bar{d} = \frac{\Sigma d_i}{n}$ = ค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างค่าสังเกตจากตัวอย่าง

d_i = ผลต่างระหว่างค่าสังเกตจากตัวอย่าง

S_d = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลต่างระหว่างค่าสังเกตจากตัวอย่าง

$t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ = ค่าที่ได้จากตาราง t ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ $n-1$ ที่ให้พื้นที่ทางขวามือเท่ากับ $\frac{\alpha}{2}$

ตัวอย่าง 9.4.4

สถานบริการลดความอ้วนแห่งหนึ่ง ต้องการจะดูความแตกต่างของวิธีการลดความอ้วน 2 แบบจากการชั่งน้ำหนัก (เป็นปอนด์) ได้ผลดังนี้

คนที่	1	2	3	4	5	6	7
วิธีที่ 1	129	133	136	152	141	138	125
วิธีที่ 2	130	121	128	137	129	132	120

จงหา 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของน้ำหนักโดยเฉลี่ยจากวิธีการลดความอ้วนทั้ง 2 แบบ

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	รวม
วิธีที่ 1	129	133	136	152	141	138	125	
วิธีที่ 2	130	121	128	137	129	132	120	
d_i	−1	12	8	15	12	6	5	57
d_i^2	1	144	64	225	144	36	28	639

$$\therefore \quad \bar{d} = \frac{\Sigma d_i}{n} = \frac{57}{7} = 8.14$$

$$S_d^2 = \frac{1}{6}\left[639 - \frac{(57)^2}{7}\right] = \frac{1}{6}\left[639 - \frac{3249}{7}\right]$$

$$= \left[639 - 464.14\right] = \frac{1}{6}\left[174.86\right]$$

$$= 29.14$$

$$\therefore \quad S_d = \sqrt{29.14} = 5.4$$

$$\frac{S_d}{\sqrt{n}} = \frac{5.4}{\sqrt{7}} = \frac{5.4}{2.65} = 2.04$$

$$t_{.025,6} = 2.447$$

$\therefore$ 95% ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$\bar{d} - t_{.025,6}\frac{S_d}{\sqrt{n}} \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant \bar{d} + t_{.025,6}\frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$8.14 - (2.447 \times 2.04) \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 8.14 + (2.447 \times 2.04)$$

$$8.14 - 4.99 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 8.14 + 4.99$$

$$3.15 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 13.13$$

นั่นคือ 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแตกต่างของน้ำหนักโดยเฉลี่ยจากการใช้วิธีการความอ้วนทั้ง 2 วิธีคือ 3.15 ถึง 13.13 ปอนด์

9.5 การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร (π) สำหรับตัวอย่างขนาดโต

ตัวประมาณค่าสัดส่วนของประชากร (π) คือ P โดยที่

$\pi = \frac{A}{N}$ เมื่อ A คือจำนวนหน่วยที่สนใจในประชากร N

และ $P = \frac{a}{n}$ เมื่อ a คือจำนวนหน่วยที่สนใจในตัวอย่าง n

ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n ($n \geq 30$) จากประชากรที่ไม่ทราบสัดส่วน (π) ที่แท้จริงแล้ว $100(1-\alpha)\%$ ช่วงเชื่อมั่นของ π คือ

$$P - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \leq \pi \leq P + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$Z_{\alpha/2}$ คือค่าที่ได้จากตาราง Z ที่ทำให้พื้นที่ทางขวามือเท่ากับ $\alpha/2$

ตัวอย่างที่ 9.5.1

สุ่มตัวอย่างครอบครัวที่ใช้รถยนต์ในเขตกรุงเทพมหานคร 500 ครอบครัว พบว่า 160 ครอบครัวมีรถดัทสัน จงประมาณช่วงเชื่อมั่น 95% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริง (π) ของครอบครัวที่มีรถดัทสัน

$$\therefore P = \frac{160}{500} = 0.32$$

$\therefore$ ช่วงเชื่อมั่น 95% สำหรับ π คือ

$$P - z_{.025}\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \leq \pi \leq p + z_{.025}\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$0.32 - 1.96\sqrt{\frac{(.32)(.68)}{500}} \leq \pi \leq 0.32 + 1.96\sqrt{\frac{(.32)(.68)}{500}}$$

$$0.32 - (1.96 \times .02) \leq \pi \leq 0.32 + (1.96 \times .02)$$

$$0.32 - 0.04 \leq \pi \leq 0.32 + 0.04$$

$$0.28 \leq \pi \leq 0.36$$

ดังนั้น 95% ช่วงเชื่อมั่นของสัดส่วนของครอบครัวที่มีรถดัทสันคือ 0.28 ถึง 0.36

9.6 การประมาณผลต่างของสัดส่วน 2 สัดส่วนประชากร ($\pi_1 - \pi_2$) สำหรับตัวอย่างขนาดโต

ถ้าให้ π_1 เป็นสัดส่วนของประชากรที่ 1

π_2 เป็นสัดส่วนของประชากรที่ 2

P_1 เป็นสัดส่วนของตัวอย่างที่ 1

P_2 เป็นสัดส่วนของตัวอย่างที่ 2

n_1 และ n_2 เป็นขนาดตัวอย่างที่เลือกมาจากประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ตัวประมาณค่าผลต่างของสัดส่วน 2 สัดส่วน ($\pi_1 - \pi_2$) คือ ($P_1 - P_2$) ช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับผลต่างของ 2 สัดส่วนประชากร ($\pi_1 - \pi_2$) คือ

$$(P_1 - P_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}} \leq \pi_1 - \pi_2 \leq (P_1 - P_2) +$$

$$Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-p_2)}{n_2}}$$

ตัวอย่างที่ 9.6.1

นักวิจัยตลาดเครื่องดื่มประเภทน้ำอัดลม ต้องการทราบว่าสัดส่วนของประชาชนที่นิยมน้ำอัดลมประเภทที่ 1 กับประเภทที่ 2 จะมีสัดส่วนต่างกันอย่างไร จากการศึกษา**ได้ข้อมูลดังนี้**

	ขนาดตัวอย่าง	สัดส่วนที่นิยมดื่ม
น้ำอัดลมประเภทที่ 1	$n_1 = 150$	$P_1 = 0.50$
น้ำอัดลมประเภทที่ 2	$n_2 = 160$	$P_2 = 0.18$

จงหา 90% ช่วงเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของสัดส่วนผู้ที่นิยมดื่มน้ำอัดลมประเภทที่ 1 กับสัดส่วนผู้ที่นิยมดื่มน้ำอัดลมประเภทที่ 2

90% **ช่วงเชื่อมั่นของ $\pi_1 - \pi_2$ คือ**

$$(P_1 - P_2) - Z_{.05}\sqrt{\frac{\pi(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}} \leqslant \pi_1 - \pi_2 \leqslant (P_1 - P_2) + Z_{.05}\sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$(.50 - .18) - 1.645\sqrt{\frac{(.50)(.50)}{150} + \frac{(.18)(.82)}{160}} \leqslant \pi_1 - \pi_2 \leqslant (.50 - .18) + 1.645\sqrt{\frac{(.50)(.50)}{150} + \frac{(.18)(.82)}{160}}$$

$$.32 - (1.645 \times .05) \leqslant \pi_1 - \pi_2 \leqslant .32 + (1.645 \times .05)$$

$$.32 - .08 \leqslant \pi_1 - \pi_2 \leqslant .32 + .08$$

$$0.24 \leqslant \pi_1 - \pi_2 \leqslant 0.40$$

$\therefore$ 90% ช่วงเชื่อมั่นของผลต่างของสัดส่วนทั้ง 2 คือ 0.24 ถึง 0.40

9.7 การประมาณค่าความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ^2 และ σ)

ตัวประมาณค่าความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ^2 และ σ) คือ S^2 และ S ตามลำดับ

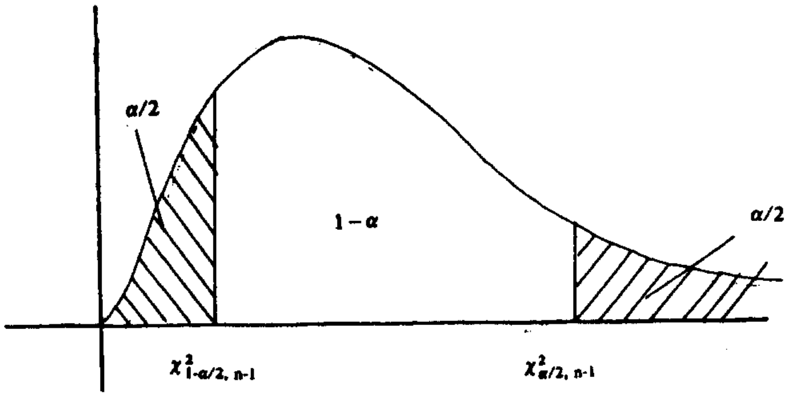
ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของความแปรปรวนของประชากรและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร คือ

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,\,n-1}} \leqslant \sigma^2 \leqslant \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}}$$

และ

$$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,\,n-1}}} \leqslant \sigma \leqslant \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}}}$$

โดยที่ $\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}$ และ $\chi^2_{\alpha/2,\,n-1}$ คือค่า χ^2 ที่ได้จากตาราง χ^2 ที่มี d.f = n − 1



ตัวอย่าง 9.7.1

จากการสุ่มตัวอย่างน้ำระกำมา 25 กระป๋อง ได้น้ำหนักโดยเฉลี่ยเท่ากับ 30 กรัม และความแปรปรวนเท่ากับ 0.27 กรัม จงหา 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแปรปรวนที่แท้จริงของน้ำระกำนี้ และ 95% ช่วงเชื่อมั่นของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริงของน้ำระกำ

95% ช่วงเชื่อมั่นของ σ^2 คือ

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.025,24}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.975,24}}$$

$$\frac{(24)(0.27)}{39.364} \leq \sigma^2 \leq \frac{(24)(0.27)}{12.401}$$

$$\frac{6.48}{39.364} \leq \sigma^2 \leq \frac{6.48}{12.401}$$

$$0.165 \leq \sigma^2 \leq 0.523$$

95% ของช่วงเชื่อมั่นของ σ คือ

$$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.025,24}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.975,24}}}$$

$$\sqrt{0.165} \leq \sigma \leq \sqrt{0.523}$$

$$0.41 \leq \sigma \leq 0.72$$

ตัวอย่าง 9.7.2

โรงงานผลิตอาหารสำเร็จรูป ต้องการควบคุมความผันแปรในด้านน้ำหนักเฉลี่ย และน้ำหนักของแต่ละกระป๋องจากการสุ่มอาหารสำเร็จรูปมา 10 กระป๋อง ชั่งน้ำหนักของแต่ละกระป๋องได้ผลดังนี้

15.4	16.1	15.8	16.4	16.0
15.9	16.7	16.3	15.7	15.7

จงหา 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแปรปรวนที่แท้จริง

$$\bar{X} = \frac{15.4+16.1+15.8+16.4+16.0+15.9+16.7+16.3+15.7+15.7}{10}$$

$$= \frac{160}{10} = 16$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\Sigma(X-\bar{X})^2$$

$$= \frac{1}{9}\Big[(15.4-16)^2+(16.1-16)^2+(15.8-16)^2+(16.4-16)^2+$$

$$(16.0-16)^2+(15.9-16)^2+(16.7-16)^2+(16.3-16)^2+$$

$$(15.7-16)^2+(15.7-16)^2\Big]$$

$$= \frac{1}{9}[0.36+.01+.04+.16+0+.01+.49+.09+.09+.09]$$

$$= \frac{1}{9}\times 1.34 = 0.149$$

$\therefore$ 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแปรปรวนที่แท้จริงคือ

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.025,9}} \leqslant \sigma^2 \leqslant \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.975,9}}$$

$$\frac{9\times .149}{19.023} \leqslant \sigma^2 \leqslant \frac{9\times .149}{2.700}$$

$$\frac{1.341}{19.023} \leqslant \sigma^2 \leqslant \frac{1.341}{2.700}$$

$$0.07 \leqslant \sigma^2 \leqslant 0.497$$

แบบฝึกหัด

1. จงให้ความหมายของคำต่อไปนี้

   (ก) การประมาณค่า

   (ข) ค่าประมาณ

   (ค) พารามิเตอร์

   (ง) ตัวประมาณค่า

2. การประมาณค่าพารามิเตอร์มีกี่วิธีอะไรบ้าง จงอธิบาย

3. ตัวประมาณค่าที่ดีจะต้องมีคุณสมบัติอย่างไร

4. ช่วงเชื่อมั่นคืออะไร

5. โรงงานผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าผลิตหลอดไฟฟ้าซึ่งมีอายุการใช้งานที่มีการแจกแจงแบบปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 40 ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างหลอดไฟฟ้ามา 30 หลอด คำนวณได้อายุการใช้งาน โดยเฉลี่ย 780 ชั่วโมง จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของหลอดไฟฟ้าที่ผลิตจากโรงงานนี้

6. ไก่พันธุ์หนึ่งมีอัตราการเพิ่มน้ำหนักโดยเฉลี่ยเท่ากับ 65 กรัม ในระหว่างอายุ 2 เดือนแรกได้มีการนำไก่พันธุ์นี้มา 12 ตัว เพื่อทดลองเลี้ยงอาหารพิเศษชนิดหนึ่งตั้งแต่แรกเกิดจนกระทั่งอายุ 2 เดือน ปรากฏว่าน้ำหนักเพิ่มขึ้นเป็นดังนี้ 55, 62, 54 58, 65, 64, 60 62, 59, 67, 62 และ 61 จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% และ 99% ของน้ำหนักโดยเฉลี่ยของไก่พันธุ์นี้

7. พนักงานขายเครื่องซักผ้ายี่ห้อหนึ่ง 2 คน ได้บันทึกสถิติการขายไว้ปรากฏว่าผลการขาย 12 ครั้งของคนที่ 1 ขายได้เฉลี่ย 125 เครื่อง และจากการขาย 8 ครั้ง ของพนักงานคนที่ 2 ขายได้เฉลี่ยน 105 เครื่อง ถ้าจากประสบการณ์ผลการขายของพนักงานทั้ง 2 มีความแปรปรวนเท่ากับ 240 และ 232 ตามลำดับ จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของผลต่างของค่าเฉลี่ยของผลจากการขายเครื่องซักผ้ายี่ห้อนี้

8. จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของแต่ละหัวข้อต่อไปนี้

	ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง	ช	ขนาดตัวอย่าง
ก.	16.0	2.0	16
ข.	37.5	3.0	36
ค.	2.1	0.5	25
ง.	0.6	0.1	100

9. สุ่มตัวอย่างผู้มีสิทธิออกเสียง 100 คน จากผู้มีสิทธิออกเสียงทั้งหมดของหมู่บ้านแห่งหนึ่งปรากฏว่ามี 55% ที่ชอบผู้สมัคร จงหาช่วงเชื่อมมั่น 99% ของสัดส่วนที่แท้จริง

10. จากการสุ่มตัวอย่างผู้ใหญ่ 400 คน และเด็กวัยรุ่น 600 คน ที่เฝ้าดูรายการโทรทัศน์อย่างหนึ่งปรากฏว่ามีผู้ใหญ่ 100 คน และวัยหนุ่ม 300 คน ที่ชอบรายการดังกล่าว จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของผลต่างของสัดส่วนที่ผู้ใหญ่และเด็กที่เฝ้าดูรายการดังกล่าวและชอบรายการนั้น

11. สุ่มตัวอย่างพนักงานจากโรงงานแห่งหนึ่งพบว่าพนักงานจากโรงงาน จำนวน 9 คน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้ เท่ากับ 6,000 บาทต่อปี

ก) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริงของรายได้ของพนักงาน

ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 99% ของความแปรปรวนของรายได้ที่แท้จริงของพนักงาน

12. สุ่มตัวอย่างนักศึกษามา 100 คน จากวิทยาลัยแห่งหนึ่ง วัด IQ เฉลี่ยได้ 112 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10

ก) จงหา 95% ช่วงเชื่อมั่นของ IQ เฉลี่ยของนักศึกษาวิทยาลัยแห่งนี้

ข) จงหา 99% ของเชื่อมั่น IQ เฉลี่ยของนักศึกษาวิทยาลัยแห่งนี้

13. ในการสำรวจเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการซื้อรองเท้าต่อปีของครอบครัว 400 ครอบครัว ในชุมชนแห่งหนึ่งปรากฏว่า รายจ่ายในการซื้อรองเท้าต่อปีเฉลี่ยแล้วมีค่าเท่ากับ 220 บาท และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 180 บาท

ก) จงสร้าง 95% ช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของรายจ่ายในการซื้อรองเท้าต่อไปที่แท้จริง หาครอบครัวในชุมนุมชนนี้

ข) จงสร้าง 99% ช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของรายจ่ายในการซื้อรองเท้าต่อไปที่แท้จริง หาครอบครัวในชุมนุมชนนี้

14. ในการสำรวจเกี่ยวกับอัตราค่าจ้างของพนักงานขายผู้หญิงต่อชั่วโมงในปี พ.ศ.2502 ของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งในกรุงเทพมหานคร สุ่มพนักงานขายหญิงมา 225 คน

ถ้าให้ x = อัตราค่าจ้างต่อชั่วโมงของพนักงานขายสตรี

Σx = 4,500 บาท

$\Sigma(x - \bar{x})^2$ = 201,600 บาท

จงหา 99% ช่วงเชื่อมั่นของอัตราค่าจ้างต่อชั่วโมงที่แท้จริง

15. รถยนต์ 9 คนรุ่นเดียวกัน และนำไปขับวิธีเดียวกัน ปรากฏว่า ถ้าใช้น้ำมันเบนซินธรรมดา 1 ถัง จะขับได้ระยะทางเฉลี่ย 19 ไมล์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.7 ไมล์ จงสร้าง 95% ช่วงเชื่อมมั่นของค่าเฉลี่ยระยะทางที่ใช้วิ่งต่อน้ำมัน 1 ถัง ของรถยนต์รุ่นนี้

16. จงหา 98% ช่วงเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยประชากรของตัวอย่างแต่ละตัวอย่างต่อไปนี้

ก) $n = 9$, $\bar{x} = 40$, $s = 6$

ข) $n = 16$, $\bar{x} = 20$, $s = 2$

ค) $n = 25$, $\bar{x} = 70$, $s = 10$

17. สุ่มตัวอย่างครอบครัวที่มีรถยนต์ 400 ครอบครัว ปรากฏว่ามี 200 ครอบครัว ที่ใช้รถยี่ห้อดัทสัน ถ้าให้ระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 จงหาสัดส่วนที่แท้จริง ของครอบครัวที่ใช้รถยนต์ยี่ห้อดัทสัน

18. สุ่มตัวอย่างนักศึกษาที่เรียนวิชา ST 103 มา 100 คน ปรากฏว่ามี 50 คน ที่ใช้ปากกายี่ห้อง Horse จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของสัดส่วนที่แท้จริง ของนักศึกษาที่ใช้ปากกาลูกลื่นยี่ห้อนี้